

像散对周期性局域空心光束的影响

李 冬 吴逢铁 李 攀 谢晓霞

(华侨大学信息科学与工程学院福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

摘要 无衍射贝塞尔光束经轴棱锥线聚焦后可以产生周期性局域空心光束, 基于菲涅耳-基尔霍夫衍射理论分别分析了椭圆加工误差和光束斜入引起的像散对轴棱锥聚焦无衍射贝塞尔光束产生的局域空心光束的影响。当椭圆加工误差或者贝塞尔光束的倾斜入射角度控制在一定的小范围内时, 像散对周期性局域空心光束的特性影响不大, 局域空心光束还保持它的周期性和封闭性, 轴棱锥的折射率或底角越大这个范围就越小, 局域空心光束就容易受到椭圆加工误差或者光束斜入射引入的像散的影响。该研究结果对周期局域空心光束的应用具有指导意义。

关键词 物理光学; 周期性局域空心光束; 像散; 椭圆轴棱锥; 斜入射

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.s126002

Influence of Astigmatism on Periodic Bottle Beam

Li Dong Wu Fengtie Li Pan Xie Xiaoxia

(Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

Abstract Periodic bottle beams can be generated by a line focusing Bessel beam illuminated on an axicon, the influence of astigmatism introduced by elliptical manufacture error and oblique illumination on the bottle beam generated by line focusing Bessel beam using axicon is analyzed in terms of Fresnel-Kirchhoff diffractive theory. The influence of astigmatism on the bottle beam is not big and the bottle beam still keeps its periodicity and ring closed characteristic, as long as the astigmatism is limited in a small range. The larger the base angle or the refractive index of the axicon is, the smaller the range is, and the more susceptible to the astigmatism introduced by the elliptical manufacture error and oblique illumination the bottle beam is. The result may serve as a guideline in the application of the periodic bottle beam.

Key words physical optics; periodic bottle beam; astigmatism; elliptical axicon; oblique illumination

OCIS codes 020.7010; 050.1960; 140.7010; 260.1960

1 引 言

局域空心光束^[1]是一种在传播方向上具有光强极小区域的特殊光束, 该区域被三维高强度的光包围, 呈空心状, 故而称之为局域空心光束。该光束的特殊性质使得它可以作为光镊^[2], 激光导管^[3]用于原子囚禁和光学微操控等方面。因此一直是一个研究的热点。目前用于产生局域空心光束的方法有: 用透镜聚焦贝塞尔光束产生单个局域空心光束^[4]、双贝塞尔光束干涉产生周期性局域空心光束^[5]、激

光器直接输出局域空心光束^[6]和衍射光学元件产生局域空心光束^[7]等方法。2013 年本研究小组的杜团结等^[8]用轴棱锥对贝塞尔光束进行线聚后, 在沿光轴方向产生含有周期性排列的多 Bottle 区域的光束, 这一研究结果扩展了局域空心光束的应用范围, 可以对多层面的粒子进行囚禁, 具有广阔的应用前景。实际上产生周期性局域空心光束时, 光路的失准直或者轴棱锥的加工误差都将对局域空心光束的质量产生影响, 因此分析光学系统的失准直和光

收稿日期: 2013-10-20; **收到修改稿日期**: 2013-11-06

基金项目: 国家自然科学基金(61178015)、福建省自然科学基金(2012J01278)

作者简介: 李 冬(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事激光传输与光束变化的理论和技术等方面的研究。

E-mail: lidongkam@126.com

导师简介: 吴逢铁(1958—), 男, 博士, 教授, 主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn (通信联系人)

学元件的加工误差引起的像散对周期性局域空心光束的影响在实际应用方面具有指导意义。Thaning等^[9]分析了轴棱锥椭圆加工误差和光束斜入射情况对产生贝塞尔光束的影响,在此基础上,本文将更进一步分析这两种像散对轴棱锥聚焦贝塞尔光束产生周期性局域空心光束的影响,基于菲涅耳-基尔霍夫衍射理论,推导了存在像散时贝塞尔光束经轴棱锥衍射后的光场分布,并数值模拟在不同椭圆加工误差和光束斜入射情况下不同结构参数的轴棱锥产生的光场强度分布,对比分析了椭圆加工误差和光束斜入射角度对光场分布的影响。发现轴棱锥的折射

率或者底角越大,用它产生周期性局域空心光束就越容易受到椭圆加工误差或者光束倾斜入射的影响,当轴棱锥的结构参数给定时,只要控制像散在一定的小范围内,它对所产生的局域空心光束质量影响很小。

2 理论分析

在菲涅耳衍射近似下,贝塞尔光束经轴棱锥衍射后的光场分布表达式可表示为^[8]

$$E(r, z) = -\frac{ik}{z} \exp\left[ik\left(z + \frac{r^2}{2z}\right)\right] \int_0^b J_0(k_r \rho) J_0\left(\frac{k \rho r}{z}\right) \exp\left(\frac{ik \rho^2}{2z} - ik \alpha \rho\right) \rho d\rho, \quad (1)$$

式中 λ 为入射光的波长,波数 $k = 2\pi/\lambda$, k_r 为入射贝塞尔光束的径向波矢,轴棱锥的结构参数 $\alpha = -(n-1)\gamma$, n 为轴棱锥的折射率, γ 为轴棱锥的底角, b 为无衍射光束的光束半径, ρ 为源平面的径向坐标, r 为观测平面的径向坐标, z 为轴向传播距离, $J_0(\cdot)$ 为零阶贝塞尔函数。图1和图2是轴棱锥后的纵向和横向光场强度分布,在沿光轴方向上周期性的出现多个光强极小空心区域。

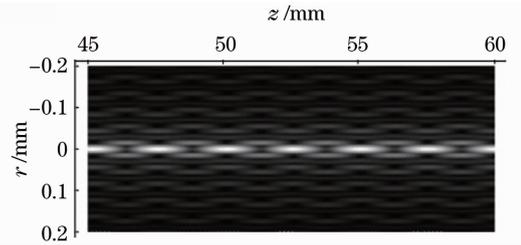


图1 周期局域空心光束的光强轴向分布图
Fig. 1 Intensity distribution along the propagation distance of periodic bottle beam

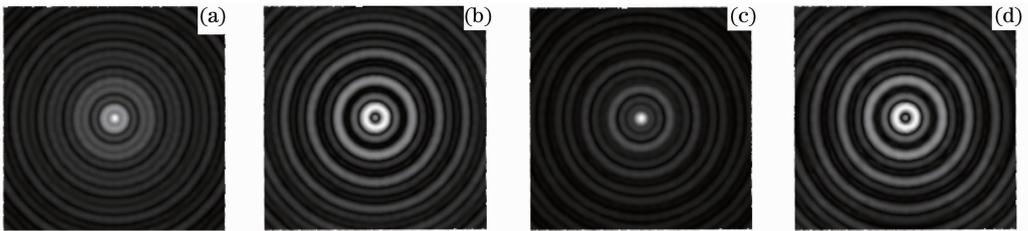


图2 周期性的局域空心光束在不同传播距离处截面光强分布。(a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

Fig. 2 Transverse intensity distributions of periodic bottle beam at several propagation distances. (a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

当聚焦轴棱锥有椭圆加工误差时,轴棱锥发生变形呈椭圆状,利用菲涅耳衍射积分公式可以得到在距轴棱锥 z 处的观察平面上点 (x, y) 处的光场分布^[10]为

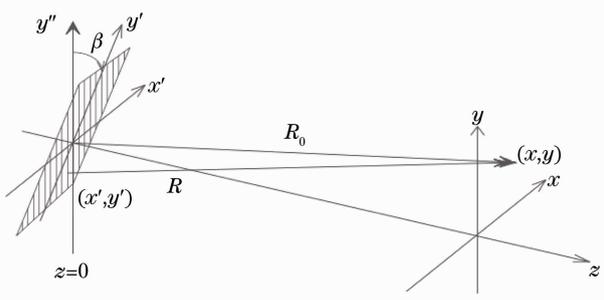
$$E(x, y, z) \propto \frac{1}{i\lambda z} \iint_A J_0(k_r \sqrt{x'^2 + y'^2}) \exp[-ika \sqrt{x'^2 + (\epsilon y')^2}] \exp\left[ik\left(\frac{x'^2 + y'^2}{2z} - \frac{xx' + yy'}{z}\right)\right] dx' dy', \quad (2)$$

式中 A 为轴棱锥的孔径大小, ϵ 为椭圆轴棱锥的椭圆率, (x', y') 为源平面上一点。

考虑贝塞尔光束斜入射轴棱锥的情况,为了分析简单,将贝塞尔光束斜入射情况等价为光束正入

射倾斜轴棱锥^[9],如图3所示,在这种情况下,不能用菲涅耳衍射积分公式来描述光束的传输,必须基于菲涅耳-基尔霍夫衍射积分进行分析,于是,轴棱锥后的光场分布^[11]可以表示为

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Lambda} J_0(k_r \sqrt{x'^2 + y'^2}) \exp(iky' \sin \beta) \frac{\exp[ikR(x, x', y, y', \beta, z)]}{R(x, x', y, y', \beta, z)} \exp[ik\varphi(x', y')] dx' dy', \quad (3)$$

图3 贝塞尔光束正入射相对于 y 轴倾斜 β 角度的轴棱锥Fig. 3 Bessel beam illuminating axicon tilted an angle β relative to y axis

式中第一个指数项描述轴棱锥前贝塞尔光束沿 z 方向的相位改变, $k_r = \frac{2\pi}{\lambda} ak$ 是贝塞尔光束波矢 k 的径向分量, β 是轴棱锥的倾斜角, $\varphi(x', y') = -a \sqrt{x'^2 + y'^2}$ 是轴棱锥的相位函数。源平面上一点

$(x', y', y' \sin \beta)$ 到观察平面上一点 (x, y, z) 的光程可以表示为

$$R(x, x', y, y', \beta, z) = [(z - y' \sin \beta)^2 + (x - x')^2 + (y - y' \cos \beta)^2]^{1/2}, \quad (4)$$

且有 $R_0 = (z^2 + x^2 + y^2)^{1/2}$, 在(3)式的指数项中, kR 很大, R 中小的变化对积分值并没有太大的影响。为了便于计算将(4)式中的 R 作泰勒级数展开, 为了更精确地作近似计算, 将泰勒展开式中的第三项也考虑在内, 考虑到 $z \gg x', y', x, y$, 只需取 $-y'^2 z^2 \sin^2 \beta / 2R_0^3$ 项, 并近似的表示为 $-y'^2 \sin^2 \beta / 2z$, 则 R 可以近似的表达为

$$R \approx R_0 + \frac{x'^2 + y'^2 - y'^2 \sin^2 \beta}{2R_0} - \frac{xx' + (y \cos \beta + z \sin \beta)y'}{R_0}. \quad (5)$$

将(5)式和轴棱锥的相位函数代入(3)式, 则(3)式的衍射积分可表示为

$$E(x, y, z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_{\Lambda} J_0(k_r \sqrt{x'^2 + y'^2}) \exp(iky' \sin \beta) \times \exp\left[ik\left(\frac{x'^2 + y'^2 \cos^2 \beta}{2z} - \frac{xx' + yy' \cos \beta}{z} - a \sqrt{x'^2 + y'^2}\right)\right] dx' dy'. \quad (6)$$

对(6)式作变量替换 $\xi = x', \eta = y' \cos \beta$, (6)式积分变为

$$E(x, y, z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z \cos \beta} \iint_{\Lambda} J_0(k_r \sqrt{x'^2 + y'^2}) \exp(iky' \sin \beta) \times \exp\left\{ik\left[\frac{\xi^2 + \eta^2}{2z} - \frac{x\xi + y\eta}{z} - a \sqrt{\xi^2 + (\eta/\cos \beta)^2}\right]\right\} d\xi d\eta. \quad (7)$$

(7)式和(2)式具有相同的形式, 说明椭圆加工误差与光束斜入射对产生的周期局域空心光束有等效的影响。

3 数值模拟分析

为了分析上述两种像散对轴棱锥产生的周期局域空心光束的影响以及不同结构参数的轴棱锥对像散的敏感程度, 根据(2)、(3)式分别在计算机上模拟了贝塞尔光束正入射有椭圆加工误差的轴棱锥和斜入射圆轴棱锥后的衍射光强分布图, 并与没有像散的情况进行对比。模拟时采用波长为 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$

的贝塞尔光束入射结构常数分别为 $\alpha = 0.0087$ 和 $\alpha = 0.036$ 的轴棱锥, 假设椭圆加工误差引入椭圆率 ϵ 。图4、5是分别是椭圆率为0.99和0.95的椭圆轴棱锥在一定传播距离处的截面光强分布, 对比图1、4、5可以看出当椭圆加工误差引入椭圆率为0.99时, 对周期局域空心光束的影响不大, 当加工误差变大引入椭圆率为0.95时, 局域空心光束发生微小的畸变, 由于空心由圆形变为方形, 包围着空心的光强分布变得不均匀, 图5(d)“空心壁”上出现裂痕, 空心的封闭性遭到破坏。

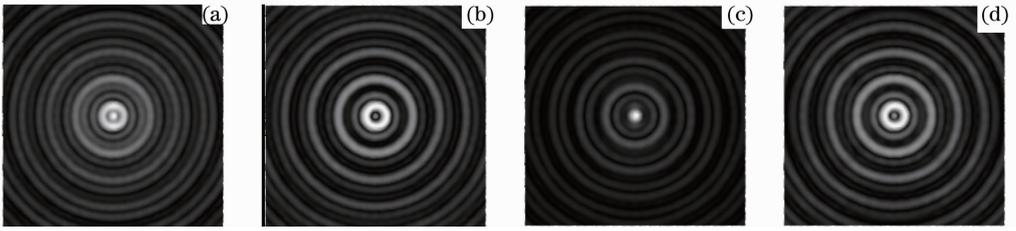


图 4 椭圆率 $\epsilon=0.99$, 结构参数 $\alpha=0.0087$ 的轴棱锥产生的截面光强分布。(a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

Fig. 4 Transverse optical intensity distributions at several distances with $\epsilon=0.99$ and $\alpha=0.0087$. (a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

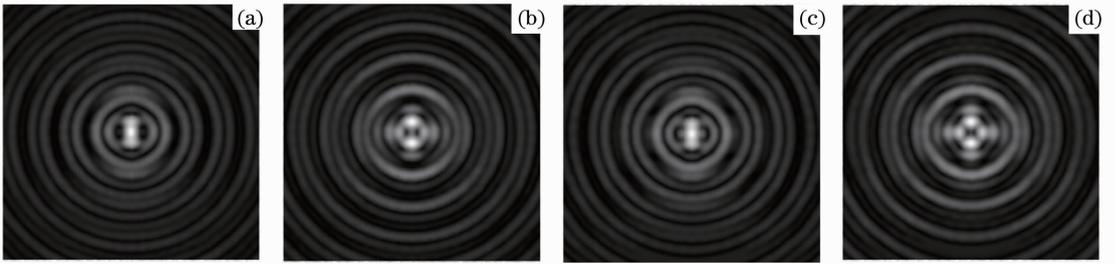


图 5 椭圆率 $\epsilon=0.95$, 结构参数 $\alpha=0.0087$ 的轴棱锥产生的截面光强分布。(a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

Fig. 5 Transverse optical intensity distributions at several distances with $\epsilon=0.95$ and $\alpha=0.0087$. (a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

对比(5)式和(7)式可以看出,轴棱锥的椭圆加工误差引起的光束畸变与光束斜入射轴棱锥引起局域空心光束的畸变具有等效的作用,图 6、图 7 分别是贝塞尔光束偏离 y 倾斜 5° 和 15° 入射时,不同传播距离处的截面光强分布,对比图 1、6、7,发现当结构参数 $\alpha=0.0087$ 时,贝塞尔光束的小于 5° 倾斜入射时对形成的周期局域空心光束的质量影响不大。选取不同的入射角度多次模拟后,发现当倾斜入射角度达到 15° 时,空心壁厚变得不均匀,“空心壁”上出现裂缝,这对囚禁粒子不利。

为分析像散对不同结构参数轴棱锥产生的局域空心光束的影响,选取结构参数为 $\alpha=0.036$ 的轴棱锥,引入椭圆加工误差和斜入射两种像散,图 8、图 9 分别是贝塞尔光束正入射椭圆率 $\epsilon=0.99$ 的轴棱锥和倾斜 5° 入射圆轴棱锥产生的周期性局域空心光束在不同传播距离处的截面光强分布,与图 4 和图 6 对比后发现,像散一定时,轴棱锥的结构参数越大,产生的局域空心光束畸变的越大,也就是说轴棱锥的底角或者折射率越大,产生的局域空心光束对像散越敏感。

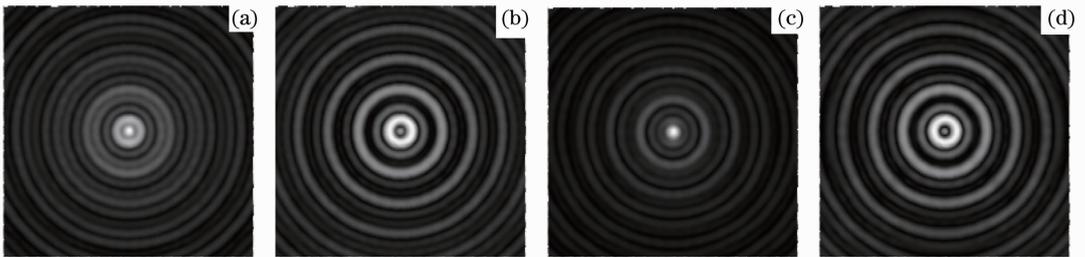


图 6 $\alpha=0.0087$, 倾斜 5° 入射时不同传播距离处的横截光强分布。(a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

Fig. 6 Transverse intensity distributions at several propagation distances with incident angle of 5° and $\alpha=0.0087$. (a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

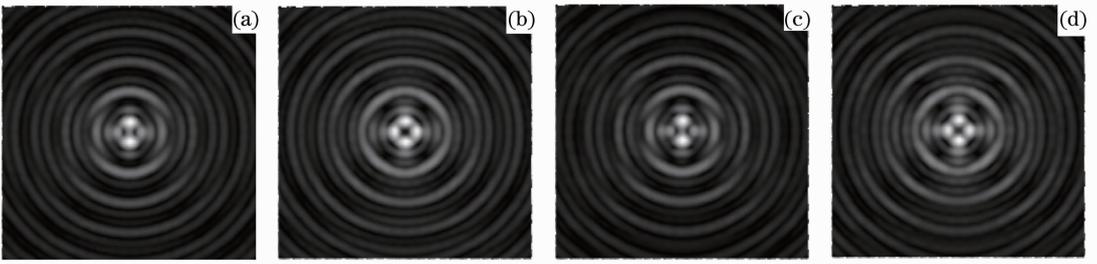


图 7 $\alpha=0.0087$, 倾斜 15° 入射时不同传播距离处的横截光强分布。(a) $z=46$ mm;
(b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

Fig. 7 Transverse intensity distributions at several propagation distances with incident angle of 15° and $\alpha=0.0087$.

(a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

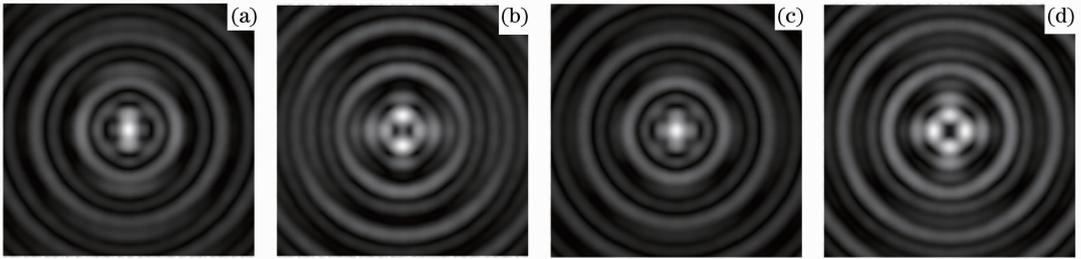


图 8 椭圆率为 $\epsilon=0.99$, 结构参数 $\alpha=0.036$ 的轴棱锥产生的截面光强分布。(a) $z=13.90$ mm;
(b) $z=14.05$ mm; (c) $z=14.35$ mm; (d) $z=14.60$ mm

Fig. 8 Transverse optical intensity distributions at several distances when $\epsilon=0.99$ and $\alpha=0.036$. (a) $z=13.90$ mm;

(b) $z=14.05$ mm; (c) $z=14.35$ mm; (d) $z=14.60$ mm

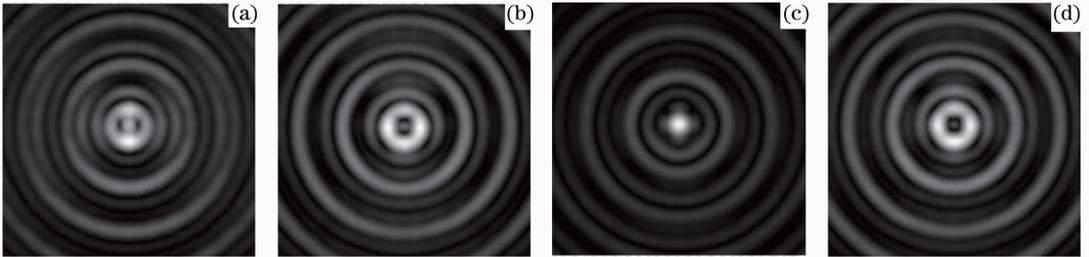


图 9 $\alpha=0.036$, 倾斜 5° 入射时不同传播距离处的横截光强分布。(a) $z=46$ mm;
(b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

Fig. 9 Transverse intensity distributions at several propagation distances with incident angle of 5° and $\alpha=0.036$.

(a) $z=46$ mm; (b) $z=48$ mm; (c) $z=53$ mm; (d) $z=56$ mm

4 结 论

基于菲涅耳-基尔霍夫衍射积分理论, 分别给出了贝塞尔光束入射具有椭圆加工误差轴棱锥的衍射积分公式和贝塞尔光束倾斜入射轴棱锥的衍射积分公式, 并根据这两个公式在计算机上模拟了轴棱锥后不同传播距离处的截面光分布, 发现轴棱锥的底角或者折射率越大, 产生的周期性局域空心光束越容易受像散的影响而发生畸变, 但是对于给定结构参数的轴棱锥, 椭圆加工误差和倾斜入射角度在一定小范围内变化时对周期性局域空心光束的影响不大, 这两种情况下仍然有周期性的空心出现, 只是空

心的形状不再是柱对称的圆形, 并且包裹着空心的“空心壁”厚度不再均匀, 当像散较大时, “空心壁”会出现裂痕, 不能用于粒子囚禁, 该研究结果对周期性局域空心光束的应用具有指导意义。

参 考 文 献

- 1 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Fang Xiang, *et al.*. Theory and experiment of generating multi-Bottle beam with higher light-intensity gradient [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(11): 1114001.
程治明, 吴逢铁, 方翔, 等. 产生多个高光强梯度局域空心光束的理论及实验[J]. *光学学报*, 2012, 32(11): 1114001.
- 2 David G Grier. A revolution in optical manipulation [J]. *Nature*, 2003, 424(6950): 810-816.

- 3 Samir K Mondal, Sudipta Sarkar Pal, Pawan Kapur. Optical fiber nano-tip and 3D bottle beam as non-plasmonic optical tweezers [J]. *Opt Express*, 2012, 20(15): 16180–16185.
- 4 Zhang Qianan, Wu Fengtie, Zheng Weitao. Eliminating the center spot of bottle beam generated by axicon-lens system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(3): 034205.
张前安, 吴逢铁, 郑维涛. 轴棱锥-透镜系统产生局域空心光束中心亮斑的消除[J]. *物理学报*, 2012, 61(3): 034205.
- 5 Wu Fengtie, Lu Wenhe, Liu Bin. Generation of self-imaged optical bottle beam by using axicons [C]. *SPIE*, 2010, 7721: 77211c.
- 6 Po-Tse Tai, Wen-Feng Hsieh, Ching-Hsu Chen, *et al.*. Direct generation of optical bottle beams from a tightly focused end-pumped solid-state laser [J]. *Opt Express*, 2004, 12(24): 5827–5833.
- 7 V Ivanov, J Isaacs, M Saffman, *et al.*. Trapping atoms in a bottle beam generated by a diffractive optical element [C]. // 43rd Annual Meeting of the APS Division of Atomic, Molecular and Optical Physics, 2012, 57(5).
- 8 Du Tuanjie, Wang Tao, Wu Fengtie. Line focusing characteristics of axicon illuminated by non-diffracting Bessel beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(13): 134103.
杜团结, 王涛, 吴逢铁. 轴棱锥对无衍射光束的线聚焦特性[J]. *物理学报*, 2013, 62(13): 134103.
- 9 Anna Thaning, Zbigniew Jaroszewicz, Ari T Friberg. Diffractive axicons in oblique illumination; analysis and experiments and comparison with elliptical axicons [J]. *Appl Opt*, 2003, 42(1): 9–17.
- 10 Zeng Xiahui, Wu Fengtie, Xing Xiaoxue, *et al.*. Influence of manufacture error with non-circular symmetry in an axicon on the Bessel beams quality [J]. *Chinese J Lasers*, 2006, 33(6): 809–813.
曾夏辉, 吴逢铁, 邢笑雪, 等. 轴棱锥非圆对称加工误差对贝塞耳光束质量的影响[J]. *中国激光*, 2006, 33(6): 809–813.
- 11 Jiang Xinguang, Wu Fengtie, Liu Bin. Modification of aberration nondiffraction beams in manufacture error of elliptical axicon [J]. *Chinese J Lasers*, 2007, 34(11): 1538–1542.
江新光, 吴逢铁, 刘彬. 轴棱锥椭圆加工误差产生畸变无衍射光束的修正[J]. *中国激光*, 2007, 34(11): 1538–1542.

栏目编辑: 史敏