

基于 3-5 阶非线性 Ginzburg-Landau 方程的 耗散光孤子“连续分裂”

刘 彬 刘云凤 李淑静

(南昌航空大学无损检测技术教育部重点实验室, 江西 南昌 330063)

摘要 在基于 3-5 阶非线性的 Ginzburg-Landau 方程的二维耗散系统中, 引入反波导型结构的 V 型折射率调制, 研究发现耗散光孤子一些奇特的非线性动力学现象: 合适的折射率调制, 耗散孤子会连续不断地向两边分裂出同样的耗散孤子, 并且分裂的频率随着调制强度的增大而加快; 折射率调制比较弱时, 耗散孤子被拉伸成椭圆形; 而太强的调制强度会导致耗散孤子崩溃。系统分析了耗散系统中粘滞系数, 以及增益和损耗系数对这些非线性动力学现象的影响, 发现必须要足够的能量增益才能维持中心孤子进行连续分裂。

关键词 非线性光学; 耗散光孤子; Ginzburg-Landau 方程; 非线性动力学

中图分类号 TN248.1 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201434.s119003

Continuous Splitting of Dissipative Optical Solitons Based on Complex Ginzburg-Landau Equation with Cubic-Quintic Nonlinearity

Liu Bin Liu Yunfeng Li Shujing

(Key Laboratory of Nondestructive Test, Ministry of Education, Nanchang Hangkong University, Nanchang, Jiangxi 330063, China)

Abstract The novel nonlinear dynamics of dissipative optical solitons supported by introducing a V-shaped potential of antiwaveguiding structures are reported based on the two dimensional (2D) complex Ginzburg-Landau (CGL) equation with cubic-quintic nonlinearity. If the potentials are strong enough, they give rise to continuous splitting of expanding solitons from a central soliton. The rate of splitting increases with the growth of potential intensity. For a weak potential, the stretch of the central soliton into ellipse shape is observed instead. For a too strong potential, the central soliton dissipates. In addition, the influence of effective diffusion, gain and loss coefficient on the dynamic regimes is studied. Sufficient energy gain is necessary to maintain continuous splitting of the center soliton.

Key words nonlinear optics; dissipative optical solitons; Ginzburg-Landau equation; Nonlinear dynamics

OCIS codes 190.6135; 190.5530; 190.4420

1 引 言

复系数的 Ginzburg-Landau 方程(简称 CGL 方程)作为一个典型的基础模型被应用在各种非线性耗散介质中^[1-3]。3-5 阶非线性的 CGL 方程于 1984 年被 Petviashvili 等^[4]提出, 用于研究产生稳定的局域模式的一个模型。此后, 关于 3-5 阶 CGL 方程的研究不断深入, 如作为研究激光器谐振器动力学的重要模型^[5-8]。

3-5 阶 CGL 方程的研究工作一方面是集中在形成复杂而稳定脉冲包络, 如耗散孤子^[9]、涡旋孤子^[10-13]、孤子串^[14]和时空孤子^[15-17]等; 另一个主要的研究方向是系统中孤子(包括涡旋孤子)相互作用和碰撞的动力学特性研究^[18-22]。近来, 在 3-5 阶 CGL 方程中引入周期性势能调制(在光学介质中诱导横向空间光栅), 发现一些新的稳定的涡旋孤子^[23]和耗散带隙孤子^[24]。线性势的引入使得 3-5

收稿日期: 2014-01-20; **收到修改稿日期:** 2014-03-04

基金项目: 国家自然科学基金(61205119, 11104128)、江西省自然科学基金(20132BAB212001)、江西省教育厅自然科学基金(GJJ13485)

作者简介: 刘 彬(1983—), 男, 博士, 讲师, 主要从事光孤子和光子晶体等方面的研究。E-mail: liubin_d@126.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

阶 CGL 方程中出现双孤子的稳定束缚态^[25]。可以预想,在 3-5 阶 CGL 方程中引入额外的势能调制,可以获得许多新的物理特性,从而大幅扩展相关方面的研究和应用。

在二维(2D)的 3-5 阶 CGL 方程中引入额外的 V 型折射率调制。通过分步傅里叶方法数值模拟研究耗散孤子在 V 型折射率调制下的动力学特性。3-5 阶 CGL 方程是一个不同于一般的保守系统,远离平衡态的耗散系统。研究发现一类新颖的孤子动力学现象——位于 V 型势中心的耗散孤子在传输过程中连续不断地向两边分裂出同样的耗散孤子。在此基础上,还分析了 3-5 阶 CGL 方程中粘滞项以及各阶损耗和增益参数对此动力学特性的影响。

2 模 型

二维 3-5 阶 CGL 方程^[23-25]如下:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + (1/2)\Delta u + |u|^2 u + \nu |u|^4 u = iR[u] + F(x)u, \quad (1)$$

式中 $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 是横向的拉普拉斯算符。 x, y 是归一化横向空间坐标, z 是纵向归一化传输距离, u 是光孤子脉冲, $\nu < 0$ 表示五阶的自散焦系数,

$$R[u] = -\delta u + \beta \Delta u + \epsilon |u|^2 u - \mu |u|^4 u, \quad (2)$$

其中, δ 表示线性增益或吸收, $\mu < 0$ 是五阶损耗项, $\epsilon > 0$ 则是三阶增益系数, $\beta > 0$ 是扩散项系数(具有粘滞特性), $F(x, y)$ 为引入的横向空间的势——光学介质中反波导结构的折射率调制。选取 CGL 方程(1)式的参数为 $\delta = 0.5, \mu = 1, \epsilon = 2.7, \beta = 0.5, \nu = 0.01$ (文中对所有参数进行了归一化处理)。

通过分步傅里叶方法模拟得到无势能作用下 3-5 阶(CQ)CGL 方程(1)式中稳定耗散孤子的数值解(如图 1 所示)。无势能作用下 [$F(x, y) = 0$] (1)式的孤子解的形式为^[12]

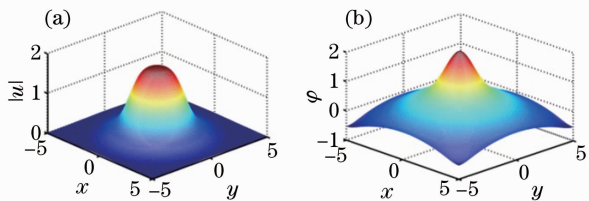


图 1 无势能调制时的稳定耗散孤子。(a) 孤子解的强度轮廓;(b) 孤子解的相位轮廓

Fig. 1 Stable dissipative soliton without potential.

(a) Profile of soliton; (b) profile of phase

$$u = A(z) \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{2\omega^2(z)} + ic(z)(x^2 + y^2) + i\psi(z) \right], \quad (3)$$

式中 A, ω, c, ψ 分别是孤子的幅度、宽度、波前曲率和总相位。运用分步傅里叶方法模拟得到(1)式中稳定耗散孤子的数值解,如图 1 所示。

3 数值模拟及结果分析

考虑在 3-5 阶 CGL 方程(1)式中引入的 V 型势,其形式如下:

$$F(x, y) = -a|x|, \quad (4)$$

式中 a 表示 V 型势的强度。在 V 型势的中心位置 ($x=0$ 处)输入图 1 所得的稳定耗散孤子。这样,在 V 型势作用下,对中心的耗散孤子在 x 方向形成了拉伸的作用。研究发现,当 $0.14 \leq a \leq 0.8$, 出现一类奇特的动力学现象:位于 V 型势尖端位置的耗散孤子发生分裂,在传输过程中连续不断地分裂出向 x 两边移动的耗散孤子,如图 2(a)和(b)所示。其原因是位于尖端的耗散孤子在适当的 V 型势向两边拉的作用下会分裂出子脉冲,分裂的子脉冲在的 CQ CGL 方程中又可以自陷为稳定的耗散孤子,并且沿着 V 型势的坡度向两边移动。图 2(a)和(b)对应的强度分别为 $a=0.2$ 和 $a=0.4$ 。比较发现,调制强度 a 越大,对应的分裂的速率越快。

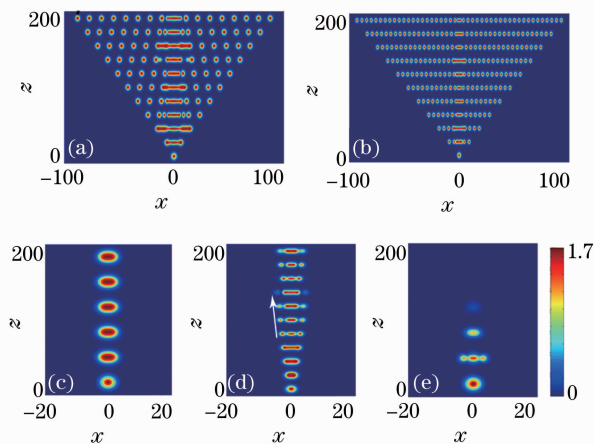


图 2 $a=0.2, 0.4, 0.1, 0.85, 2$ 的动态演化

Fig. 2 Dynamic evolutions at $a=0.2, 0.4, 0.1, 0.85, 2$

但是当 $a < 0.14$ 时,由于 V 型势的强度较小,没有达到分裂出子脉冲的所需的调制强度,但是孤子受到 V 型势在 x 方向两边的张力的影响,孤子在 x 方向上被拉宽形成椭圆形状,如图 2(c)所示。并且,被拉宽的程度会随着势能强度 a 的增大而增大。

当 $0.8 < a \leq 1.5$ 时,虽然位于尖端的耗散孤子还在持续分裂子脉冲,但是分裂出来的子脉冲在此

强度的折射率调制下的 CGL 方程不能自陷为稳定的耗散孤子,而是快速地使耗散消失,如图 2(d)箭头位置所示。在本课题组之前的研究中发现,在引入线性势的 CGL 方程中,存在线性势最大坡度限制了基础孤子横向运动。同样,分裂出来的孤子沿着 V 型势两边的线性坡度运动,同样存在最大坡度限制。超过此坡度时,脉冲不能稳定横向运动,所以虽然尖端位置的孤子不断放出子脉冲,但是不能自陷为基础孤子而崩溃掉了。当 $a > 1.5$ 时, V 型势的坡度和尖锐度都过大,最初输入的耗散孤子在势的尖端位置也不能保持稳定而崩溃,如图 2(e) 所示。

CGL 方程中有效扩散项的存在是出现孤子持续繁殖的动力学现象的一个重要条件。扩散项提供的摩擦力使得最初的孤子能够保持位置稳定。太小或者无扩散项的话,位于尖端的孤子一旦受到 V 型势作用就会马上滑向两边。选取扩散项系数 $\beta = 0.5$,使得可以产生足够的摩擦力来维持尖端的孤子位置的稳定。并且可以容忍孤子的输入位置偏差范围达到 $|\Delta x| < 1.2$ 。如图 3(a) 所示, $a = 0.2$ 时,输入孤子位置偏离尖端位置 $\Delta x = 0.8$,但是它很快回到尖端位置,持续产生出移动的孤子。另外,通过大量的数值模拟,还研究了扩散项系数 β 变化对以上各类动力学所需的势能强度区域的影响。如图 3(b) 所示,紫色区域势能强度 a 较小,中心孤子被拉伸为椭圆型,对应图 2(c);红色区域势能强度适中,中心孤子连续不断地分裂出新的孤子,对应图 2(a) 和 (b);绿色区域 a 较大,势能坡度过大,分裂出新的孤子不能稳定存在,对应图 2(d);二白色区域 a 太大,中心孤子也随之崩溃了,对应图 2(e)。

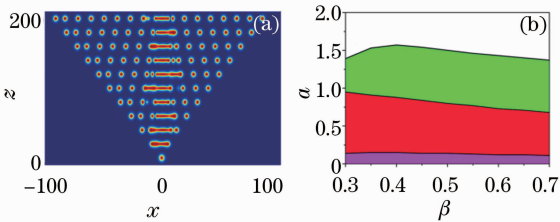


图 3 (a) $a = 0.2$, 输入孤子位置偏离尖端位置 $\Delta x = 0.8$ 的动态演化; (b) 各动力学区域随扩散项系数 β 的变化

Fig. 3 (a) Evolution with position offset of the central soliton $\Delta x = 0.8$ at $a = 0.2$; (b) relationship between dynamic regions with effective diffusion β

3-5 阶的 CGL 方程是一个耗散系统,与保守系统中的孤子相比,耗散系统中的孤子还要满足能量增益和损耗的平衡。所以考虑系统中的各阶增益和

损耗系数(三阶增益系数 ϵ , 线性吸收系数 δ 和五阶损耗项 μ)对以上动力学的影响。通过大量的数值模拟,得到各动力学所需势能强度区域随着 ϵ, δ 和 μ 的变化关系如图 4(a)~(c) 所示。研究发现随着能量增益的减少或者损耗的增加,中心孤子连续分裂的动力学区域会不断减少直至消失。当 $\epsilon < 2.32$, $\delta > 0.77$ 或者 $\mu > 1.5$ 时,就不会再出现耗散孤子连续分裂的动力学现象。

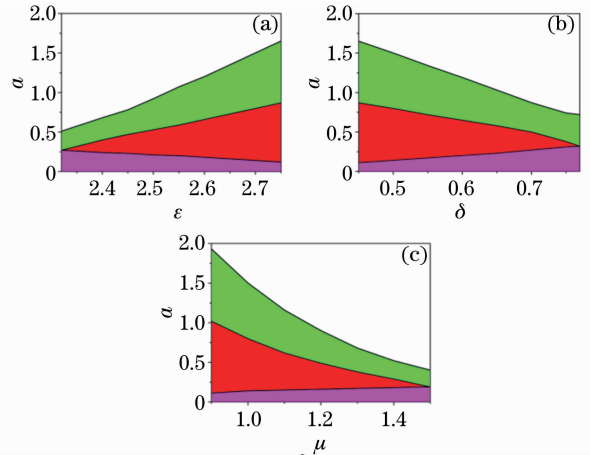


图 4 各动力学区域随(a)三阶增益系数 ϵ , (b)线性损耗系数 δ 和(c)五阶损耗项 μ 的变化关系

Fig. 4 Relationship between dynamic regions with (a) cubic-gain coefficient ϵ , (b) linear loss δ and (c) quintic-loss parameter μ

4 结 论

在二维 3-5 阶 CGL 方程的耗散系统中引入反波导型结构的 V 型势。发现位于势中心的孤子出现奇特的动力学现象:在势的强度较弱时,孤子被拉伸膨胀,拉伸的程度与强度成正比;而合适的强度时,中心孤子连续繁殖移动的基础孤子,并且孤子的繁殖频率随着势强度增大而增大,这类动力学特性很难出现在保守系统中;势强度比较大时,分裂出的孤子由于过大的坡度会崩溃掉;更大的强度甚至会导致中心孤子也随之崩溃。此外,系统研究了能量增益和损耗项对非线性动力学特性的影响,研究发现必须要有足够的能量补充才能维持中心孤子进行连续分裂,过大的能量损耗或者过小的能量增益都会导致中心孤子不能进行连续分裂。

参 考 文 献

- 1 I S Aranson, L Kramer. The world of the complex Ginzburg-Landau equation [J]. Rev Mod Phys, 2002, 74(1): 99-143.
- 2 Nail Akhmediev, Adrian Ankiewicz. Dissipative Solitons [M]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.

- 3 B A Malomed. Complex Ginzburg-Landau equation [J]. Encyclopedia of Nonlinear Science, 2005. 157—160.
- 4 V I Petviashvili, A M Sergeev. Spiral solitons in active media with an excitation threshold [C]. Akademia Nauk SSSR, 1984, 276; 1380—1384.
- 5 N N Rosanov. Spatial Hysteresis and Optical Patterns [M]. Berlin; Springer, 2002.
- 6 P Mandel, M Tlidi. Transverse dynamics in cavity nonlinear optics [J]. J Opt B: Quantum Semiclassical Opt, 2004, 6(9): R60—R75.
- 7 N N Rosanov, S V Fedorov, A N Shatsev, *et al.*. Two-dimensional laser soliton complexes with weak, strong, and mixed coupling [J]. Appl Phys B: Lasers Opt, 2005, 81(7): 937—943.
- 8 C O Weiss, Larionova Ye. Pattern formation in optical resonators [J]. Reports on Progress in Physics, 2007, 70(2): 255.
- 9 A Ankiewicz, N Devine, N Akhmediev, *et al.*. Continuously self-focusing and continuously self-defocusing two-dimensional beams in dissipative media [J]. Phys Rev A, 2008, 77(3): 033840.
- 10 L-C Crasovan, B A Malomed, D Mihalache, *et al.*. Stable vortex solitons in the two-dimensional Ginzburg-Landau equation [J]. Phys Rev E, 2000, 63(1): 016605.
- 11 A Desyatnikov, A Maimistov, B Malomed. Three-dimensional spinning solitons in dispersive media with the cubic-quintic nonlinearity [J]. Phys Rev E, 2000, 61(3): 3107—3113.
- 12 L-C Crasovan, B A Malomed, D Mihalache. Erupting, flat-top, and composite spiral solitons in two-dimensional Ginzburg-Landau equation [J]. Phys Lett A, 2001, 289(1): 59—65.
- 13 J M Soto-Crespo, N Akhmediev, C Mejia-Cortes, *et al.*. Dissipative ring solitons with vorticity [J]. Opt Express, 2009, 17(6): 4236—4250.
- 14 D V Skryabin, A G Vladimirov. Vortex induced rotation of clusters of localized states in the complex Ginzburg-Landau equation [J]. Phys Rev Lett, 2002, 89(4): 044101.
- 15 J M Soto-Crespo, P Grelu, N Akhmediev, *et al.*. Optical bullets and “rockets” in nonlinear dissipative systems and their transformations and interactions [J]. Opt Express, 2006, 14(9): 4013—4025.
- 16 D Mihalache, D Mazilu, F Lederer, *et al.*. Stability of dissipative optical solitons in the three-dimensional cubic-quintic Ginzburg-Landau equation [J]. Phys Rev A, 2007, 75(3): 033811.
- 17 A Kamagate, P Grelu, P Tchofo-Dinda, *et al.*. Stationary and pulsating dissipative light bullets from a collective variable approach [J]. Phys Rev E, 2009, 79(2): 026609.
- 18 D Mihalache, D Mazilu, F Lederer, *et al.*. Collisions between counter-rotating solitary vortices in the three-dimensional Ginzburg-Landau equation [J]. Phys Rev E, 2008, 78(5): 056601.
- 19 D Mihalache, D Mazilu, F Lederer, *et al.*. Collisions between coaxial vortex solitons in the three-dimensional cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation [J]. Phys Rev A, 2008, 77(3): 033817.
- 20 Y J He, B A Malomed, H Z Wang, *et al.*. Fusion of necklace-ring patterns into vortex and fundamental solitons in dissipative media [J]. Opt Express, 2007, 15(26): 17502—17508.
- 21 B Liu, Y J He, Z R Qiu, *et al.*. Annularly and radially phase-modulated spatiotemporal necklace-ring patterns in the Ginzburg-Landau and Swift-Hohenberg equations [J]. Opt Express, 2009, 17(15): 12203.
- 22 B Liu, X D He, S J Li. Phase controlling of collisions between solitons in the two-dimensional complex Ginzburg-Landau equation without viscosity [J]. Phys Rev E, 2011, 84(5): 056607.
- 23 H Leblond, B A Malomed, D Mihalache. Stable vortex solitons in the Ginzburg-Landau model of two-dimensional lasing medium with a transverse grating [J]. Phys Rev A, 2009, 80(3): 033835.
- 24 H Sakaguchi, B A Malomed. Two-dimensional dissipative gap solitons [J]. Phys Rev E, 2009, 80(2): 026606.
- 25 Y J He, B A Malomed, D Mihalache, *et al.*. Bound states of one-, two-, and three-dimensional solitons in complex Ginzburg-Landau equations with a linear potential [J]. Opt Lett, 2009, 34(19): 2976—2978.

栏目编辑: 史 敏