热晕效应模式法自适应光学校正的数值模拟

闫 伟 陈志华 杜太焦 关 奇

(西北核技术研究所,陕西西安 710024)

摘要 改进了泽尼克模式波前重构数值模拟方法,避免了传统方法中大量的面积分运算,对准直光束瞬态热晕效 应模式法自适应光学校正进行了数值模拟研究。数值模拟结果表明,由于模式混淆误差的影响,使泽尼克重构模式 阶数的选择受限,即存在一个最大的重构模式阶数,大于该模式阶数会导致校正效果迅速变差,且最大模式阶数的大 小与热晕强度无关。对于子孔径分布为 8×8 的 69 单元自适应光学系统,最大模式阶数为 37 阶;同直接斜率法相比, 泽尼克模式法可以通过重构模式选择,提高自适应光学系统对热晕校正的稳定性,抑制热晕补偿不稳定性的发生。 关键词 自适应光学;泽尼克模式法;热晕效应;相位补偿不稳定性;数值模拟 中图分类号 TN012; O43 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0901001

Numerical Simulation of Modal Method Based Adaptive Optics Correction Thermal Blooming

Yan Wei Chen Zhihua Du Taijiao Guan Qi

 $(Northwest\ Institute\ of\ Nuclear\ Technology\ ,\ Xi'an\ ,\ Shaanxi\ 710024\ ,\ China\)$

Abstract Tradition Zernike modal wave front reconstruction method is improved in which a lot of surface integrations are avoided. Collimated thermally bloomed beam corrected by adaptive optics (AO) is numerically simulated. The results show that, because of model aliasing error, the Zernike reconstruction mode order is finite, which means that there exists a largest reconstruction mode order. When chosen reconstruction mode order is greater than the largest order, correction efficiency decreases quickly. And the largest order has no relation with thermal blooming strength. For a 69 elements AO system, which sub-aperture distribution is 8×8 , the largest reconstruction mode order is 37. Compared with direct slope wave front reconstruction method, Zernike modal method can increase the adaptive optics system stability through choosing reconstruction mode when correction of thermal blooming distortes wave front.

Key words adaptive optics; Zernike modal method; thermal blooming; phase compensation instability; numerical simulation OCIS codes 010.1330; 010.1080; 010.7350

1 引 言

在自适应光学(AO)系统中,通过波前探测器子 孔径的斜率信号得到倾斜镜和变形镜控制信号的过 程称为波前重构^[1-4]。常见的波前重构算法有直接 斜率法和模式法等。模式法通过选择不同的模式基 底函数实现灵活的波前校正,可以提高系统在各种 复杂环境下的校正效果^[5-6]。泽尼克(Zernike)多 项式是最常采用的模式基底函数之一。当基底函数 采用泽尼克多项式时,该模式法又称为泽尼克模式 法。文献[7]对此进行过较为详细的介绍,但是文中 所给出的方法涉及大量的二维面积分运算,实现起 来较为复杂,并且文章主要针对大气湍流畸变波前 的自适应光学校正,并未涉及热晕效应。热晕效应 对高能激光大气传输有着比较严重的影响,利用 AO技术对其进行相位校正时,由于闭环校正与热 晕效应之间的正反馈效应,会导致相位补偿不稳定 性(PCI)的发生^[8-11],严重制约 AO 系统的相位校 正能力。与直接斜率法相比,泽尼克模式法对热晕

作者简介: 闫 伟(1981—),男,硕士,助理研究员,主要从事高能激光大气传输及光束控制方面的研究。

收稿日期: 2014-03-20; 收到修改稿日期: 2014-05-11

基金项目:激光与物理相互作用国家重点实验室基金项目(SKLLM1102)

校正是否具有优势,目前仍然研究较少。

本文改进了泽尼克模式法波前重构的数值模拟 方法,避免了传统方法中大量的面积分运算,提高了 算法的计算效率,降低了算法的实现难度,对瞬态热 晕效应的泽尼克模式法波前校正进行了数值模拟, 针对不同的热晕强度,分析了不同阶泽尼克重构模 式对校正效果的影响,并与直接斜率法进行了比较。

2 泽尼克模式波前重构方法

AO系统通常由波前探测器、波前控制单元以 及波前校正器等三个部分组成^[1]。波前探测器通常 采用 Shack-Hartmann(SH)波前探测器(WFS),波 前校正器主要由倾斜镜(TM)和变形镜(DM)组成, 波前控制单元的主要功能是将 SH 探测器的测量斜 率转化为倾斜镜和变形镜的控制信号,AO 系统的 闭环校正示意图如图 1 所示。



图 1 自适应光学系统闭环校正示意图 Fig. 1 Schematic of the AO system performing closed-loop compensation

泽尼克模式法与直接斜率法主要的差别在于波 前重构矩阵,以下是其波前重构矩阵的推导过程。

泽尼克多项式在圆域内是正交完备的,对于任 意波前像差都可以描述为一系列正交泽尼克多项式 的线性组合^[12]。因而信标光的畸变波前利用泽尼 克多项式可以表示为

$$\varphi(x,y) = \sum_{k=2}^{n} a_k Z_k(x,y), \qquad (1)$$

式中 Z_k(x,y) 为第 k 阶泽尼克多项式,a_k 为其模式 系数,n 为畸变波前包含的泽尼克模式阶数,将(1) 式写成矩阵形式可表示为

$$\boldsymbol{\varphi}(x,y) = \boldsymbol{Z} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{A}, \qquad (2)$$

式中 $A = [a_2, \dots, a_n]^T$, Z为各阶泽尼克多项式组成的矩阵。本文中泽尼克模式的定义与文献[13]相同,由于SH探测器无法测量波前平移(对应第一阶泽尼克模式),而且多数光学系统中也不考虑波前平

移的影响,因此(1)式中 k 最小取值为 2。

在 SH 探测器中,一组孔径大小和焦距均相同 的微透镜阵列把主孔径划分为若干个子孔径分别成 像,用 CCD 相机等面阵探测阵列测量出每个子孔径 上像点与标定位置的偏移量,即可计算出波前斜率。 子孔径上的波前斜率与泽尼克模式系数之间的映射 关系写成矩阵形式,即

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{D} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{A}, \tag{3}$$

式中 $G = [g_{x1}, g_{y1}, \dots, g_{xm}, g_{ym}]^T$ 为 SH 探测器的 子孔径斜率向量, *m* 为其总的子孔径数量, **D** 表示从 泽尼克模式系数到波前斜率的映射矩阵。一旦 SH 探测器的子孔径布局确定后, 就可以确定矩阵 **D** 中 的元素。

分析可知,矩阵 **D** 中第 k-1(k=2,...,n) 列元 素表示第 k 阶泽尼克模式经 SH 探测器测量的斜 率。因此,依次单独选取第 k 阶泽尼克模式,令其模 式系数 $a_k=1$,利用(1)式生成一个波前,代入 SH 探 测器,输出一组子孔径斜率向量即为矩阵 **D** 的第 k-1 列元素,依次重复上述过程 n-1 次即可完整确 定矩阵 **D**。针对 SH 探测器的数值模拟,采用了快 速傅里叶变换法(FFT),使得上述过程即使矩阵 **D** 的元素比较多时也只需很短的计算时间即可完成, 避免了文献[7]所给方法中的求导运算以及大量的 面积分运算,有效地节省了计算时间。

若要通过斜率矩阵 G 确定模式系数矩阵 A,因此 还需求出矩阵 D 的逆矩阵。但是,矩阵方程(3)式是 一个过约束方程,矩阵 D 的行数 2m 通常大于列数 n 一1,不存在严格意义上的逆矩阵,可以采用奇异值分 解法(SVD)求出其广义逆矩阵。将矩阵 D 分解为

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{U} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{S} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}, \qquad (4$$

式中U,V分别为酉矩阵,即 $U^{-1} = U^{T}$, U^{T} 、 V^{T} 分别 为U、V的转置矩阵,S为对角阵,其对角线元素 σ_i 为矩阵D的本征值。矩阵D的广义逆矩阵可以表 示为

$$\boldsymbol{D}^{+} = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{S}^{+} \cdot \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}, \qquad (5)$$

式中 S⁺ 同样为对角阵,其定义为

$$\mathbf{S}^+ = ext{diag}(x_i), ext{ where } x_i = egin{cases} \sigma_i^{-1}, & \sigma_i
eq 0, \ 0, & \sigma_i = 0 \end{pmatrix},$$

(6)

因此,矩阵A满足

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{D}^{+} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{G}, \qquad (7)$$

此时由前 n 阶泽尼克模式组成的重构相位为

$$\overline{\boldsymbol{\phi}}(x,y) = \boldsymbol{Z} \cdot \boldsymbol{A}. \tag{8}$$

由于预校正相位需要通过变形镜来实现,因此

仅得到系数矩阵 A 是不够的,还需得到变形镜的控制电压。假设变形镜各驱动器的影响函数均为高斯型,其表达式为

$$R_{j}(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda_{b}} \exp\{\ln a [(x-x_{j})^{2} + (y-y_{j})^{2}]/r_{d}^{2}\}, \qquad (9)$$

式中λ_b为信标光的波长,a为相邻驱动器间的耦合 率,r_a表示相邻驱动器之间的间距,x_j、y_j分别为第j 个驱动器的坐标。变形镜的面形可以表示为

$$\eta(x,y) = \sum_{j=1}^{p} c_j R_j(x,y), \qquad (10)$$

式中*c_i*为第*j*个驱动器的控制电压,*p*表示变形镜 总的驱动器数,将(10)式写成矩阵形式为

$$\boldsymbol{\eta}(x, y) = \boldsymbol{N} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{C}, \tag{11}$$

式中 $C = [c_1, \dots, c_p]^T$, N为各个驱动器影响函数组成的矩阵。

当 $\| \overline{\boldsymbol{\varphi}}(x,y) - \boldsymbol{\eta}(x,y) \|^2 = V_{\min}$ 时,可以认为 重构相位 $\overline{\boldsymbol{\varphi}}(x,y)$ 与变形镜的面形 $\boldsymbol{\eta}(x,y)$ 相同,将 (8)式和(11)式代入有

 $\| \mathbf{Z} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{N} \cdot \mathbf{C} \|^2 = V_{\min}, \quad (12)$ 利用最小二乘法求解(12)式得

$$\begin{cases} \boldsymbol{C} = \boldsymbol{M}_{A2C} \cdot \boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{M}_{A2C} = \boldsymbol{\Delta}^{-1} \cdot \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{Z}, \\ \boldsymbol{\Lambda} = \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{N} \end{cases}$$
(13)

式中 M_{A2C} 表示泽尼克模式系数到变形镜控制电压的映射矩阵, Δ 为变形镜影响函数的几何协方差矩阵, Δ^{-1} 为其逆矩阵。将(7)式代入(13)式得模式法的波前重构矩阵 H 为

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{M}_{A2C} \cdot \boldsymbol{D}^+. \tag{14}$$

从(14)式可以看出,模式法波前重构矩阵不仅与 SH 探测器的子孔径布局、变形镜驱动器的布局以 及驱动器的影响函数有关,还与选取的泽尼克模式 阶数有关,这一点与直接斜率法的波前重构矩阵是 不相同的。

采用比例加积分的闭环控制策略时,*t*时刻变 形镜的控制电压为

 $C(t) = a \cdot C(t-l) + b \cdot H \cdot G'(t)$, (15) 式中 a、b为闭环控制因子,l表示系统的延迟时间, G'表示分离了 x 方向、y 方向整体倾斜以后的斜率 矩阵,主要是因为实际的 AO 系统,倾斜等低阶相 差由倾斜镜校正,变形镜主要用来校正除倾斜以外 的高阶相差。t时刻的预校正相位为

$$\varphi_{\text{correct}}(x, y, t) = \theta_x(t)x + \theta_y(t)y + \sum_{j=1}^p c_j(t)R_j(x, y), \quad ($$

式中 θ_x 、 θ_y 分别表示x方向和y方向的整体倾斜量。

3 数值模拟参数

主激光为理想截断高斯光束,波长为 1.315 μm, 口径为 1 m,准直上行传输,大气风速为均匀风速,大 小为 5 m/s,大气吸收系数随高度分布满足指数衰减 规律,传输高度大于 30 km 后不再考虑大气消光的影 响,只考虑大气热晕效应的影响,热晕强度由热畸变 参数 N_D 描述,热晕效应的影响通过热晕相位屏来模 拟,信标光为点光源,波长与主激光相同,并且与主激 光严格同路。

自适应光学系统为 69 单元系统,由 SH 探测器、倾斜镜、变形镜和波前控制单元组成,不考虑噪声的影响,其中,SH 探测器的子孔径与变形镜的驱动器的相对布局如图 2 所示。图中虚线所示的大圆圈为 AO 系统的口径,方形区域为子孔径,子孔径布局为 8×8,共有 52 个有效子孔径,黑色小圆圈所示



图 2 SH 探测器子孔径与变形镜驱动器的布局 Fig. 2 Layout of SH detector subapertures and actuators of deformable mirror



图 3 变形镜驱动器的影响函数

Fig. 3 Influence function of deformable mirror actuator

16)

变形镜的驱动器,共有 69 个有效驱动器,相邻驱动器的等效间距(投影到激光发射口径上的间距)r_a为 12.5 cm,耦合值为 0.3,驱动器的影响函数如 图 3所示,其中实线和虚线分别表示两个相邻驱动器的影响函数。采用比例加积分的闭环控制策略 (PI controller),控制模式为 ab initio 模式,闭环控制因子 a,b 分别为 1.0 和 0.5。

自适应光学系统的校正效果采用 Strehl 比来 衡量,其定义为激光远场峰值功率密度与真空传输 时峰值功率密度之比。

4 数值模拟结果

采用泽尼克模式法进行波前重构时,首先面临 的一个问题就是究竟要选择多少阶重构模式,即 (1)式中n究竟要取多大,理论上讲,n越大,模式截 断误差越小,波前复原精度也越高。图4给出了 $N_{\rm D} = 60, n$ 取不同值时,Strehl 比随时间的变化。 从图中可以看出,当n小于等于37阶时,重构模式 阶数越多,波前校正效果越好,但是,当n等于38阶 时,校正效果陡然变差。图5给出了n取不同值时, 泽尼克系数方差随时间的变化。从图中可以看出当 重构模式小于或等于 37 阶时,随着模式阶数的增加,泽尼克系数方差不断减小;当重构模式阶数等于 38 阶时,泽尼克系数方差在很短的时间内陡然上升,最高相较于 37 阶增大了 8 个数量级,使得系统根本无法形成稳定的闭环,导致校正效果陡然下降。由此可以得出结论:重构模式阶数的选择是受限的,并非越大越好,对于 69 单元 AO 系统而言,最大模式阶数为 37 阶。









图 5 N_D=60,选取不同阶泽尼克重构模式时,泽尼克模式系数方差随时间的变化。(a)模式阶数分别等于 10 阶、14 阶、30 阶及 37 阶;(b)模式阶数等于 38 阶

Fig. 5 Zernike coefficient versus time for different reconstructed modes, when $N_D = 60$. (a) Zernike mode order equal to 10, 14, 30 and 37, respectively; (b) Zernike mode order equals to 38

模式混淆误差是造成上述现象的主要原因^[14-16],并非 PCI。根据 Nyquist 抽样定理,SH 探测器所能分辨的最大空间频率 $|\kappa_{max}| = 1/(2d)$,其中 d 为子孔径的宽度(投影到激光发射口径上的宽度)。一般而言,泽尼克模式的阶数越高,包含的空间高频越丰富,一旦其中的空间高频超过 $|\kappa_{max}|$,SH 探测器将无法识别并将其误认为某些低阶模式,从而产生模式混淆误差,给 AO 系统带来严重的影响。为了证明模式混淆误差就是造成校正效果陡

然下降的原因,保持 AO 系统孔径大小不变,增加 SH 探测器的子孔径分布为 16×16 分布,子孔径的 宽度 d 将减小为原来的一半,N_D 同样为 60,此时 n 取不同值时,Strehl 比随时间的变化如图 6 所示,泽 尼克模式系数方差随时间的变化如图 7 所示。从 图 6、图 7 可以看出,随着 SH 探测器空间频率分辨 能力的提高,最大重构模式阶数从 37 阶提高到了 86 阶,特别注意到此时当 n 取 38 阶时,系统闭环控 制是稳定的。至此可以证明确是模式混淆误差而非 PCI造成了系统校正效果的陡然下降。文献[16]对 模式混淆误差进行过理论分析,发现对于子孔径分 布为 8×8、16×16 的 AO 系统,最大的模式复原阶 数分别为 40 阶和 87 阶,与本文的数值模拟结果基 本吻合。

从图 4~6 还可以看出,当 n 大于 30 阶时,增加 重构模式阶数对于系统校正效果的改善非常有限。 为此,将高斯光束的稳态热晕畸变波前利用泽尼克 模式展开,前 60 阶泽尼克模式的系数如图 8 所示。 图中可以看出,热晕效应引起的波前畸变主要是由 少数低阶泽尼克模式引起的,称之为占优模式。占 优模式主要集中在前 30 阶,且热晕强度的变化仅仅 改变了占优模式系数的大小,并没有改变占优模式 的分布,因此,尽管 69 单元自适应光学系统最大泽 尼克重构模式阶数只有37阶,理论上37阶重构模 式已经能够满足热晕校正的需要。





Fig. 6 Strehl ratio versus time for different Zernike reconstructed modes when $N_{\rm D} = 60$, subaperture distribution is 16×16





Fig. 7 Zernike coefficient versus time for different reconstructed modes when $N_D = 60$, subaperture distribution is 16×16 . (a) Zernike mode orders equal to 38, 60 and 85, respectively; (b) Zernike mode order equals to 86



图 8 高斯光束稳态热晕畸变波前泽尼克模式展开系数

Fig. 8 Zernike mode decomposition coefficients of steady-state thermal blooming induced Gaussian

beam distortion wavefront

图 9 给出了 N_D=60 时,37 阶泽尼克模式法和 直接斜率法波前校正效果的比较。从图中可以看出 37 阶泽尼克模式法的校正效果要优于直接斜率法, 并且采用直接斜率法时,AO系统闭环控制的对象为69个变形镜驱动器,而泽尼克模式法为37阶泽 尼克模式,由此可见,采用泽尼克模式法时,系统的





Fig. 9Wavefrontcorrectionefficiencycomparisonbetween 37Zernikemodalmethodanddirectslopemethod,when $N_{\rm D} = 60$

计算负担以及闭环控制难度均降低了。

图 10 给出了当 N_D=120,n 取不同值时,Strehl 比随时间的变化。从图中可以看出:1)即使对于较 强的热晕,最大模式重构阶数仍为 37 阶,与热晕强 度无关,并且 n 取 38 阶时,两种热晕强度下,均在 50 ms 左右校正效果陡然变差,再一次说明并非 PCI 引起的上述现象,因为 PCI 与热晕强度密切相 关;2)采用直接斜率法时,从 t=100 ms 时刻开始出 现了校正效果不断变差的情况,分析表明这是由 PCI 造成的,而采用泽尼克模式法则并未产生 PCI, 这一点通过图 11 可以清楚地看到。图 11 给出了分 别采用直接斜率法、37 阶和 38 阶泽尼克模式法时, 变形镜控制信号方差随时间的变化。从图中可以清 楚地看到,采用直接斜率法时,变形镜控制信号的方 差呈现了明显的指数增长趋势,这与线性理论有关





Fig. 10 Strehl ratio versus time for different Zernike reconstructed modes when $N_{\rm D}\!=\!120$

PCI的描述完全吻合^[17];而采用 37 阶泽尼克模式 时,变形镜控制信号的方差并未出现指数增长的趋势,说明没有发生 PCI;采用 38 阶泽尼克模式,由于 模式混淆误差的影响,变形镜控制信号的方差陡然 上升,量级上远大于 PCI 引起的校正误差,这也是 模式混淆误差与 PCI 的重要区别。



图 11 变形镜控制信号方差随时间的变化

Fig. 11 Variance of DM commands versus time

此外,图 12 给出了采用直接斜率法时,在 t= 200 ms 时刻到达 AO 系统入口处的信标光强分布。 从图中可以看出信标光的振幅产生了大量的空间小 尺度的分布,该标志被认为是 PCI 发生的重要标 志^[8-9],此模拟结果与 MOLLY 数值模拟程序的结 果完全一致^[8]。图 13 给出了采用 37 阶泽尼克模式 法时,同样在 t=200 ms 时刻到达 AO 系统入口处 的信标光强分布。从图中可以看出,信标光的振幅 分布并未出现如图 12 所示的空间小尺度分布,即没 有发生 PCI。这主要是因为采用低阶泽尼克模式进 行波前重构时,减少了校正相位中的空间高频成分,



图 12 采用直接斜率法时,在 t=200 ms 时刻, 到达 AO 系统入口处的信标光强分布 Fig. 12 Irradiance distribution of beacon entering AO system at t = 200 ms when direct slope reconstruction method is used



- 图 13 采用 37 阶泽尼克模式法时,在 t=200 ms 时刻, 到达 AO 系统入口处的信标光强分布
- Fig. 13 Irradiance distribution of beacon entering AO system at t = 200 ms when 37 terms Zernike mode reconstruction method is used

有效地抑制了 PCI 的发生,因而提高了系统对热晕 校正的稳定性^[17]。

5 结 论

系统推导了泽尼克模式波前重构算法,避免了 传统方法中复杂、耗时的面积分运算,对准直光束瞬 态热晕波前校正进行了数值模拟,分析了不同热晕 强度、不同阶泽尼克重构模式下,校正效果的变化, 并与直接斜率法进行了对比。数值模拟结果表明: 1)由于模式混淆误差的影响,重构模式阶数的选择 是受限的,即存在一个最大的模式重构阶数,超过该 模式阶数不仅不会改善校正效果,反而导致校正效 果陡然下降,对于子孔径分布为8×8的69单元 AO系统,最大重构阶数为37阶;2)泽尼克模式法 可以通过重构模式的选择,提高了自适应光学系统 对热晕校正的稳定性,抑制了PCI的发生。

参考文献

- 1 R K Tyson. Principles of Adaptive Optics (2nd Edition) [M]. New York: Academic Press, 1997. 257-273.
- 2 M Bass. Handbook of Optics, Volum V (3rd Edition) [M]. New York: McGraw Hill Press, 2010. 174-220.

- 3 Zheng Zhaoying, Li Changwei, Li Bangming, *et al.*. Analysis and demonstration of PID algorithm based on arranging transient process for adaptive optics [J]. Chin Opt Lett, 2013, 11(11): 110101.
- 4 Mu Jie, Zheng Wenjia, Li Hai. Real-time measurement of atmospheric parameters for 127-element adaptive optics system of 1.8-m telescope [J]. Chin Opt Lett, 2012, 10(8): 080602.
- 5 Wang xiaohuo, Fu Qiang, Huang Linhai, *et al.*. Experimental research on application of Hartmann micro-lens array in coherent beam combination of two-dimensional laser array [J]. Chin Opt Lett, 2013, 10(8): 081402.
- 6 Yan Zhaojun, Li Xinyang, Rao Changhui. Multi-channel adaptive control algorithm for closed loop adaptive optics system [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3); 0301002.
 颜召军,李新阳,饶长辉. 自适应光学闭环系统实时多路自适应 控制算法[J]. 光学学报, 2013, 33(3); 0301002.
- 7 Yan Haixing, Chen She, Zhang Deliang, et al.. Numerical simulation of an adaptive optics system by means of modal wave front reconstruction [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(1): 103 -108.

严海星,陈 涉,张德良,等. 自适应光学系统的模式法数值模拟[J].光学学报,1998,18(1):103-108.

- 8 J F Schonfeld. Theory of compensated laser propagation through strong thermal blooming [J]. The Lincoln Laboratory Journal, 1992, 5(1): 131~150.
- 9 B Johnson. Thermal-blooming laboratory experiments [J]. The Lincoln Laboratory Journal, 1992, 5(1): 151-170.
- 10 Zhang Pengfei, Fan Chengyu, Qiao Chunhong, *et al.*. Analysis of scaling laws for phase compensation of focused beam under thermal blooming conditions [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39 (2): 0213002.

张鹏飞,范承玉,乔春红,等.聚焦光束热晕效应相位补偿定标规律研究[J].中国激光,2012,39(2):0213002.

- 11 J Barchers. Linear analysis of thermal blooming compensation instabilities in laser propagation [J]. J Opt Soc Am A, 2009, 26 (7): 1638-1653.
- 12 J Schmidt. Numerical Simulation of Optical Wave Propagation [M]. Washington: SPIE Press, 2010. 65-84.
- 13 R J Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J]. J Opt Soc Am, 1976, 66(3): 207-211.
- 14 O Soloviev, G Vdovin. Estimation of the total error of modal wave front reconstruction with Zernike polynomials and Hartmann-Schack test [C]. SPIE, 2005, 6018; 60181D.
- 15 F Quiros-Pacheco. Reconstruction and Control Laws for Multi-Conjugate Adaptive Optics in Astronomy [D]. London: Imperial College, 2005.
- 16 Li Xinyang, Jiang Wenhan. Zernike modal wave front reconstruction error of Hartmann sensor on measuring the atmosphere disturbed wave front [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2002, 14(2): 243-249. 李新阳,姜文汉. 哈特曼传感器对湍流畸变波前的泽尼克模式复 原误差[J]. 强激光与粒子束, 2002, 14(2): 243-249.
- 17 T J Karr. Thermal blooming compensation instabilities [J]. J Opt Soc Am A, 1989, 6(7): 1038-1048.

栏目编辑: 王晓琰