

# 一种新的三模压缩真空态的量子特性

卢道明

(武夷学院机电工程学院, 福建 武夷山 354300)

**摘要** 将三模压缩算符作用在三模真空态上构建三模压缩真空态。对三模中的两个模进行测量,讨论这种选择性测量对第三模的压缩效应、反聚束效应和光子统计分布的影响。研究表明:若测得第一和第二模场处于双模压缩态,那么第三个模场塌缩为单模压缩态,且其压缩效应得到增强;量子态测量可增强光子统计分布的非经典特性,但对第三模场的反聚束效应没有影响。

**关键词** 量子光学;三模压缩真空态;压缩效应;反聚束效应;光子统计分布

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0827001

## Quantum Properties of a New Three-Mode Squeezed Vacuum State

Lu Daoming

(College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

**Abstract** The three-mode squeezed vacuum state is proposed by using of a new three-mode squeezing operator acting on a three-mode vacuum state. With two of the three modes measured, the influence of the selective measurement on squeezing effect, antibunching effect and photon statistical distribution of the third mode is discussed. The results obtained show that on the one hand, if the first and the second modes are selectively measured in a two-mode squeezed state, the state vector of the third mode collapses onto single-mode squeezing state and squeezing of the third mode is strengthened. On the other hand, nonclassical properties of photon statistical distribution is strengthened by measuring the quantum state, which has no effect on antibunching of the third mode.

**Key words** quantum optics; three-mode squeezed vacuum state; squeezing; antibunching effect; photon statistical distribution

**OCIS codes** 270.6570; 000.1600; 000.6800

## 1 引 言

在量子光学中,量子态构造及其量子特性的研究一直是量子光学中令人关注的课题。构造量子态的方法有多种,其中利用态叠加原理和算符作用在光场态上来产生量子态是较常用的两种方法。自从 1991 年,Agarwal 等<sup>[1]</sup>提出了在相干态上重复作用玻色产生算符构造新量子态的方法以来,已利用产生算符和湮没算符作用在相干态上,以及压缩算符作用在真空态或粒子数态上来产生各种量子态<sup>[2-6]</sup>。例如,Wang 等<sup>[2]</sup>讨论了光子减和光子增压压缩热态的非经典特性。Zhou 等<sup>[3]</sup>构造了光子减双模压缩热态,并且计算了它的光子数分布。蓝海江等<sup>[4]</sup>研究了多光子激发相干态的 Wigner 函数。随

着有序(包括正规乘积、反正规乘积和 Weyl 编序)算符内的积分(IWOP)技术在量子光学研究中应用的推广,近年来不少学者利用 IWOP 技术构造了各种纠缠态或压缩态<sup>[7-13]</sup>。例如,Li 等<sup>[7]</sup>引入了一种四模相干纠缠态,Fan 等<sup>[8]</sup>构建了三体相容算符  $\left\{ \hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3, \frac{\mu_2 \hat{Q}_2 + \mu_3 \hat{Q}_3}{\mu_2 + \mu_3} - \hat{Q}_1, \hat{Q}_3 - \hat{Q}_2 \right\}$  的共同本征态,Li 等<sup>[9]</sup>提出了一种多模 Einstein-Podolsky-Rosen(EPR)纠缠态。在文献[10]中本课题组构建了三体相容算符  $\{ \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3, \hat{p}_2 + \hat{p}_3 - 2\hat{p}_1, \hat{p}_3 - \hat{p}_2 \}$  的共同本征态,并利用该量子态,通过计算不对称 ket-bra 积分,建立了一种新的三模压缩算符。因为  $\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3$  对应于三个质量相等粒子的

收稿日期: 2014-02-10; 收到修改稿日期: 2014-03-20

基金项目: 福建省自然科学基金(2011J01018)

作者简介: 卢道明(1963—),男,硕士,教授,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: daominglu79@hotmail.com

质心坐标,  $\hat{p}_2 + \hat{p}_3 - 2\hat{p}_1$  是第 2 和第 3 粒子与第 1 粒子间的相对动量,  $\hat{p}_3 - \hat{p}_2$  是第 3 与第 2 粒子间的相对动量。因此, 它们对应于质量相等的三粒子体系, 构建它们的共同本征态具有实际意义。本文将该三模压缩算符作用在三模真空态上, 构建了三模压缩真空态。在文献[14]中, 范洪义提出了利用光束分离器和参量下转换产生三模纠缠态的方案。目前, 实验技术已能实现两个自由度的同时测量。例如: 在量子信息处理中通过两个自由度的 Bell 态测量来实现量子态传送, 但随着自由度的增加实验上的实现变得越来越困难。因此, 本文在文献[10]的基础上, 考虑对三模压缩真空态中的两个模进行测量

的情况, 讨论这种选择性测量对第三模的压缩效应、反聚束效应和光子统计分布的影响。研究发现, 量子态测量可以增强压缩效应和光子统计分布的非经典性质。

## 2 三模压缩真空态

在文献[10]建立的三模压缩算符和三模压缩真空态的基础上, 利用 Wigner 算符的广义 Randon 变换的方法, 得到了三体相容算符  $\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3, \hat{p}_2 + \hat{p}_3 - 2\hat{p}_1$  和  $\hat{p}_3 - \hat{p}_2$  (其中  $\hat{x}_i$  为坐标算符,  $\hat{p}_i$  为动量算符,  $i = 1, 2, 3$ ) 的一种共同本征态为

$$|\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}\pi^{3/4}} \exp\left[-\frac{1}{12}(2x^2 + r_1^2 + 3r_2^2) + \frac{\sqrt{2}}{3}x(a_1^+ + a_2^+ + a_3^+) + \frac{\sqrt{2}}{6}ir_1(a_2^+ + a_3^+ - 2a_1^+) + \frac{\sqrt{2}}{2}ir_2(a_3^+ - a_2^+) + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^3 a_j^{+2} - \frac{2}{3}(a_1^+ a_2^+ + a_1^+ a_3^+ + a_2^+ a_3^+)\right] |000\rangle, \quad (1)$$

式中  $x, r_1$  和  $r_2$  是实参数,  $a_i^+, a_i (i = 1, 2, 3)$  为第  $i$  模光场的产生算符和湮没算符。利用(1)式和有序算符正规乘积的性质  $[a_i, :f(a_i, a_i^+):] = :\frac{\partial}{\partial a_i^+} f(a_i, a_i^+):$ , 通过计算可得

$$a_1 |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = \left[\frac{\sqrt{2}}{6}(2x - 2r_1 i) + \frac{1}{3}(a_1^+ - 2a_2^+ - 2a_3^+)\right] |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle, \quad (2a)$$

$$a_2 |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = \left[\frac{\sqrt{2}}{6}(2x + r_1 i) - \frac{\sqrt{2}}{2}ir_2 + \frac{1}{3}(a_2^+ - 2a_1^+ - 2a_3^+)\right] |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle, \quad (2b)$$

$$a_3 |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = \left[\frac{\sqrt{2}}{6}(2x + r_1 i) + \frac{\sqrt{2}}{2}ir_2 + \frac{1}{3}(a_3^+ - 2a_1^+ - 2a_2^+)\right] |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle, \quad (2c)$$

$$(\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3) |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = x |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle, \quad (2d)$$

$$(\hat{p}_2 + \hat{p}_3 - 2\hat{p}_1) |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = r_1 |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle, \quad (2e)$$

$$(\hat{p}_3 - \hat{p}_2) |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle = r_2 |\varphi(x, r_1, r_2)\rangle. \quad (2f)$$

(2)式表明  $|\varphi(x, r_1, r_2)\rangle$  是算符  $\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3, \hat{p}_2 + \hat{p}_3 - 2\hat{p}_1$  和  $\hat{p}_3 - \hat{p}_2$  的共同本征态, 对应的本征值为  $x, r_1$  和  $r_2$ 。文献[10]还研究了它的正交性和完备性, 表明它是一种新的表象。通过计算如下不对称的 ket-bra 积分

$$|\varphi(\mu)\rangle = \left|\varphi\left(\frac{x}{\mu}, \frac{r_1}{\mu}, \frac{r_2}{\mu}\right)\right\rangle, \quad (3a)$$

$$S(\mu) = \frac{1}{\mu^{3/2}} \int dx dr_1 dr_2 |\varphi(\mu)\rangle \langle \varphi|, \quad (3b)$$

构造了一种新的三模压缩算符为

$$S(\mu) = :\exp\left\{\sum_{i=1}^3 [(a_i^{+2} - a_i^2)A + a_i^+ a_i C] - (a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3 - H.C.)B\right\}: = \text{sech}^{3/2}(\lambda) \exp[A(a_1^{+2} + a_2^{+2} + a_3^{+2}) + B(a_1^+ a_2^+ + a_1^+ a_3^+ + a_2^+ a_3^+)] \exp[\beta(a_1^+ a_1 + a_2^+ a_2 + a_3^+ a_3)] \times \exp[-A(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) - B(a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3)], \quad (4)$$

式中设  $\mu = \exp(\lambda), A = \frac{\mu^2 - 1}{6(1 + \mu^2)} = \frac{1}{6} \tanh \lambda, B = -\frac{2(\mu^2 - 1)}{3(1 + \mu^2)} = -\frac{2}{3} \tanh \lambda, C = \frac{2\mu}{1 + \mu^2} - 1, \beta =$

$\ln\left(\frac{2\mu}{1 + \mu^2}\right) = \ln(\text{sech } \lambda), :$  表示正规排序,  $\mu$  和  $\lambda$  均为压缩参数,  $H.C.$  为厄米共轭项。将  $S(\mu)$  作用在三模真空态上, 可得出一种新的三模压缩真空态为

$$|\varphi\rangle = S(\mu) |000\rangle. \quad (5)$$

### 3 量子态测量对光场量子特性的影响

现在考虑对三模压缩真空态 $|\varphi\rangle$ 中的第 1 和第 2 模场进行测量,若测得结果发现它们处于双模压缩态 $|\varphi\rangle_2$ ,那么第 3 模处于 $|\varphi\rangle_3$  态

$$|\varphi\rangle_3 = {}_2\langle\varphi|\varphi\rangle = N' \times_{12}\langle 00|\exp(a_1 a_2 \tanh \lambda') \times \exp\left[A \sum_{i=1}^3 a_i^{\dagger 2} + B(a_1^{\dagger} a_2^{\dagger} + a_1^{\dagger} a_3^{\dagger} + a_3^{\dagger} a_2^{\dagger})\right] |000\rangle_{123} = N \exp(x a_3^{\dagger 2}) |0\rangle_3, \quad (6)$$

式中  $N'$  和  $N$  为归一化常数,且有

$$|\varphi\rangle_2 = \exp(a_1^{\dagger} a_2^{\dagger} \tanh \lambda') \exp[(a_1^{\dagger} a_1 + a_2^{\dagger} a_2 + 1) \ln(\operatorname{sech} \lambda')] \exp(-a_1 a_2 \tanh \lambda') |00\rangle_{12}, \quad (7a)$$

$$x = A + \frac{1}{\sqrt{H}} \times B^2 \times (1 + 5A \tanh \lambda' + A) \tanh \lambda', \quad (7b)$$

$$H = (1 + 4A \tanh \lambda')^2 - 4A^2 \tanh \lambda', \quad (7c)$$

$$N = (1 - 4x^2)^{1/4}, \quad (7d)$$

式中  $\lambda'$  为双模压缩参数.对第 1 和第 2 模场进行测量后,第 3 模场塌缩到(6) 式所示的单模压缩态,其压缩参数为  $x$ .由(7b) 式可知  $x$  不但与原始三模压缩参数  $\lambda$  有关,而且还与第 1,2 模场的压缩参数  $\lambda'$  有关,因此量子态测量将影响第 3 模的压缩效应.下面讨论量子态测量对第 3 模场压缩效应、反聚束效应和光子统计分布的影响.

#### 3.1 量子态测量对第 3 模场压缩效应的影响

定义第 3 模场的两个正交分量为

$$F_1 = \frac{1}{2}(a_3 + a_3^{\dagger}), \quad (8a)$$

$$F_2 = \frac{1}{2i}(a_3 - a_3^{\dagger}), \quad (8b)$$

它们满足如下对易关系:

$$[F_1, F_2] = \frac{i}{2}. \quad (9)$$

为了描述  $F_j (j=1,2)$  分量被压缩的程度,定义变量

$$Y_j = \Delta F_j^2 - \frac{1}{4} = \langle F_j^2 \rangle - \langle F_j \rangle^2 - \frac{1}{4}. \quad (10)$$

则  $F_j$  分量被压缩的条件为  $Y_j < 0$ ,  $Y_j$  负值越大表示  $F_j$  分量被压缩越深.利用(4)式可得出三模压缩变换为

$$S^{-1}(\mu) a_1^{\dagger} S(\mu) = a_1^{\dagger} \cosh \lambda + \frac{1}{3} \sinh \lambda \times (a_1 - 2a_2 - 2a_3), \quad (11a)$$

$$S^{-1}(\mu) a_2^{\dagger} S(\mu) = a_2^{\dagger} \cosh \lambda + \frac{1}{3} \sinh \lambda \times (a_2 - 2a_1 - 2a_3), \quad (11b)$$

$$S^{-1}(\mu) a_3^{\dagger} S(\mu) = a_3^{\dagger} \cosh \lambda + \frac{1}{3} \sinh \lambda \times (a_3 - 2a_1 - 2a_2), \quad (11c)$$

利用(11)式可求出第 3 模场原有的压缩效应为

$$\langle a_3^{\dagger} \rangle = 0, \quad (12a)$$

$$\langle a_3^{\dagger 2} \rangle = \frac{1}{3} \sinh \lambda \times \cosh \lambda, \quad (12b)$$

$$\langle a_3^{\dagger} a_3 \rangle = \sinh^2 \lambda, \quad (12c)$$

$$Y_1 = \frac{1}{12} [2 \exp(2\lambda) + \exp(-2\lambda)] - \frac{1}{4}, \quad (12d)$$

$$Y_2 = \frac{1}{12} [2 \exp(-2\lambda) + \exp(2\lambda)] - \frac{1}{4}. \quad (12e)$$

可见  $F_1$  分量被压缩的条件为  $\frac{1}{2} < \exp(2\lambda) < 1$ , 而  $F_2$  分量被压缩的条件为  $1 < \exp(2\lambda) < 2$ . 进行量子态测量后第 3 模场的压缩效应为

$$\langle a_3^{\dagger} \rangle' = 0, \quad (13a)$$

$$\langle a_3^{\dagger 2} \rangle' = \frac{2x}{1 - 4x^2}, \quad (13b)$$

$$\langle a_3^{\dagger} a_3 \rangle' = \frac{4x^2}{1 - 4x^2}, \quad (13c)$$

$$Y_1' = \frac{4x + 8x^2}{1 - 4x^2} = \frac{x}{1 - 2x}, \quad (13d)$$

$$Y_2' = \frac{8x^2 - 4x}{1 - 4x^2} = -\frac{x}{1 + 2x}. \quad (13e)$$

为简单起见,以下仅讨论  $F_1$  分量的压缩情况.(13) 式表明测量后第 3 模的压缩效应由  $x$  决定,它不但与三模压缩参数  $\lambda$  有关,而且还与测量态的压缩参数  $\lambda'$  有关.为了具体展示压缩效应,双模压缩参数  $\lambda'$  分别取 0.1 和 0.5 时,  $Y_1$  和  $Y_1'$  随压缩参数  $\lambda$  演化的曲线如图 1 所示.图中实线和虚线分别表示  $Y_1$  和  $Y_1'$  的演化曲线.由图 1 中可见,  $Y_1$  的压缩区间为  $[-0.347, 0]$ , 其最大压缩出现在  $\lambda = -0.17$  处,最大压缩深度为  $Y_1 = -0.01429$ .图中虚线低于实线,这表明  $Y_1'$  的压缩效应比  $Y_1$  的压缩效应强.当  $\lambda =$

—0.17时,  $Y_1'$  随压缩参数  $\lambda'$  演化的曲线如图2所示。图2表明, 对不同的  $\lambda'$  值,  $Y_1'$  的压缩深度都比相应  $\lambda$  值的  $Y_1$  压缩深度更深。上述结果表明: 量子态测量可增强第3模场的压缩效应。

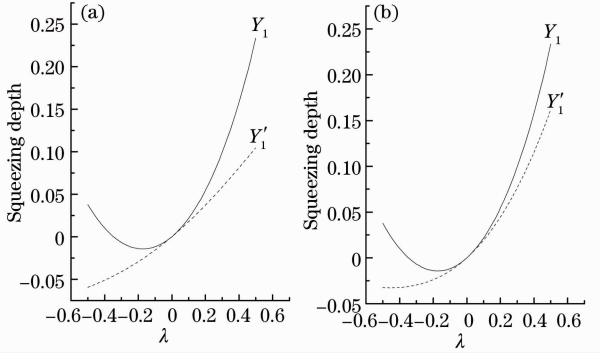


图1  $Y_1$  和  $Y_1'$  随参数  $\lambda$  的演化曲线。(a)  $\lambda' = 0.1$ ;  
(b)  $\lambda' = 0.5$

Fig. 1 Evolution curves of  $Y_1$  and  $Y_1'$  with parameter  $\lambda$ .  
(a)  $\lambda' = 0.1$ ; (b)  $\lambda' = 0.5$

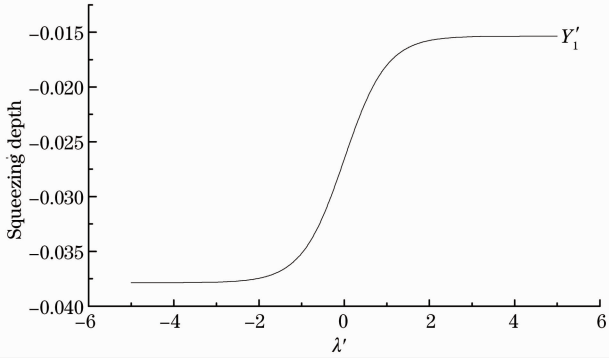


图2  $Y_1'$  随参数  $\lambda'$  的演化曲线 ( $\lambda = -0.17$ )

Fig. 2 Evolution curve of  $Y_1'$  with parameter  $\lambda'$  ( $\lambda = -0.17$ )

### 3.2 量子态测量对第3模场反聚束效应的影响

在量子理论中, 对于三模光场中第  $j$  模的二阶关联函数定义为

$$g_j^2 = \frac{\langle a_j^{+2} a_j^2 \rangle}{\langle a_j^+ a_j \rangle^2}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (14)$$

定义  $G_j = g_j^2 - 1$  ( $j = 1, 2, 3$ ), 若  $G_j < 0$ , 则称第  $j$  模光场呈现出反聚束效应。利用(11)式可计算出第3模场原有的二阶关联函数为

$$\langle a_3^+ a_3 \rangle = \sinh^2 \lambda, \quad (15a)$$

$$\langle a_3^{+2} a_3^2 \rangle = \sinh^2 \lambda \times \left( \frac{1}{9} \cosh^2 \lambda + 2 \sinh^2 \lambda \right), \quad (15b)$$

$$G_3 = \frac{\langle a_3^{+2} a_3^2 \rangle}{\langle a_3^+ a_3 \rangle^2} - 1 = \frac{\cosh^2 \lambda}{9 \sinh^2 \lambda} + 1 > 0. \quad (15c)$$

这表明第3模场呈现聚束效应。然而, 进行量子态测量后第3模场的二阶关联函数为

$$\langle a_3^+ a_3 \rangle' = \frac{4x^2}{1 - 4x^2}, \quad (16a)$$

$$\langle a_3^{+2} a_3^2 \rangle' = \frac{4x^2}{(1 - 4x^2)^2} (1 + 8x^2), \quad (16b)$$

$$G_3 = \frac{\langle a_3^{+2} a_3^2 \rangle}{\langle a_3^+ a_3 \rangle^2} - 1 = \frac{1}{4x^2} + 1 > 0. \quad (16c)$$

所以, 第3模场仍呈现聚束效应。这表明量子态测量不改变第3模场呈现聚束效应的性质。

### 3.3 量子态测量对第3模场光子统计分布的影响

Mandel Q 参量反映了光子统计分布对泊松分布的偏离, 定义为

$$Q = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1 = \frac{\langle (a^+ a)^2 \rangle - \langle a^+ a \rangle^2}{\langle a^+ a \rangle} - 1. \quad (17)$$

$Q=0, Q>0, Q<0$  分别表示光子统计分别处于泊松分布、超泊松分布和亚泊松分布。利用(11)式可计算出第3模场原有的 Mandel Q 参量为

$$\langle a_3^+ a_3 \rangle = \sinh^2 \lambda, \quad (18a)$$

$$\langle (a_3^+ a_3)^2 \rangle = \sinh^2 \lambda \times \left( \frac{10}{9} \cosh^2 \lambda + \sinh^2 \lambda \right), \quad (18b)$$

$$Q = \frac{10}{9} \cosh^2 \lambda - 1 = \frac{5}{18} [\exp(2\lambda) + \exp(-2\lambda)] - \frac{4}{9} = \frac{5}{18 \exp(2\lambda)} \left\{ \left[ \exp(2\lambda) - \frac{4}{5} \right]^2 + \frac{9}{25} \right\} > 0. \quad (18c)$$

所以, 第3模场光子数分布呈现超泊松分布。进行量子态测量后第3模场的 Mandel Q 参量为

$$\langle a_3^+ a_3 \rangle' = \frac{4x^2}{1 - 4x^2}, \quad (19a)$$

$$\langle (a_3^+ a_3)^2 \rangle' = \frac{8x^2 (1 + 2x^2)}{(1 - 4x^2)^2}, \quad (19b)$$

$$Q = \frac{1 + 4x^2}{1 - 4x^2}. \quad (19c)$$

当  $x^2 > \frac{1}{4}$  时,  $Q < 0$ , 呈现亚泊松分布。这表明量子态测量可使第3模场的光子统计分布呈现亚泊松分布。

## 4 结 论

研究了一种新的三模压缩真空态的量子特性, 考虑了对三模中的两个模进行测量的情况。通过对进行量子态测量前后第三模的压缩效应、反聚束效应和光子统计分布的比较, 讨论了量子态测量对第三模压缩效应、反聚束效应和光子统计分布的影响。研究结果表明: 对第1和第2模场进行测量后, 第3模场塌缩到单模压缩态, 其压缩参数不但与原始三

模压缩参数  $\lambda$  有关,而且还与测量态第 1,2 模场的压缩参数  $\lambda'$  有关。量子态测量使第三模的压缩效应和光子统计分布的非经典特性得到增强。但量子态测量不改变第 3 模场呈现聚束效应的性质。

### 参 考 文 献

- 1 G S Agarwal, K Tara. Nonclassical properties of states generated on a coherent state [J]. Phys Rev A, 1991, 43(1): 492-497.
- 2 S Wang, X X Xu, H C Yuan, *et al.*. Coherent operation operation of photon subtraction and addition for squeezed thermal states; analysis of nonclassicality and decoherence [J]. J Opt Soc Am B, 2011, 28(9): 2149-2158.
- 3 J Zhou, H Y Fan, J Song. Photon-subtracted two-mode squeezed thermal state and its photon-number distribution [J]. Int J Theor Phys, 2012, 51(5): 1591-1599.
- 4 Lan Haijiang, Pang Huafeng, Wei Lianfu. Wigner functions of multiple-photon excited coherent states [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(12): 8281-8288.  
蓝海江, 庞华锋, 韦联福. 多光子激发相干态的 Wigner 函数 [J]. 物理学报, 2009, 58(12): 8281-8288.
- 5 X X Xu, L Y Hu, H Y Fan. Photon-added squeezed thermal states; statistical properties and its decoherence in a photon-loss channel [J]. Opt Commun, 2010, 283(9): 1801-1809.
- 6 Meng Xiangguo, Wang Jisuo, Liang Baolong. Phase properties for the photon-added even and odd coherent states [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 721-726.  
孟祥国, 王继锁, 梁宝龙. 增光子奇偶相干态的相位特性 [J]. 光学学报, 2007, 27(4): 721-726.
- 7 H M Li, H C Yuan. Multi-mode Einstein-Podolsky-Rosen

- entangled state representation and its application [J]. Commun Theor Phys, 2008, 50(3): 615-618.
- 8 H Y Fan, Y Zhang. Common eigenkets of three-particle compatible observables [J]. Physical Review A, 1998, 57(5): 3225-3228.
- 9 H Q Li, T Q Ren, Y H Zhang, *et al.*. Four-mode coherent-entangled state and its application [J]. Chin Phys B, 21(1): 010305.
- 10 D M Lu. New entangled state representation and its characteristics for the three compatible operators [J]. Optoelectronics Letters, 2013, 9(5): 397-400.
- 11 Lu Daoming. The quantum properties of three parameter two-mode squeezed number state [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(21): 210302.  
卢道明. 三参数双模压缩粒子数态的量子特性 [J]. 物理学报, 2012, 61(21): 210302.
- 12 Lu Daoming. Quantum properties of three-mode squeezed number state [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(3): 032701.  
卢道明. 三模压缩粒子数态的量子特性 [J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(3): 032701.
- 13 Meng Xiangguo, Wang Jisuo, Liang Baolong. Wigner functions and tomogram functions of even and odd pair coherent states [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 549-555.  
孟祥国, 王继锁, 梁宝龙. 奇偶对相干态的维格纳函数和层析图函数 [J]. 光学学报, 2008, 28(3): 549-555.
- 14 Fan Hongyi. Optics Conversion from Quantum to Classically [M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2010. 101-110.  
范洪义. 光学变化从量子到经典 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2010. 101-110.

栏目编辑: 史 敏