

双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输

戴志平¹ 杨振军^{2*} 张书敏² 庞兆广² 游开明¹

¹ 衡阳师范学院物理与电子信息科学系, 湖南 衡阳 421002

² 河北师范大学物理科学与信息工程学院 河北省新型薄膜材料重点实验室, 河北 石家庄 050024

摘要 从描述强非局域介质中光束传输的非线性薛定谔方程出发,研究了(2+1)维双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输性质及其相互作用,给出了双曲余弦高斯光束在强非局域非线性介质中传输的解析表达式和二阶矩束宽的解析表达式,同时对两束双曲余弦高斯光束之间的相互作用进行了解析和数值分析。结果表明单光束入射强非局域介质时,存在一个临界功率,当入射功率等于临界功率时,光束在传输过程中的二阶矩束宽可以保持不变;当入射功率不等于临界功率时,光束的二阶矩束宽呈周期性变化。两束双曲余弦高斯光束共同传输时会相互吸引,并且横向强度分布变的较为复杂,给出了两束光传输时相互作用后的强度分布和轴上光强演化等结果。

关键词 非线性光学;激光光束;空间非局域效应;光束传输;相互作用

中图分类号 O437 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0819002

Propagation of Hyperbolic-Cosine Gaussian Beams in Strongly Nonlocal Media

Dai Zhiping¹ Yang Zhenjun² Zhang Shumin² Pang Zhaoguang² You Kaiming¹

¹ Department of Physics and Electronic Information Science, Hengyang Normal University, Hengyang, Hunan 421002, China

² Hebei Province Key Laboratory of Advanced Thin Film Material, College of Physics and Information Engineering, Hebei Normal University, Shijiazhuang, Hebei 050024, China

Abstract With the nonlinear Schrodinger equation describing of beam propagation in strongly nonlocal media, the interaction and propagation properties of (2+1)-dimensional hyperbolic-cosine Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media are studied. The analytical expressions of propagation of hyperbolic-cosine Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media and second moment beam width are obtained, while the interactions between two hyperbolic-cosine Gaussian beams are resolved and analyzed numerically. The results show that when the incidence is a single beam, there exists a critical power. When the input power is equal to the critical power, the second moment beam width remains invariant on propagation, otherwise the second moment beam width varies with a period during propagation. When two hyperbolic-cosine Gaussian beams propagate together, they always attract each other, and the transverse intensity distribution becomes complicated. The on-axis intensity evolution and the intensity distributions of the interaction between two beams during propagation are discussed in detail.

Key words nonlinear optics; laser beam; spatial nonlocality; beam propagation; interaction

OCIS codes 190.6135; 260.5950; 350.5500

收稿日期: 2014-04-02; 收到修改稿日期: 2014-04-25

基金项目: 国家自然科学基金(61308016, 11374089, 11347121)、中国博士后科学基金(2014M551041)、河北省自然科学基金(A2012205023, F2012205076, A2012205085)、湖南省自然科学基金(13JJ4097)、河北省教育厅重点项目(ZD20131014, ZH2011107)、河北师范大学自然科学基金(L2011B06)

作者简介: 戴志平(1981—),男,博士,讲师,主要从事非局域空间光孤子及光束传输方面的研究。

E-mail: daizhi169@163.com

* 通信联系人。E-mail: zjyang@vip.163.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

1 引 言

在传统的非线性光学中,光学介质的非线性响应通常被认为是局域的,即介质中某点的非线性响应仅仅依赖于该点处的光强,而与其他点的光强无关。但是对于实际的物理系统而言,许多介质对光场的非线性响应是非局域的,即介质的非线性响应不仅仅依赖于该点的光强,并且还依赖于该点周围的光强大小。例如向列相液晶^[1-3]、铅玻璃^[4-5]、原子蒸气^[6]、玻色-爱因斯坦凝聚体^[7]等介质分别由于分子的再取向、热传导、原子或分子扩散等原因都会引起介质的非局域非线性响应。近些年来,光束在非局域非线性介质中的传输成为激光领域中的研究热点之一。因为非局域效应的特殊性,在强非局域非线性介质中可以存在形状较为复杂的空间光孤子。在非局域介质中已经得到了高斯和高阶高斯孤子解^[8-12],椭圆孤子^[4,13-14],涡旋孤子解^[15-17],两极和多极孤子解^[5,18-20],暗孤子^[21-23],表面孤子^[24-26]等。与以往的局域光孤子相比,非局域光孤子的传输呈现出了很多新的性质。在强非局域非线性模型中,Guo等^[9,27]通过泰勒展开的方法得到了严格的高斯孤子解析解和大相移等结果,光束在强非局域非线性介质中具有自诱导分数傅里叶变换效应^[28-29],亮孤子之间总是相互吸引而与孤子之间的相位无关^[8,30],暗孤子之间也可以相互吸引^[31]。实验上,目前已经证实向列相液晶^[32]和铅玻璃^[4]属于强非局域介质,非局域光孤子的很多性质得到了验证^[1-5,27-28,33-36]。并且基于强非局域空间孤子相互作用特性的光子开关和光子逻辑门在理论或实验上也得到了实现^[37-39]。

自双曲余弦高斯光束^[40]被提出以后,一直受到人们重点关注。有较多的文献对此类光束在不同光学系统或介质中的传输性质进行了研究。例如Eyyuboglu等^[41-42]对双曲余弦高斯光束在湍流中的传输进行了研究,Zhou等^[43]对其在远场的传输特性进行了研究。在最近,Patil等^[44]则对双曲余弦高斯光束在等离子体中的自聚焦性质进行了研究,Lian等^[45]对非傍轴双曲余弦高斯涡旋光束被矩形孔衍射的相位奇异性进行了研究,Wang^[46]对其在三五阶非线性下的传输情况进行了分析。而在以往的非局域领域中,关注于非局域空间光孤子的研究比较多。由于传输中形状变化的光束在非局域介质中传输的复杂性,对此类光束的研究则相对较少。本文从非局域非线性薛定谔方程出发,给出了单个双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输解析表

达式,以及不同相对位置下双光束相互作用的解析形式,并对单光束传输性质和双光束的相互作用进行了详细的分析。

2 单光束传输性质

傍轴光束在非局域非线性介质中的传输可以用非局域非线性薛定谔方程来描述。在直角坐标系中,非局域非线性薛定谔方程如下式所示

$$2ikn_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} + n_0 \Delta_{\perp} \Phi + 2k^2 n_2 \Phi \int R(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \times |\Phi|^2 d^2 \mathbf{r}' = 0, \quad (1)$$

式中 $\Phi = \Phi(\mathbf{r}, z)$ 为傍轴光束的复包络振幅, $\mathbf{r} = (x, y)$ 表示横向空间坐标, $\mathbf{r}' = (x', y')$ 为响应函数 R 的横向空间坐标, z 为纵向空间坐标,代表着光束的传输方向, k 为仅考虑线性折射率时的波数, n_0 为介质的线性折射率, Δ_{\perp} 表示二维横向拉普拉斯算符, n_2 为非线性折射率系数, R 为非局域非线性介质的归一化对称实响应函数。如果 R 为 δ 函数,则(1)式退化为局域介质中的非线性薛定谔方程。如果介质响应函数的宽度远大于光束的宽度,则这种介质可称为强非局域非线性介质。在强非局域非线性介质中,将响应函数展开,并只保留前两项,(1)式可简化为Snyder-Mitchell线性模型^[8-9],即

$$2ik \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \Delta_{\perp} \Phi - k^2 \gamma^2 P_0 (x^2 + y^2) \Phi = 0, \quad (2)$$

式中 γ 为与介质有关的常数, $P_0 = \iint |\Phi|^2 dx dy$ 是光束的入射功率。(2)式虽然是将响应函数展开时只保留了前两项的结果,但是对于强非局域介质而言,可以达到良好的效果。例如,在文献^[9,11-12]中已经证明,如果响应函数的宽度比束宽大10倍以上,利用(2)式和(1)式所得的结果是完全符合的。因此,理论上,可以利用(2)式对任何光束在强非局域介质中的传输性质进行研究。

现在构建(2+1)维双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输形式。直角坐标系中,(2+1)维双曲余弦高斯光束在初始位置的表达式可以表示为^[40,43]

$$\Phi(x_0, y_0, 0) = A_0 \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \times \cosh(\Omega x_0) \cosh(\Omega y_0), \quad (3)$$

式中 $A_0 = \sqrt{8P_0/\pi\omega_0^2[1 + \exp(\Omega^2\omega_0^2/2)]}$ 为与功率有关的归一化系数,可保证光束具有的能量为 P_0 , (x_0, y_0) 为光束在入射平面上的空间横坐标, ω_0

为高斯光束的束腰宽度, $\cosh(\cdot)$ 为双曲余弦函数, Ω 为与双曲余弦函数有关的光束参数, $\Omega = 0$ 时, (3)式退化为高斯光束。由于数学上的复杂性, 用(2)式对形状不变的孤子形式的求解已经比较复杂。因此, 直接利用(2)式研究传输中形状变化的双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输性质基本上是不可行的。但基于以往本课题组的研究结果^[28-29], (2)式可以认为是线性方程, 所以可以通过类似于线性化的方法对双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输性质进行详细研究。单光束在由(2)式描述

的强非局域介质中传输时可认为是通过了一个 ABCD 系统^[28], ABCD 矩阵元可以表示为

$$\begin{aligned} A &= \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z), \\ B &= -\frac{1}{\sqrt{\gamma^2 P_0}} \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z), \\ C &= \sqrt{\gamma^2 P_0} \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z), \\ D &= \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z). \end{aligned} \quad (4)$$

光束在 ABCD 系统中的演化可用柯林斯公式^[47]来描述, 即

$$\Phi(x, y, z) = \frac{ik}{2\pi B} \exp\left[-\frac{ikD(x^2 + y^2)}{2B}\right] \iint \Phi(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ikA}{2B}(x_0^2 + y_0^2) - \frac{ik}{B}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0. \quad (5)$$

若将(4)式代入(5)式, 光束在强非局域介质中的传输表达式为

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) &= \frac{ik \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2\pi \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \exp\left[-\frac{ik \sqrt{\gamma^2 P_0} (x^2 + y^2)}{2 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}\right] \times \\ &\iint \Phi(x_0, y_0) \exp\left[\frac{ik \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} (x_0^2 + y_0^2) - \frac{ik \sqrt{\gamma^2 P_0}}{\sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} (xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0. \end{aligned} \quad (6)$$

将(3)式代入(6)式, 经过较为复杂的运算可以得到

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) &= \frac{A_0 k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \exp\left[\frac{\Omega^2 w_0^2 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}{\tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - ik w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}\right] \times \\ &\cosh\left[\frac{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega}{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot x\right] \cosh\left[\frac{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega}{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot y\right] \times \\ &\exp\left[\frac{k^2 w_0^4 \gamma^2 P_0 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - 2ik w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2ik w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} - 4 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot \frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right]. \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式即为(2+1)维双曲余弦高斯光束在强非局域非线性介质中传输的解析表达式。

为了讨论双曲余弦高斯光束在传输过程中的变化规律, 现在计算光束宽度随传输距离的变化。双曲余弦高斯光束在传输过程中的横向光强分布比较复杂, 因此用二阶矩统计束宽来描述该光束的宽度比较合适。由于双曲余弦高斯光束的对称性, 所以在 x 或 y 方向上的二阶矩光束宽度相同。在 x 方向上的二阶矩束宽定义式可以写为

$$w_r^2(z) = \frac{4 \iint x^2 |\Phi(x, y, z)|^2 dx dy}{\iint |\Phi(x, y, z)|^2 dx dy}. \quad (8)$$

根据(7)式和(8)式计算传输过程中双曲余弦高斯光束的二阶矩束宽显然是非常复杂的, 因此采用文献[48]的方法求解束宽的演化公式。在强非局域非线性介质中, 光束在任意位置时 x 或 y 方向上的二阶矩束宽 $w_r(z)$ 为

$$w_r^2(z) = A^2 w_0^2 + 2ABv + B^2 u, \quad (9)$$

式中 w_0 为光束在初始位置处的二阶矩束宽, u, v 的定义如下:

$$u = \frac{4 \int |\partial_x \Phi(x, y)|^2 dx}{k^2 \int |\Phi(x, y)|^2 dx}, \quad (10)$$

$$v = 4 \int x \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \psi^2(x, y) dx, \quad (11)$$

其中, $\phi(x, y)$ 为光束的相位, $\psi(x, y)$ 为光束的振幅。

根据二阶矩束宽的定义, 可求得双曲余弦高斯光束在初始位置的二阶矩束宽为

$$w_0(\Omega') = w_0 \left[1 + \frac{\Omega'^2}{1 + \exp(-\Omega'^2/2)}\right]^{1/2}, \quad (12)$$

式中 $\Omega' = \Omega w_0$ 。将(4)式和(12)式代入(9)式, 可以得到

$$w_r(z) = w_0 \left\{ \left[1 + \frac{\Omega'^2}{1 + \exp(-\Omega'^2/2)} \right] \cos^2(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 4 \left[1 - \frac{\Omega'^2}{1 + \exp(\Omega'^2/2)} \right] \frac{\sin^2(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}{k^2 w_0^4 \gamma^2 P_0} \right\}^{1/2}. \quad (13)$$

注意到在 $w_r(z)$ 表达式中,如果考虑单色双曲余弦高斯光束,且初始束宽 w_0 确定,则可以调节光束的入射功率 P_0 ,使得 $\sin^2(\cdot)$ 和 $\cos^2(\cdot)$ 两个三角函数前的系数相等。利用 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$,则可以达到在传输过程中,光束的二阶矩宽度与传输距离无关,即光束的二阶矩宽度不变。此时入射功率为临界功率 P_c ,通过计算可得临界功率为

$$P_c(\Omega') = \frac{1 + \exp(-\Omega'^2/2) - \Omega'^2 \exp(-\Omega'^2/2)}{1 + \Omega'^2 + \exp(-\Omega'^2/2)} \cdot \frac{4}{\gamma^2 k^2 w_0^4}. \quad (14)$$

下面讨论单光束的传输性质。为了讨论方便,引入一个参数

$$z_p = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 P_0}}, \quad (15)$$

在强非局域介质中的高斯型孤子的临界/孤子功率为^[9] $P_{gc} = 1/(\gamma^2 z_R^2)$,则有

$$z_p = \sqrt{\frac{P_{gc}}{P_0}} z_R, \quad (16)$$

式中 $z_R = k w_0^2/2$ 为高斯光束的瑞利距离。由(16)式可知 z_p 是一个随着入射功率变化而变化的参量。

图1和图2分别给出了初始位置处的二阶矩束宽和临界功率随双曲余弦函数参数 Ω' 的变化图。可以看到,随着 Ω' 的增加,光束的初始束宽也会增加,而且约在 $\Omega' > 1.5$ 以后光束宽度基本是与 Ω' 成正比关系。光束宽度的增加,将会导致光束的临界功率的下降(图2)。由于双曲余弦高斯光束的束宽总是大于基模高斯光束(图1),所以双曲余弦高斯光束的临界功率也总是小于基模高斯光束的临界/孤子功率,并且会随着 Ω' 的增加迅速减小(图2)。

图3给出了不同 Ω' 、不同入射功率下的二阶矩束宽演化图,其中虚线表示 $\Omega' = 0.5$,实线表示 $\Omega' = 1.0$,虚点线表示 $\Omega' = 2.0$ 。从图中可以看出,对于不同 Ω' 数值的双曲余弦高斯光束而言,在它们各自的临界功率入射时,它们都可以在传输中保持二阶矩光束宽度不变,但是对于另外两参数的光束则成周期性变化,由(13)式可知,周期为 πz_p 。例如,在图3(a)中,入射功率为 $\Omega' = 0.5$ 时的临界功率 $P_0 = P_c$,因此 $\Omega' = 0.5$ 的光束束宽不变。而对于 $\Omega' = 1.0$ 和 $\Omega' = 2.0$ 的光束而言,入射功率大于其临界功

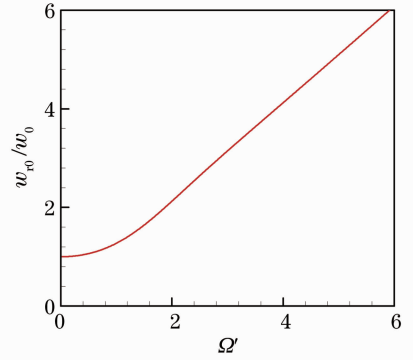


图1 初始光束束宽随双曲余弦函数的参数 Ω' 的变化
Fig. 1 Evolution of the initial beam width with the hyperbolic-cosine parameter Ω'

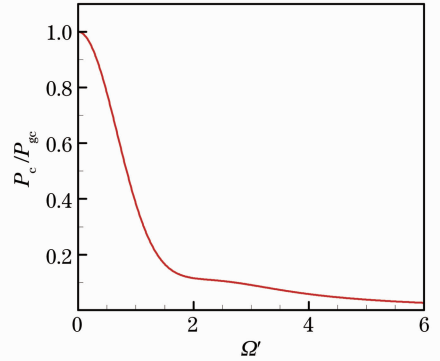


图2 临界功率随双曲余弦函数的参数 Ω' 的变化
Fig. 2 Evolution of the critical power with the hyperbolic-cosine parameter Ω'

率,所以会产生自聚焦效应,束宽变小。当光束聚焦到一定程度,光束变的很窄,衍射效应将会大于自聚焦效应,光束将会展宽,如此形成周期性的振荡变化。在图3(b)中,入射功率为 $\Omega' = 1.0$ 时的临界功率 $P_0 = P_c$,所以 $\Omega' = 1.0$ 的光束束宽不变。对于 $\Omega' = 2.0$ 的光束而言,入射功率仍然大于其临界功率,刚开始时仍然会产生自聚焦效应,束宽变小。但对于 $\Omega' = 0.5$ 的光束而言,入射功率小于其临界功率,刚开始时衍射效应占主导地位,束宽变宽,衍射效应也会逐渐减小,当光束展宽到一定程度时,自聚焦效应大于衍射效应,则光束将会变窄,同样会形成周期性的振荡变化。图3(c)中的束宽演化可用与图3(a)和图3(b)类似的分析进行解释。

图4给出了一个单光束在临界功率入射下,在不同传输距离时的横向光强分布和轴上光强的演化

图, 其中参数为 $\Omega' = 5$, $P_0 = P_c(\Omega' = 5)$ 。从图 4 中可以看到, 光束在传输时, 能量会逐渐向光束的中心会聚, 并且有更多的强度峰出现, 光束始终是关于 x 和 y 轴对称的, 在 $z = \pi z_p/2$ 时, 光束的强度峰数目达到最大值。 $\pi z_p/2 < z < \pi z_p$ 时, 光强的演化过程正好是 $0 < z < \pi z_p/2$ 的逆过程, 在一个 z_p 的距离内完成一个周期性变化, 这与图 3 一致。从图 4 光强

演化分布可以看出, 双曲余弦高斯光束横向光强分布在传输过程中的变化是比较复杂的, 但是由于是临界功率入射, 其二阶矩束宽是不变的。需要说明的是, 传输距离都使用 z_p 作为归一化距离, 这只是为分析光束的演化周期方便而采用的, z_p 是和入射功率有关的参数, 也就是说对于不同入射功率, z_p 代表的实际距离并不相同。

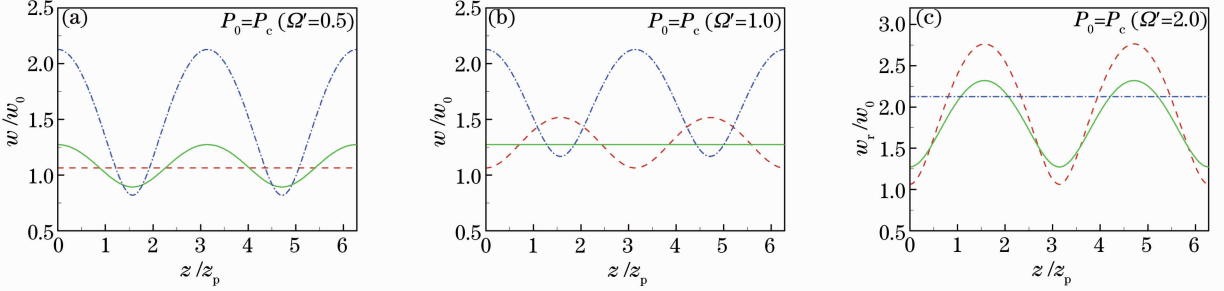


图 3 不同 Ω' 时光束宽度随传输距离的变化

Fig. 3 Evolutions of the beam width on propagation with different Ω'

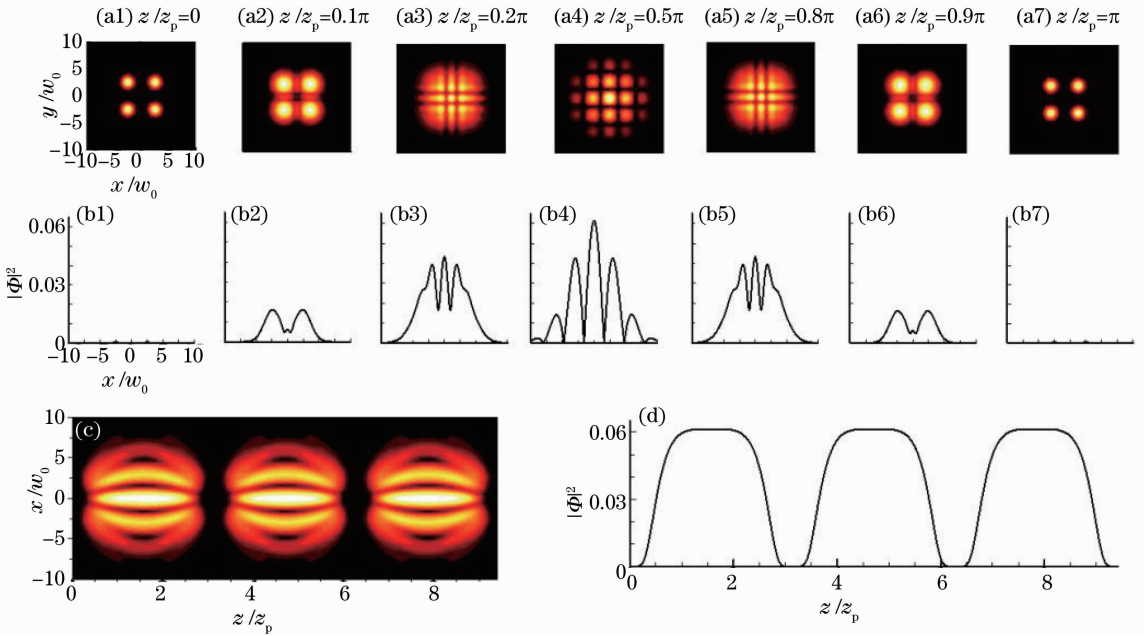


图 4 单个双曲余弦高斯光束传输中的光强分布。(a1)~(a7) 不同传输距离时的横向光强分布; (b1)~(b7) 对应图(a1)~(a7)的 x 方向上的光强分布; (c) x 方向上光强的演化图; (d) 轴上光强的演化

Fig. 4 Evolutions of the intensity of a single hyperbolic-cosine Gaussian beam on propagation. (a1)~(a7) Transversal intensity distributions at different propagation distances; (b1)~(b7) transversal intensity distributions in x direction at the distances corresponding to Fig. (a1)~(a7); (c) evolution of the intensity in x direction; (d) evolution of the on-axis intensity

3 双光束的相互作用

假设两束双曲余弦高斯光束的中心仅在 x 轴的正负方向上分别移动距离 d , 两束光的合场强在初始面的表达式可写为

$$\Phi'(x_0, y_0, 0) = A'_0 \exp\left(-\frac{y_0^2}{w_0^2}\right) \cosh(\Omega y_0) \times \left\{ \exp\left[-\frac{(x_0 - d)^2}{w_0^2}\right] \cosh[\Omega(x_0 - d)] + \exp\left[-\frac{(x_0 + d)^2}{w_0^2}\right] \cosh[\Omega(x_0 + d)] \right\}. \quad (17)$$

由于光束在强非局域介质中的传输可以看作是分数傅里叶变换过程,因此利用分数傅里叶变换的叠加定理和位移定理^[49],即

$$\begin{aligned} \hat{F}_a[Ag(\xi) + Bh(\xi)](x) &= A\hat{F}_a[g(\xi)](x) + B\hat{F}_a[h(\xi)](x), \\ \hat{F}_a[g(\xi + a)](x) &= \exp\left[ia\sin\alpha\left(x + \frac{a\cos\alpha}{2}\right)\right] \hat{F}_a[g(\xi)](x + a\cos\alpha), \end{aligned}$$

式中 $\hat{F}_a[g(\xi)](x)$ 代表对函数 $g(x)$ 作分数傅里叶变换, A, B, a 为常数, $g(\xi)$ 和 $h(\xi)$ 为任意函数。根据(6)式、(7)式和(17)式,经过复杂的运算可以得到两束光共同传输时的表达式为

$$\begin{aligned} \Phi'(x, y, z) &= \frac{A'_0 k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \times \\ &\exp\left[\frac{\Omega^2 w_0^2 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}{\tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}} + \frac{id^2 \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}{2w_0^2}\right] \times \\ &\left\{ \cosh\left[\frac{i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \Omega d - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega x}{2 \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}\right] \times \right. \\ &\exp\left[\frac{k^2 w_0^4 \gamma^2 P_0 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - 2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} - 4 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot \frac{[x - d \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)]^2}{w_0^2} - \frac{id \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) x}{w_0^2}\right] + \\ &\cosh\left[\frac{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \Omega d + k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega x}{2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}\right] \times \\ &\left. \exp\left\{\frac{k^2 w_0^4 \gamma^2 P_0 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - 2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} - 4 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot \frac{[x + d \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)]^2}{w_0^2} + \frac{id \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) x}{w_0^2}\right\} \right\} \times \\ &\cosh\left[\frac{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega y}{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}\right] \exp\left[\frac{k^2 w_0^4 \gamma^2 P_0 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - 2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} - 4 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot \frac{y^2}{w_0^2}\right]. \end{aligned} \quad (18)$$

若假设两束双曲余弦高斯光束的中心在 x 和 y 轴的正负方向上都分别移动距离 d ,两束光的合场强在初始面的表达式可写为

$$\begin{aligned} \Phi''(x_0, y_0, 0) &= A''_0 \exp\left[-\frac{(x_0 - d)^2 + (y_0 - d)^2}{w_0^2}\right] \cosh[\Omega(x_0 - d)] \cosh[\Omega(y_0 - d)] + \\ &A''_0 \exp\left[-\frac{(x_0 + d)^2 + (y_0 + d)^2}{w_0^2}\right] \cosh[\Omega(x_0 + d)] \cosh[\Omega(y_0 + d)]. \end{aligned} \quad (19)$$

同样,利用分数傅里叶变换的叠加和位移定理,可以得到此时两束光共同传输时的表达式

$$\begin{aligned} \Phi''(x, y, z) &= \frac{A''_0 k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + 2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \times \\ &\exp\left[\frac{\Omega^2 w_0^2 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}{\tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}} + \frac{id^2 \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}{w_0^2}\right] \times \\ &\left\{ \cosh\left[\frac{i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \Omega d - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega x}{2 \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}\right] \times \right. \\ &\cosh\left[\frac{i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \Omega d - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega y}{2 \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)}\right] \exp\left[-\frac{id \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) (x + y)}{w_0^2}\right] \times \\ &\left. \exp\left\{\frac{k^2 w_0^4 \gamma^2 P_0 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - 2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2i k w_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} - 4 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot \frac{[x - d \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)]^2 + [y - d \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)]^2}{w_0^2}\right\} \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cosh \left[\frac{k\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \Omega d + k\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega x}{2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + k\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \right] \times \\ & \cosh \left[\frac{k\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) \Omega d + k\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \Omega y}{2i \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) + k\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \right] \exp \left[\frac{id \sin(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) (x + y)}{\omega_0^2} \right] \times \\ & \exp \left\{ \frac{k^2 \omega_0^4 \gamma^2 P_0 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z) - 2ik\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0}}{2ik\omega_0^2 \sqrt{\gamma^2 P_0} - 4 \tan(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)} \cdot \frac{[x + d \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)]^2 + [y + d \cos(\sqrt{\gamma^2 P_0} z)]^2}{\omega_0^2} \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

根据(18)式和(20)式,图5和图6给出了两束光在初始平面仅在 x 方向上移动 $d = \pm 5\omega_0$ 和在 x 和 y 方向同时移动 $d = \pm 5\omega_0$ 的情况下,共同传输时在不同传输位置的光强分布和轴上光强演化图,其参数为 $d = 5\omega_0, \Omega' = 5, P_0 = P_c (\Omega' = 5)$ 。从图5和图6中可以看出,刚开始 $z = 0, 0.1\pi z_p$ 时,两束光相距较远,光场无重叠,每束光的传输和光强分布基本和单光束传输相同。与局域非线性介质不同,虽然两光束光场无重叠,但是由于强非局域特性,两个光束引起的折射率改变能够互相影响到对方,达到远程相互作用,因此两束光会相互吸引^[50]。所以,在

传输距离到 $z = 0.2\pi z_p, 0.5\pi z_p, 0.8\pi z_p$ 时,两束光之间有重叠,重叠部分的光强分布变得更加复杂。由于假设的为单色光,所以在两束光的重叠区域会有干涉现象出现,而且由于在图5中两束光初始时仅在 x 方向有相对移动,因此干涉条纹平行于 y 轴;而图6中两束光初始时在 x 和 y 方向都有相同的相对移动,因此干涉条纹与 x 轴有 45° 夹角。比较图4、图5和图6中 $z = 0.5\pi z_p$ 位置的光强分布,还可以看到除了两束光共同传输时有干涉条纹出现外,其光强分布的形状是相同的,即在上述图中第二行沿 x 方向的光强分布的包络是相同的。

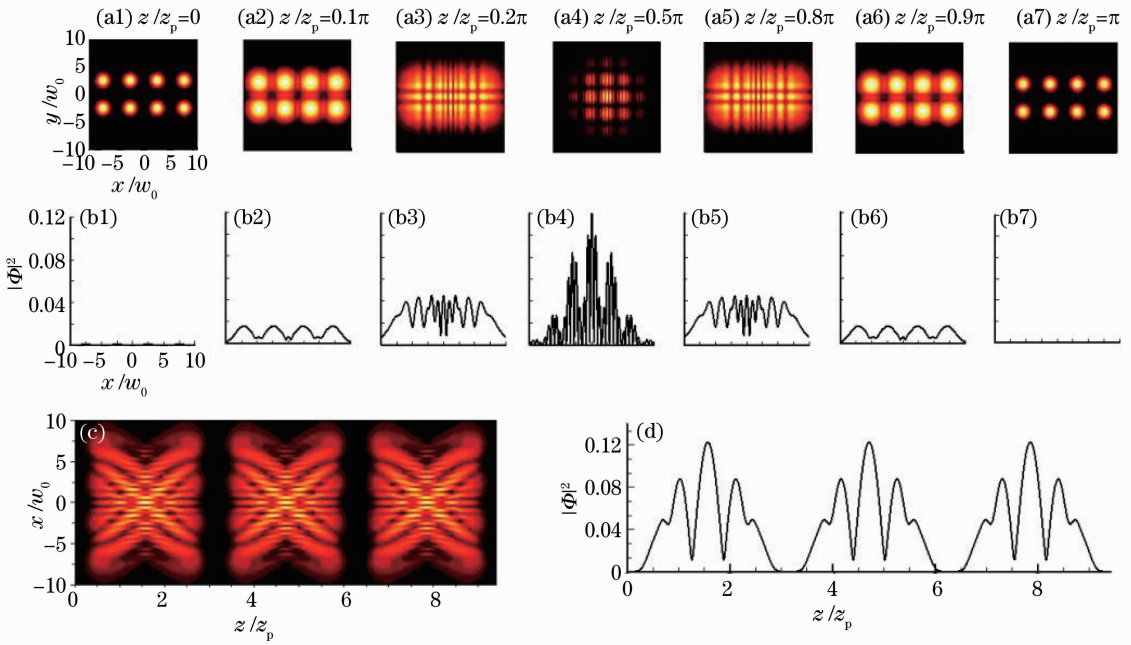


图5 根据(18)式得到的两个双曲余弦高斯光束共同传输时的光强分布。(a1)~(a7)不同传输距离时的横向光强分布;(b1)~(b7)对应图(a1)~(a7)的 x 方向上的光强分布;(c) x 方向上光强的演化;(d)轴上光强的演化

Fig. 5 Intensity distributions of interaction between two hyperbolic-cosine Gaussian beams on propagation based on Eq. (18). (a1)~(a7) Transversal intensity distributions at different propagation distances; (b1)~(b7) transversal intensity distributions in x direction at the distances corresponding to Fig. (a1)~(a7); (c) evolution of the intensity in x direction; (d) evolution of the on-axis intensity

4 结 论

详细讨论了在强非局域介质中双曲余弦高斯单

光束的传输性质和双光束的相互作用。单光束传输时,存在一个临界功率,入射功率等于临界功率时,

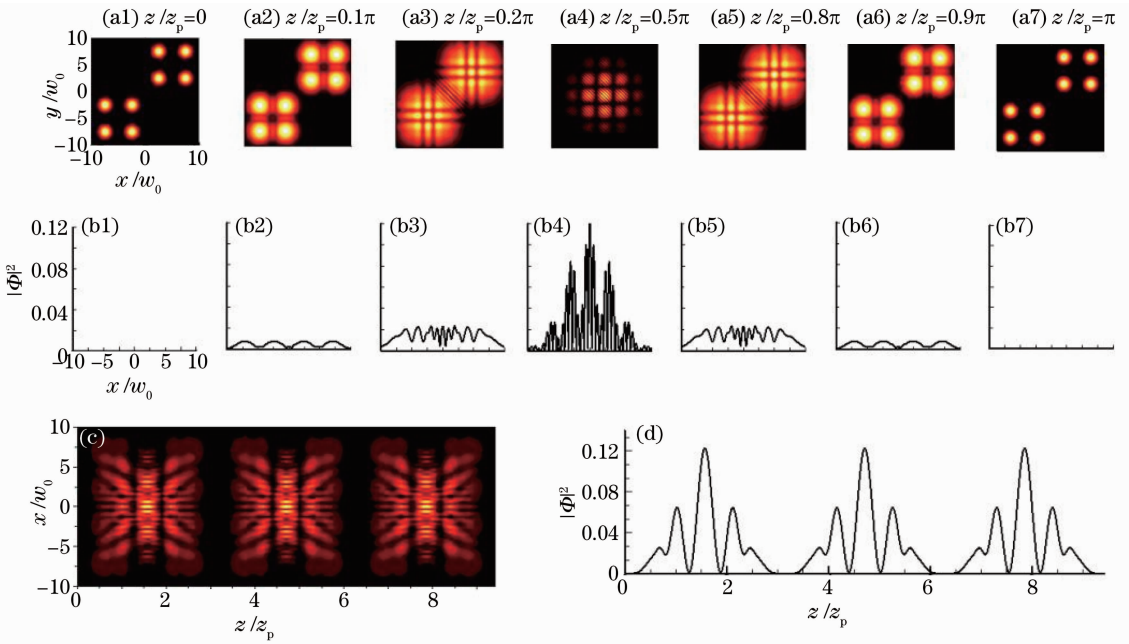


图 6 根据(20)式得到的两个双曲余弦高斯光束共同传输时的光强分布,其他同图 5

Fig. 6 Intensity distributions of interaction between two hyperbolic-cosine Gaussian beams on propagation based on Eq. (20). The others are the same as Fig. 5

虽然光束的横向光强分布随传输距离呈周期性变化,但是其统计束宽不变。如果仅从束宽考虑,则可认为是一种广义孤子形式。在非临界功率入射时,光束束宽呈周期性变化,光束是先展宽还是压缩取决于入射功率是小于还是大于临界功率。临界功率的大小除了和介质参数有关外,还与双曲余弦函数的参数有关,随着该参数的增大,临界功率迅速减小。双光束传输时,两光束会相互吸引,能量向中心汇聚,横向光强出现多峰分布,中心峰最强,光强重合部分会出现干涉图样,并且传输时同样具有周期性。单光束和双光束的传输周期都是 z_p ,但是 z_p 是与功率相关的函数,功率变大其周期变小,反之,功率变小其周期变大。所得结果对理解双曲余弦高斯光束在强非局域介质中的传输特性有着积极的贡献,并提供了一种研究光束在强非局域介质中传输和相互作用的方法。

参 考 文 献

- 1 M Peccianti, K A Brzdakiewicz, G Assanto. Nonlocal spatial soliton interactions in nematic liquid crystals [J]. Opt Lett, 2002, 27(16): 1460-1462.
- 2 M Peccianti, C Conti, G Assanto. Interplay between nonlocality and nonlinearity in nematic liquid crystals [J]. Opt Lett, 2005, 30(4): 415-417.
- 3 W Hu, T Zhang, Q Guo, et al.. Nonlocality-controlled interaction of spatial solitons in nematic liquid crystals [J]. Appl Phys Lett, 2006, 89(7): 071111.
- 4 C Rotschild, O Cohen, O Manela, et al.. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of

- coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons [J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(21): 213904.
- 5 C Rotschild, M Segev, Z Xu, et al.. Two-dimensional multipole solitons in nonlocal nonlinear media [J]. Opt Lett, 2006, 31(22): 3312-3314.
- 6 S Skupin, M Saffman, W Krolikowski. Nonlocal stabilization of nonlinear beams in a self-focusing atomic vapor [J]. Phys Rev Lett, 2007, 98(26): 263902.
- 7 P Pedri, L Santos. Two-dimensional bright solitons in dipolar Bose-Einstein condensates [J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(20): 200404.
- 8 A W Snyder, D J Mitchell. Accessible solitons [J]. Science, 1997, 276(5318): 1538-1541.
- 9 Q Guo, B Luo, F Yi, et al.. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons [J]. Phys Rev E, 2004, 69(1): 016602.
- 10 D Buccoliero, A S Desyatnikov, W Krolikowski, et al.. Laguerre and Hermite soliton clusters in nonlocal nonlinear media [J]. Phys Rev Lett, 2007, 98(5): 053901.
- 11 D M Deng, Q Guo. Ince-Gaussian solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. Opt Lett, 2007, 32(21): 3206-3208.
- 12 D M Deng, Q Guo, W Hu. Complex-variable-function-Gaussian solitons [J]. Opt Lett, 2009, 34(1): 43-45.
- 13 S Cheng, Q Wang, L J Ge, et al.. Elliptical Gaussian solitons in synthetic nonlocal nonlinear media [J]. Chin Phys B, 2011, 87(2): 023815.
- 14 G Liang, Q Guo. Spiraling elliptic solitons in nonlocal nonlinear media without anisotropy [J]. Phys Rev A, 2013, 88(4): 043825.
- 15 M Shen, Y Y Lin, C C Jeng, et al.. Vortex pairs in nonlocal nonlinear media [J]. J Opt, 2012, 14(6): 065204.
- 16 F W Ye, Y V Kartashov, B Hu, et al.. Twin-vortex solitons in nonlocal nonlinear media [J]. Opt Lett, 2010, 35(5): 628-630.
- 17 D Q Lu, W Hu. Multiringed breathers and rotating breathers in strongly nonlocal nonlinear media under the off-waist incident condition [J]. Phys Rev A, 2009, 79(4): 043833.
- 18 L J Ge, Q Wang, M Shen, et al.. Dipole solitons in nonlocal nonlinear media with anisotropy [J]. Opt Commun, 2011, 284

- (9); 2351–2356.
- 19 Z J Yang, X K Ma, Y Z Z Heng, *et al.*. Dipole solitons in nonlinear media with an exponential-decay nonlocal response [J]. *Chin Phys Lett*, 2011, 28(7): 074213.
- 20 Yang Zhenjun, Li Shaohua, Lu Daquan, *et al.*. Variational analysis of dipole soliton in nonlocal nonlinear Kerr media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(7): 4707–4714.
杨振军, 李少华, 陆大全, 等. 非局域非线性克尔介质中两极孤子的变分解[J]. *物理学报*, 2010, 59(7): 4707–4714.
- 21 Q Kong, Q Wang, O Bang, *et al.*. Analytical theory of dark nonlocal solitons [J]. *Opt Lett*, 2010, 35(13): 2152–2154.
- 22 Q Kong, M Shen, Z Y Chen, *et al.*. Dark solitons in nonlocal media with competing nonlinearities [J]. *Phys Rev A*, 2013, 87(6): 063832.
- 23 Gao Xinghui, Yang Zhenjun, Zhou Luohong, *et al.*. Influence of nonlocalization degree on the interaction between spatial dark solitons [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(8): 084213.
高星辉, 杨振军, 周罗红, 等. 非局域程度对空间暗孤子相互作用的影响[J]. *物理学报*, 2011, 60(8): 084213.
- 24 Z J Yang, X K Ma, D Q Lu, *et al.*. Relation between surface solitons and bulk solitons in nonlocal nonlinear media [J]. *Opt Express*, 2011, 19(6): 4890–4901.
- 25 X K Ma, Z J Yang, D Q Lu, *et al.*. Solution for (1+1)-dimensional surface solitons in thermal nonlinear media [J]. *Phys Rev A*, 2011, 83(3): 033829.
- 26 Z W Shi, H G Li, Q Guo. Multipole surface solitons supported by the interface between linear media and nonlocal nonlinear media [J]. *Phys Lett A*, 2012, 376(36): 2509–2514.
- 27 Q Shou, X Zhang, W Hu, *et al.*. Large phase shift of spatial solitons in lead glass [J]. *Opt Lett*, 2011, 36(21): 4194–4196.
- 28 D Q Lu, W Hu, Y J Zheng, *et al.*. Self-induced fractional Fourier transform and revivable higher-order spatial solitons in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Phys Rev A*, 2008, 78(4): 043815.
- 29 Z J Yang, D Q Lu, W Hu, *et al.*. Propagation of optical beams in strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Phys Lett A*, 2010, 374(39): 4007–4013.
- 30 P D Rasmussen, O Bang, W Królikowski. Theory of nonlocal soliton interaction in nematic liquid crystals [J]. *Phys Rev E*, 2005, 72(6): 066611.
- 31 N I Nikolov, D Neshev, W Królikowski, *et al.*. Attraction of nonlocal dark optical solitons [J]. *Opt Lett*, 2004, 29(3): 286–288.
- 32 C Conti, M Peccianti, G Assanto. Observation of optical spatial solitons in a highly nonlocal medium [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92(11): 113902.
- 33 M Kwasny, A Piccardi, A Alberucci, *et al.*. Nematicon-nematicon interactions in a medium with tunable nonlinearity and fixed nonlocality [J]. *Opt Lett*, 2011, 36(13): 2566–2568.
- 34 Y V Izdebskaya, A S Desyatnikov, Y S Kivshar. Self-induced mode transformation in nonlocal nonlinear media [J]. *Phys Rev Lett*, 2013, 111(12): 123902.
- 35 A Dreischuh, D N Neshev, D E Petersen, *et al.*. Observation of attraction between dark solitons [J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 96(4): 043901.
- 36 Z P Dai, X H Ling, Y W Wang, *et al.*. The mobility of nonlocal solitons in fading optical lattices [J]. *Chin Phys B*, 2013, 22(10): 104209.
- 37 M Peccianti, C Conti, G Assanto, *et al.*. All-optical switching and logic gating with spatial solitons in liquid crystals [J]. *Appl Phys Lett*, 2002, 81(18): 3335–3337.
- 38 Y V Izdebskaya, J Rebling, A S Desyatnikov, *et al.*. All-optical switching of a signal by a pair of interacting nematicons [J]. *Opt Express*, 2012, 20(22): 24701–24707.
- 39 Z P Dai, Q Guo. Spatial soliton switching in strongly nonlocal media with longitudinally increasing optical lattices [J]. *J Opt Soc Am B*, 2011, 28(1): 134–138.
- 40 B D Lu, H Ma, B Zhang. Propagation properties of cosh-Gaussian beams [J]. *Opt Commun*, 1999, 164(4-6): 165–170.
- 41 H T Eyyuboglu, Y Baykal. Average intensity and spreading of cosh-Gaussian laser beams in the turbulent atmosphere [J]. *Appl Opt*, 2005, 44(6): 976–983.
- 42 X X Chu, C H Qiao, X X Feng. The effect of non-Kolmogorov turbulence on the propagation of cosh-Gaussian beam [J]. *Opt Commun*, 2010, 283(18): 3398–3403.
- 43 G Q Zhou, F Q Liu. Far field structural characteristics of cosh-Gaussian beam [J]. *Opt Laser Technol*, 2008, 40(2): 302–308.
- 44 S D Patil, M V Takale, S T Navare, *et al.*. Relativistic self-focusing of cosh-Gaussian laser beams in a plasma [J]. *Opt Laser Technol*, 2012, 44(2): 314–317.
- 45 X X Lian, B D Lu. Phase singularities of nonparaxial cosh-Gaussian vortex beams diffracted by a rectangular aperture [J]. *Opt Laser Technol*, 2011, 43(7): 1264–1269.
- 46 J M Wang. Traveling wave evolutions of a cosh-Gaussian laser beam in both Kerr and cubic quintic nonlinear media based on mathematica [J]. *Chin Phys Lett*, 2011, 28(3): 030202.
- 47 S A Collins. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J Opt Soc Am*, 1970, 60(9): 1168–1177.
- 48 P A Belanger. Beam propagation and the ABCD ray matrices [J]. *Opt Lett*, 1991, 16(4): 196–198.
- 49 Song Feijun, Jutamulia S. *Advanced Optical Information Processing* [M]. Beijing: Peking University Press, 2001. 96–103.
宋菲君, Jutamulia S. *近代光学信息处理* [M]. 北京: 北京大学出版社, 2001. 96–103.
- 50 L G Cao, Y J Zheng, W Hu, *et al.*. Long-range interactions between nematicons [J]. *Chin Phys Lett*, 2009, 26(6): 064209.