

基于 Levenbery-Marquardt 算法的点衍射 三维坐标测量方法

王道档^{1,2} 王福民¹ 陈茜茜¹ 孔 明¹ 赵 军¹

(¹ 中国计量学院计量测量工程学院, 浙江 杭州 310018
² 天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要 针对现有点衍射三维坐标测量系统中的坐标高精度解调问题, 提出了一种基于 Levenbery-Marquardt (L-M) 算法的点衍射干涉测量方法。基于 L-M 算法的点衍射测量技术是以点衍射干涉理论为基础, 在实现干涉场相位分布信息解调的基础上运用基于 L-M 算法的二重迭代算法重构出点衍射源的三维坐标。为验证所提出测量方法的可行性, 同时进行了计算机仿真和测量实验, 并与三坐标测量机的测量结果进行了对比。结果表明: 该测量方法可在 xyz 三维方向上 $100\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 300\text{ mm}$ 空间范围内实现优于微米量级的测量精度。该测量方法具有不依赖算法迭代初值、测量精度高、运算速度快、抗噪声能力强等诸多优点, 在三维坐标测量及测量系统的校准中具有较好的实用性。

关键词 测量; 三维坐标; 点衍射干涉技术; Levenbery-Marquardt 算法; 二重迭代

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0812001

Three-Dimensional Coordinate Measurement with Point-Diffraction Interferometer Based on Levenbery-Marquardt Algorithm

Wang Daodang^{1,2} Wang Fumin¹ Chen Xixi¹ Kong Ming¹ Zhao Jun¹

¹ College of Metrology and Measurement Engineering, China Jiliang University,
Hangzhou, Zhejiang 310018, China

² State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University,
Tianjin 300072, China

Abstract Aiming at the precise demodulation of three-dimensional coordinate with point-diffraction interferometer, a method based on Levenbery-Marquardt (L-M) algorithm is proposed for three-dimensional coordinate measurement. With the phase distribution demodulated in point-diffraction interferometry, a double-iterative method based on L-M algorithm is applied to reconstruct the three-dimensional coordinate of point-diffraction source. Both computer simulation and experimental measurement comparing with coordinate measurement machine are carried out to verify the feasibility of the proposed measurement method. Experimental results show that the proposed method can both reach the measurement precision in the order of micron within a $100\text{ mm} \times 100\text{ mm} \times 300\text{ mm}$ working volume. This measurement method does not rely on the initial iteration value, and also has high measurement precision, fast processing speed and preferable anti-noise ability. It is of great practicality for measurement of three-dimensional coordinate and calibration of measurement system.

Key words measurement; three-dimensional coordinate; point-diffraction interferometry; Levenbery-Marquardt algorithm; double iteration

OCIS codes 120.2650; 120.3180; 120.4640

收稿日期: 2014-01-16; 收到修改稿日期: 2014-04-01

基金项目: 浙江省自然科学基金(LQ13F050002)、精密测试技术及仪器国家重点实验室开放基金、广西自动检测技术与仪器重点实验室开放基金(YQ14206)

作者简介: 王道档(1986—), 男, 博士, 讲师, 主要从事光电精密检测、点衍射干涉技术方面的研究。

E-mail: wangdaodang@sina.com

1 引 言

随着精密测量技术的发展和三坐标测量机的问世,三维坐标测量技术在精密测量、设计与加工所涉及的各个领域都得到了广泛应用。目前常用的三维坐标测量系统主要包括三坐标测量机、双经纬仪系统^[1]、多路激光跟踪干涉测量系统^[2]以及光笔式单摄像机视觉测量系统^[3]等。其中,双经纬仪和多路激光跟踪干涉测量系统都需要多个测量仪器,不仅成本高,而且在系统布局方面存在一定难度;而光笔式单摄像机视觉测量系统只能应用于精度要求不高的大尺寸测量,而无法满足微米或亚微米量级的测量要求。目前三维坐标的高精度测量仍主要采用三坐标测量机^[4],但是其需要配置制作复杂、价格高昂的长导轨与庞大的测量平台,其结构复杂、设备庞大,故不能满足现场快速测量的需要。

近年来,点衍射干涉技术得到了快速发展,并在高精度面形等几何量测量中得到了较好的应用^[5-6]。尤其是随着光纤制造工艺以及针孔加工技术的发展^[7-8],可获得 $2\sim 3\ \mu\text{m}$ 量级甚至更小尺寸的点衍射源,很好地促进了点衍射干涉检测技术的快速发展及应用。在点衍射干涉技术中,利用点衍射原理获得理想球面波前可以达到衍射极限性能的分辨率,以此作为参考波前可获得优于 $10^{-4}\lambda$ (波长 $\lambda=632.8\ \text{nm}$)量级的测量基准,并使得检测精度具有较好的再现性^[9-12]。目前所研究的点衍射三维坐标测量系统^[13-14]由一个移动的点衍射测头和一个固定的探测器组成,测头上有两个点衍射源发出两个相干球面波前,并由探测器接收所产生的干涉条纹,在解调出干涉场相位分布基础上,通过迭代算法可确定点衍射探头的三维坐标位置。但现有的点衍射三维坐标测量方法中迭代算法多数采用拟牛顿(BFGS)算法,此算法的初值要求在真实值的 $\pm 100\ \mu\text{m}$ 范围内,

在实际测量中很难保证合理的初值选取范围;并且在均方根为 $1\ \text{nm}$ 的随机噪声情况下,BFGS的收敛率仅为 77% ,且需要数秒计算时间^[15]。因此无论从初值选取、测量精度还有数值计算效率等方面,都难以满足实际测量要求。

本文针对现有点衍射三维坐标测量系统中三维坐标高精度解调等问题,提出基于Levenberg-Marquardt(L-M)算法的点衍射三维坐标测量方法,采用二重迭代L-M算法实现三维坐标的高精度重构,即通过第一步L-M算法迭代计算求得局部最优解,并利用局部最优解进行第二步L-M算法迭代计算求得三维坐标的全局最优解。为验证所提出测量方法的可行性及测量结果的可靠性,进行了计算机数值仿真及实验测量,并与三坐标测量机测量结果进行了对比分析。

2 测量原理与三维坐标重构算法

点衍射三维坐标测量系统的光路示意图如图1(a)所示。来自于偏振激光器的激光束(光波长 $\lambda=632.8\ \text{nm}$)经 $1/2$ 波片HWP1调节可得到不同偏振方向的线偏振光,再通过偏振分光棱镜(PBS)分成两部分,即p光透射、s光反射;其中s分量反射光经过一个快轴方向与 x 方向成 45° 夹角的 $1/4$ 波片(QWP)后,被安装于移相器压电陶瓷(PZT)上的反射镜反射回来,第二次经过 $1/4$ 波片后透过偏振分光棱镜,并通过光纤耦合器耦合到一根单模光纤上;p分量透射光通过 $1/2$ 波片HWP2后,经光纤耦合器耦合到另一根单模光纤上。测量系统中将两根单模光纤的末端安装于一个测量探头之上,称为点衍射探头,其结构示意图如图1(b)所示。两根单模光纤在横向上偏移,可于CCD探测器上得到两点衍射球面波前干涉条纹。利用移相器PZT对反射镜进

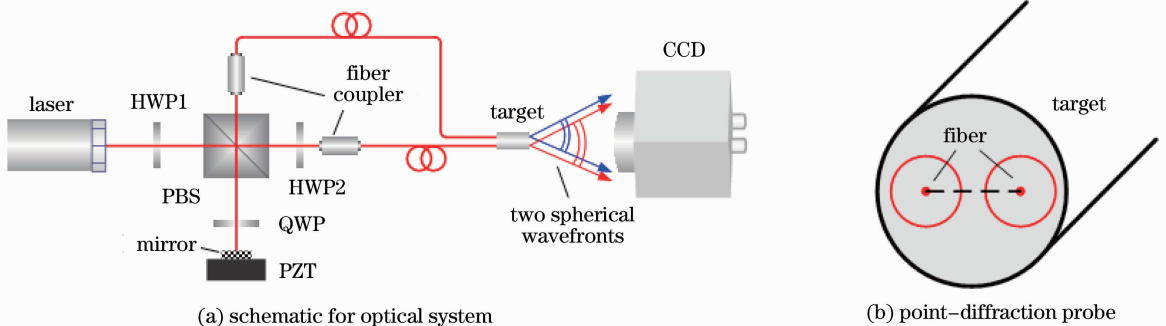


图1 点衍射三维坐标测量系统及点衍射探头示意图

Fig. 1 Schematic for point-diffraction three-dimensional coordinate measurement system and point-diffraction probe

行微位移移动,改变两点衍射球面波前之间的光程差,可实现对干涉场干涉的多步移相检测^[16],进而可采用计算机数值迭代优化重构算法实现点衍射探头三维坐标的高精度测量。

2.1 点衍射三维坐标测量系统数学模型

根据上述图 1 所示的点衍射三维坐标测量系统,利用干涉场相位分布与光程差的对应关系可构建点衍射三维坐标测量数学模型,如图 2 所示。

定义 CCD 平面为 xoy 平面,其中心位置为原点位置 O ,令 CCD 平面上干涉场中任意一空间点 P 处到两根光纤出射端面的距离分别为 r_1 和 r_2 ,可得到

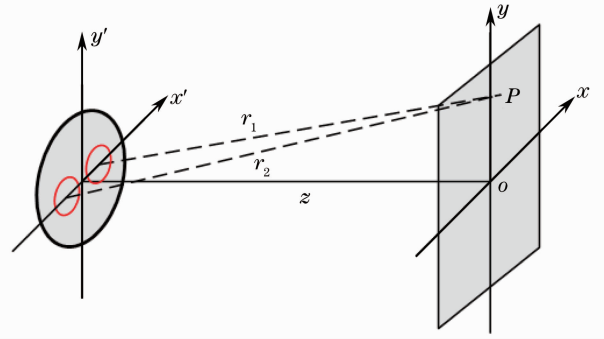


图 2 三维坐标重构模型

Fig. 2 Model for three coordinate reconstruction
P 点处的相位差为

$$\varphi(x, y, z) = \frac{2\pi}{\lambda} [r_1(x, y, z) - r_2(x, y, z)] = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right], \quad (1)$$

式中 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 分别表示两点衍射源的三维空间坐标, (x, y, z) 表示 CCD 平面上 P 点的坐标。由(1)式可知坐标 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 与空间点 P 处的相位分布 $\varphi(x, y, z)$ 存在一一对应关系。建立波面误差方程

$$f(\mathbf{x}) = \frac{2\pi}{\lambda} (\varphi^k - \varphi^0) - \xi, \quad (2)$$

式中向量 \mathbf{x} 代表未知的两点衍射源的空间坐标值,即 $\mathbf{x} = \{x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2\}$, ξ 表示实际测量得到的相位差值, φ^k 和 φ^0 分别为

$$\begin{cases} \varphi^k(x^k, y^k, z^k) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\sqrt{(x^k-x_1)^2 + (y^k-y_1)^2 + (z^k-z_1)^2} - \sqrt{(x^k-x_2)^2 + (y^k-y_2)^2 + (z^k-z_2)^2} \right] \\ \varphi^0(x^0, y^0, z^0) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\sqrt{(x^0-x_1)^2 + (y^0-y_1)^2 + (z^0-z_1)^2} - \sqrt{(x^0-x_2)^2 + (y^0-y_2)^2 + (z^0-z_2)^2} \right] \end{cases}, \quad (3)$$

式中 (x^k, y^k, z^k) 表示 CCD 平面上第 k 个像素点的坐标。对于 $f(\mathbf{x})$ 来说,每一个像素点可构建一个非线性方程。为表述方便,可将(2)式中的向量 \mathbf{x} 表示为 $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, 如在 CCD 平面上选取 m 个像素点进行计算,设 M, L 为常数可得

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_6) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_6) \\ \vdots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_6) \end{cases}. \quad (4)$$

由于(4)式中含有 6 个未知量,则至少应对 CCD 平面上 6 个像素点的坐标及其对应的相位信息进行分析,通过解含有 6 个未知数的方程组得到两点衍射源的空间坐标 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) ,进而得到被测目标的空间位置。

2.2 三维坐标重构迭代算法

在点衍射三维坐标测量中,为提高测量精度和

抗干扰能力,可在 CCD 平面选取 $m (m > 6)$ 个像素点组成超定非线性方程组进行坐标重构。可将(4)式转化成二次泛函形式,即

$$\phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} f(\mathbf{x}^\top) f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m f_i^2(\mathbf{x}). \quad (5)$$

函数 $\phi(\mathbf{x})$ 的极小点 \mathbf{x}^* 即为方程组(4)式的最小二乘解,也即待测的两点衍射源空间坐标值,由此可将非线性超定方程组的求解问题变为非线性最小二乘求解问题。为求解极小点 \mathbf{x}^* ,取(5)式中 $\phi(\mathbf{x})$ 的梯度函数 $g(\mathbf{x})$ 为 0,即

$$g(\mathbf{x}) = \nabla \phi(\mathbf{x}) = [\mathbf{D}_f(\mathbf{x})]^\top f(\mathbf{x}) = 0, \quad (6)$$

式中 $\mathbf{D}_f(\mathbf{x})$ 为雅可比矩阵。

在非线性最小二乘求解问题中,最常用 Gauss-Newton 算法和 L-M 算法^[17] 两种方法。与 Gauss-Newton 算法相比,L-M 算法更具稳定性,且能够避免迭代矩阵奇异或病态,故这里选用 L-M 算法进行点

衍射三维坐标的重构。L-M 算法的基本思想是将函数 $f(x)$ 线性化, 在 x^k 点对 $f(x)$ 进行 Taylor 展开:

$$f(x) \approx D_f(x^k)(x - x^k) + f(x^k). \quad (7)$$

根据(6)式和(7)式可推导得到 L-M 算法的迭代公式

$$x^{k+1} = x^k - \{ [D_f(x^k)]^T D_f(x^k) + \mu_k I \}^{-1} \times [D_f(x^k)]^T f(x^k), \quad (8)$$

式中 I 为单位矩阵, $\mu_k I$ 为防止迭代矩阵奇异加入的阻尼项。可将(8)式记为

$$x^{k+1} = x^k - G(x^k)^{-1} g(x^k). \quad (9)$$

由于(5)式具有高度非线性, 因而在利用数值优化算法进行计算时很容易陷入局部最优解, 影响测量精度。针对此问题, 提出了基于 L-M 算法的二重迭代算法进行坐标重构, 即: 先在 CCD 阵列平面上选取较少像素点代入(4)式中, 利用 L-M 算法快速求解出局部最优解; 将求得的局部最优解作为下一步迭代初值, 并在 CCD 阵列平面上取多个像素点,

继续进行 L-M 算法迭代计算, 进而求解出全局最优解。基于 L-M 算法的二重迭代三维坐标重构算法流程图如图 3 所示, 具体为:

- 1) 给出任意初始点 x_0 , 精度要求 $\epsilon > 0$, 令 $k_1 = 0$, 在 CCD 平面取 n_1 个像素点 ($n_1 \geq 6$)。
- 2) 若 $\|g_1(x^k)\| \leq \epsilon$, 算法终止, 得到坐标的局部最优解 x_1^k , 步骤转 4); 否则, 转步骤 3)。
- 3) 令 $x_1^{k+1} = x_1^k - \overline{G_1(x^k)}^{-1} g_1(x^k)$, $k_1 = k_1 + 1$, 转步骤 2)。
- 4) 令 x_1^k 作为初始点, $k_2 = 0$, 在 CCD 平面取 n_2 个像素点 ($n_2 > n_1$)。
- 5) 若 $\|g_2(x^k)\| \leq \epsilon$, 算法终止, 得到问题的全局最优解 x_2^k 。否则, 转步骤 6)。
- 6) 令 $x_2^{k+1} = x_2^k - \overline{G_2(x^k)}^{-1} g_2(x^k)$, $k_2 = k_2 + 1$, 转步骤 5)。

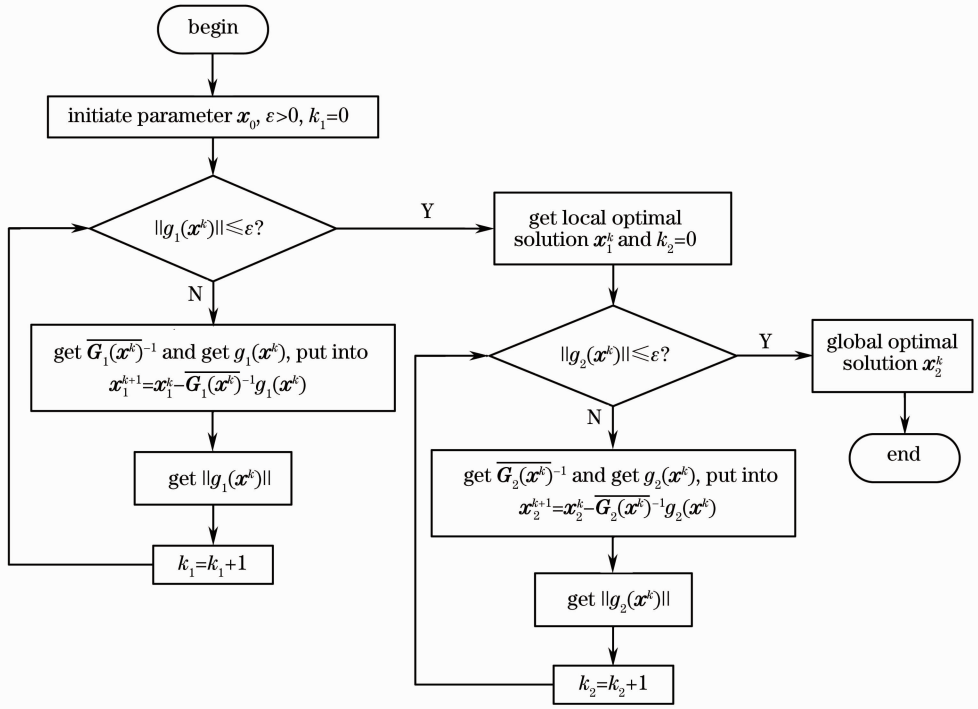


图 3 基于 L-M 算法的二重迭代三坐标重构流程图

Fig. 3 Procedure for double-iterative three-coordinate reconstruction based on L-M algorithm

3 数值仿真及实验测量结果

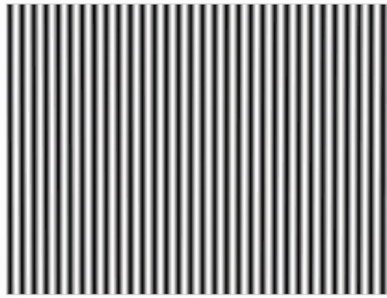
3.1 数值仿真

仿真中取探测器的像素数为 $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$, 其横向和纵向像素尺寸分别为 $8.44 \mu\text{m}$ 和 $9.78 \mu\text{m}$ 。取点衍射探头中两光纤出射端的空间坐标分别为 $(0, 15, 200)$ 和 $(-0.75, 15, 200)$ (单位:

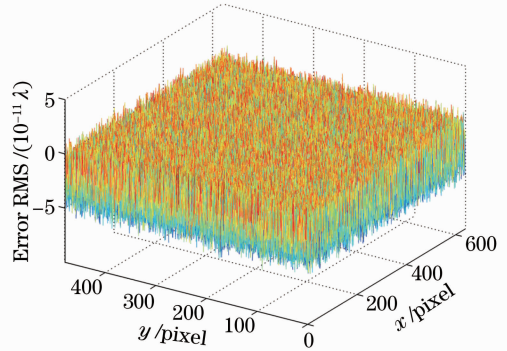
mm), 并令两光纤端面中间点坐标为点衍射探头的空间坐标, 即为 $(-0.375, 15, 200)$ (单位: mm), 得到对应的干涉条纹如图 4(a) 所示。利用五步移相算法(移相步长为 $\pi/2$)求得截断相位并对其去包裹, 得到展开相位分布 I_1 。同时根据(1)式计算得到干涉条纹的自然相位分布 I_2 , 图 4(b) 所示为展开

相位 I_1 和自然相位 I_2 之间的误差分布,其对应相位解调误差均方根(RMS)值仅为 $1.41 \times 10^{-11} \lambda$,完

全满足后续数值迭代计算中对于波面解调的高精度要求。



(a) interferogram



(b) error between natural phase and unwrapped phase

图4 点衍射干涉图及相位解调误差

Fig. 4 Interferogram and demodulated phase error in point-diffraction interference

仿真中将算法迭代初值取为 $\mathbf{x}_0 = [1, 1, 1, 1, 1, 1]$,并在探测器(200:400, 200:300)像素坐标范围内均匀选取20个像素点对应的波面相位信息代入(4)式,按照第2.2节所介绍的二重迭代算法进行第一次迭代重构计算得到局部最优解,在此基础上再于上述相同像素坐标范围均匀选取48个像素点代入(4)式进行第二次迭代重构计算以得到全局最优解,进而求得点衍射探头的空间三维坐标。得到图4对应点衍射探头三维坐标的解调误差为 $(-0.05, 0.18, 1.19)$ (单位:nm)。

为分析迭代计算点选择的均匀性对测量结果的影响,仿真中以探测器像素范围的中心作为所选计算点区域的中心坐标,并以 $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ 数作为基数,成比例地缩小、放大区域,将得到的像素区域大小作为所选计算点的区域。在对应的像素区域均匀取点进行迭代计算,可得在不同像素范围内取点对应的测量误差如图5所示。由图5可知,当 x 轴、 y 轴和 z 轴方向上的取点区域在0.5(即选取计算点的区域像素数为 $320 \text{ pixel} \times 240 \text{ pixel}$)及0.5以上比例时,所得到的测量结果误差在纳米量级。而在实际测量时,为更好地避免噪声的影响,可在小范围内进行取点,因此可在探测器(200:400, 200:300)像素坐标范围内进行取点计算。

令点衍射探头在 $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ 空间范围内向 xyz 三个坐标方向分别进行多点移动测量,其中 x 轴方向和 y 轴方向以0为起点,每隔10 mm取一个点,共取11个点; z 轴方向以20 mm为起点,50 mm为第二点,以后每隔50 mm取一个点,共取7个点。由于测量中 x 轴方向与 y 轴方向

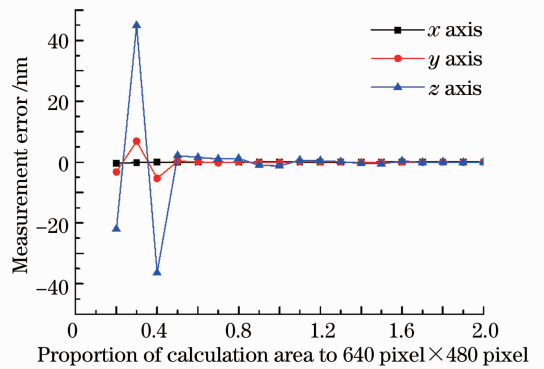


图5 不同取点区域对应的测量误差

Fig. 5 Measurement error in different calculation areas

的对称性,只给出了 x 轴方向与 z 轴方向的测量结果,如图6所示,其中图6(a)和(b)分别表示在 x 轴方向100 mm范围和 z 轴方向300 mm范围内不同位置的坐标误差。由图6可知,利用所提出的三维坐标测量方法在测量范围内 x 轴和 y 轴方向的最大测量误差为3.17 nm,对应RMS值为1.61 nm; z 轴方向的最大测量误差与对应RMS值分别为15.84 nm和5.53 nm。由于距离的增加会导致采集到的干涉条纹间距变大,条纹数减少,使得迭代计算中所取的计算点不能很好地反映出波面的相位特征信息,进而引起测量系统的测量精度降低。

在仿真中加入均值为5 nm的随机噪声,其余条件不变,得到的测量结果如图7所示。结果表明,加入均值为5 nm的随机噪声后 x 轴和 y 轴方向的最大测量误差为0.15 μm ,对应RMS值为0.065 μm ; z 轴方向的最大测量误差为0.82 μm ,对应RMS值为0.46 μm 。

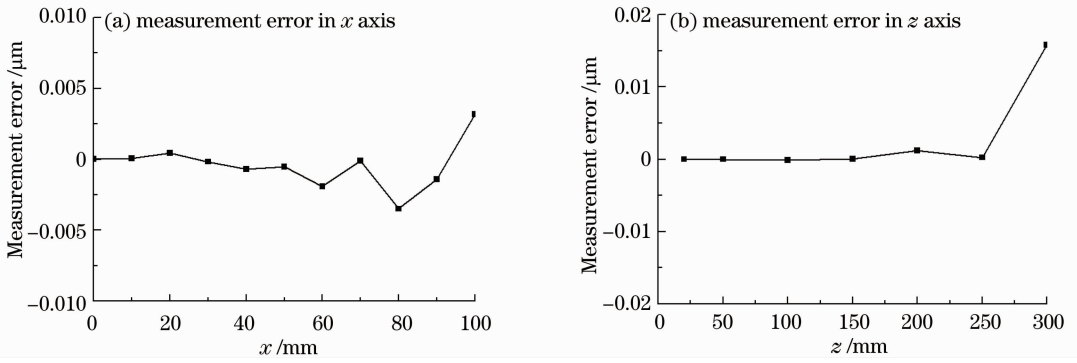


图 6 仿真中三维坐标测量误差

Fig. 6 Three-dimensional coordinate measurement error in simulation

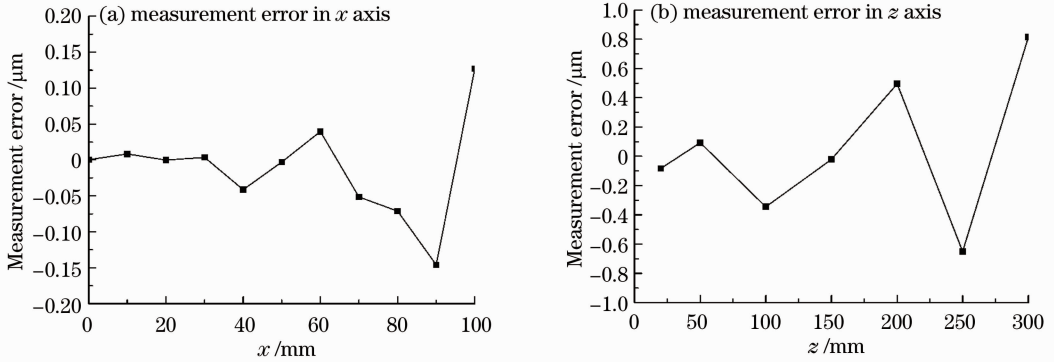


图 7 加入均值为 5 nm 随机噪声的三维坐标测量误差

Fig. 7 Three-dimensional coordinate measurement error with random noise of 5 nm

由于仿真中无噪声时展开相位 I_1 和自然相位 I_2 之间的误差 RMS 值仅为 $10^{-11} \lambda$ 量级,故干涉场相位解调精度对于测量结果的影响可忽略不计,此时三维坐标的测量误差主要来自于三维坐标迭代重构算法本身的重构精度,能够实现纳米量级的测量精度。当加入均值为 5 nm 的随机噪声时,三维坐标测量精度可达到亚微米量级。上述结果说明本文提出的基于 L-M 算法的点衍射三维坐标测量方法可满足高精度的三维坐标测量需要。

3.2 实验测量结果

为验证所提出三维坐标测量方法的可行性,同时还搭建了如图 1(a)所示点衍射三维坐标测量系统,其中 CCD 探测器的像素数为 $1920 \text{ pixel} \times 1080 \text{ pixel}$,对应横向和纵向像素尺寸都为 $5.5 \mu\text{m}$ 。在空间可测区域内对点衍射探头进行移动测量,其各个空间点位置的选择与 3.1 节所述仿真中完全相同。同时为分析所提出测量方法的可行性和测量精度,选用海克斯康 Global Classical 坐标测量机进行测量验证,其

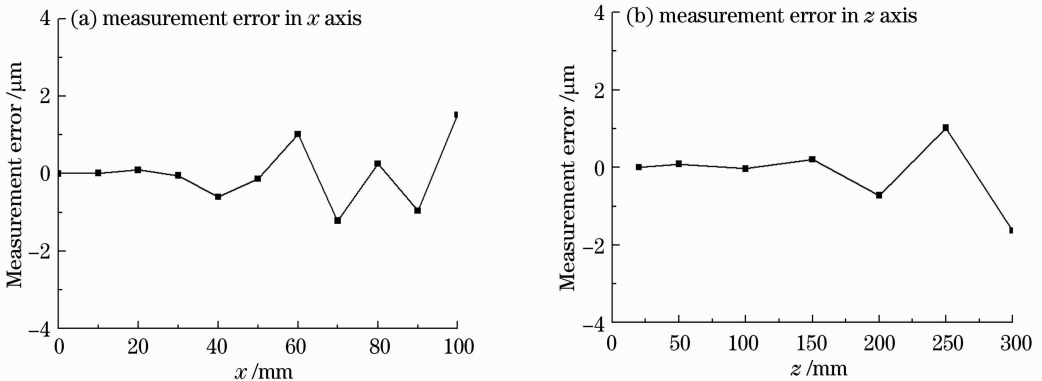


图 8 实验验证中三坐标测量误差

Fig. 8 Three-dimensional coordinate measurement error in experimental validation

定位精度可达到 $1.9 \mu\text{m}$ 。以三坐标测量机测量结果作为名义值,得到 x 轴方向与 z 轴方向的测量误差分别如图 8(a)、(b)所示,对应的 RMS 值分别为 $0.75 \mu\text{m}$ 和 $0.76 \mu\text{m}$ 。经测量,完成一次三维坐标测量需要耗时约为 2.57 s ,因而具有较高的测量效率。

通过与 3.1 节数值仿真结果比较分析可知,实际测量中外界环境的干扰(主要包括空气扰动以及机械振动等)、干涉条纹解调误差(主要由于 CCD 量化位数有限)以及系统光路调整误差等都会在最后的三维坐标测量结果中引入一定的测量误差,且随着测量距离的增加会使得上述干扰增大。与此同时,三坐标测量机本身也存在测量误差。此外,为了尽可能减小外界环境的干扰,测量实验中将整个实

验装置放置于隔振平台上并加以屏蔽。如果排除外界环境的影响,预计可实现更高的三维坐标测量精度。

为分析所提出测量方法的稳定性,在 x 轴方向和 z 轴方向进行了测量重复性分析。分别在 x 轴方向的 30 mm 和 80 mm 、 z 轴方向的 50 mm 和 200 mm 处进行 20 次重复测量,得到测量结果与名义值(即三坐标测量机测量结果)之间的偏差值分布如图 9 所示,其最大误差小于 $2 \mu\text{m}$ 。由图 9 可知,测量实验中 x 轴方向 30 mm 和 80 mm 处重复性测量误差的 RMS 值分别为 $0.31 \mu\text{m}$ 和 $0.82 \mu\text{m}$, z 轴方向 50 mm 和 200 mm 处的 RMS 值分别为 $0.30 \mu\text{m}$ 和 $0.94 \mu\text{m}$ 。由此可知,测量方法具有较好的测量稳定性。

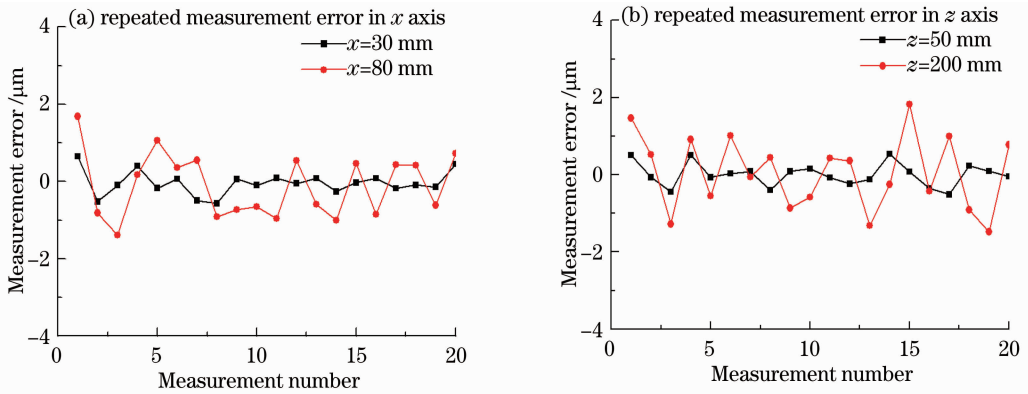


图 9 x 轴与 z 轴方向重复性测量误差

Fig. 9 Repeated measurement error in x -axis and z -axis directions

4 结 论

针对现有点衍射三维坐标测量系统中数值优化算法的重构精度、运算效率、初值依赖性以及收敛性等问题,提出了基于 L-M 算法的点衍射三维坐标测量方法,并创新性地提出了 L-M 算法的二重迭代算法:通过第一步迭代计算快速求得点衍射探头空间坐标的局部最优解,并再次基础上利用局部最优解进行第二步迭代计算求得点衍射探头空间坐标的全局最优解,进而完成高精度、高效率的三维坐标测量。利用计算机数值模拟及实际测量实验对提出的点衍射三维坐标测量方法进行了验证,结果表明提出的测量方法具有很好的可靠性、重复性和测量效率,可在 $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ 的测量区域内达到优于微米量级的测量精度。通过分析,该方法有利于实际应用中的点衍射三维坐标测量效率、精度以及稳健性的提高,在高精度坐标测量或校准等方面具有极其重要的应用意义。

参 考 文 献

- Zhou Fuqiang, Zhang Guangjun, Jiang Jie, *et al.*. Three-dimensional coordinate measuring system with bino-theodolites on site [J]. Chinese J Mechanical Engineering, 2004, 40(1): 165–169.
周富强, 张广军, 江洁, 等. 现场双经纬仪三维坐标测量系统 [J]. 机械工程学报, 2004, 40(1): 165–169.
- Zhang Guoxiong, Lin Yongbing, Li Xinghua, *et al.*. Four-beam laser tracking interferometer system for three-dimensional coordinate measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(9): 1030–1036.
张国雄, 林永兵, 李杏花, 等. 四路激光跟踪干涉三维坐标测量系统 [J]. 光学学报, 2003, 23(9): 1030–1036.
- Huang Fengshan, Qian Huifen. Single camera 3D coordinate vision measuring system using a light pen [J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(4): 69–72.
黄风山, 钱惠芬. 光笔式单摄像机三维坐标视觉测量系统 [J]. 光电工程, 2007, 34(4): 69–72.
- Zhang Guoxiong. Coordinate Measuring Machines [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1999.
张国雄. 三坐标测量机 [M]. 天津: 天津大学出版社, 1999.
- Liu Ke, Li Yanqiu. A new calibration method of systematic errors in phase-shifting point diffraction interferometer [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 2923–2927.

- 刘 克, 李艳秋. 一种新的相移点衍射干涉仪系统误差标定方法[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 2923—2927.
- 6 Shao Jing, Ma Dongmei. Testing the criterion wavefront diffracted by point diffraction interferometer [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(5): 0508003.
- 邵 晶, 马冬梅. 点衍射干涉仪基准波前测试技术研究[J]. 中国激光, 2011, 38(5): 0508003.
- 7 Yu Changsong, Xiang Yang. Research progress of pinhole mask technology of point diffraction interferometer [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(3): 030004.
- 于长淞, 向 阳. 点衍射干涉仪小孔掩模技术研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(3): 030004.
- 8 Zheng Meng, Li Yanqiu, Liu Ke. Design of mask for phase-shifting point diffraction interferometer [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(3): 031201.
- 郑 猛, 李艳秋, 刘 克. 相移点衍射干涉仪用衍射板结构设计[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(3): 031201.
- 9 Wang Daodang, Wang Fumin, Zou Hui, *et al.*. Analysis of diffraction wavefront in visible-light point-diffraction interferometer [J]. Appl Opt, 2013, 52(31): 7602—7608.
- 10 Wang Daodang, Yang Yongying, Chen Chen, *et al.*. Point diffraction interferometer with adjustable fringe contrast for testing spherical surfaces [J]. Appl Opt, 2011, 50(16): 2342—2348.
- 11 Wang Daodang, Yang Yongying, Chen Chen, *et al.*. Calibration of oblique-reflection aberration in point-diffraction interferometer for high-precision spherical surface testing [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(6): 0612003.
- 王道档, 杨雨英, 陈 琛, 等. 点衍射球面检测中的斜反射波前像差校正[J]. 光学学报, 2011, 31(6): 0612003.
- 12 Xu Jiajun, Xing Tingwen, Xu Fuchao. Calibration of the system errors in pinhole diffracted interferometer [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0712003.
- 许嘉俊, 邢廷文, 徐富超. 点衍射干涉仪系统误差标定[J]. 光学学报, 2013, 33(7): 0712003.
- 13 J Chu, S W Kim. Absolute distance measurement by lateral shearing interferometry of point-diffracted spherical waves [J]. Opt Express, 2006, 14(13): 5961—5967.
- 14 J Chu, S W Kim. Absolute distance measurements using point-diffracted spherical waves [C]. SPIE, 2006, 6293: 62930P.
- 15 H G Rhee, J Chu, Y W Lee. Absolute three-dimensional coordinate measurement by the two-point diffraction interferometry [J]. Opt Express, 2007, 15(8): 4435—4444.
- 16 Wang Ming, Hao Qun, Zhu Qiudong, *et al.*. Anti-disturbance phase-shifting interferometry method time-and-frequency-domain [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112005.
- 王 明, 郝 群, 朱秋东, 等. 时频域双重分析法抗干扰移相干涉术[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1112005.
- 17 Chen Shuming, Qiao Tianian. A new method of solving problem of nonlinear least square [J]. Journal of Yantai University (Natural Science and Engineering Edition), 2004, 17(1): 14—22.
- 陈淑铭, 乔田田. 一个求解非线性最小二乘问题的新方法[J]. 烟台大学学报(自然科学与工程版), 2004, 17(1): 14—22.

栏目编辑: 何卓铭