# 差分像移湍流廓线激光雷达测量误差分析

郭 洁<sup>1,2</sup> 孙东松<sup>1,2,3</sup> 强希文<sup>4</sup> 夏海云<sup>1,2,3</sup> 舒志峰<sup>1,2,3</sup> 韩於利<sup>1,2</sup>

赵若灿<sup>1,2</sup> 上官明佳<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学技术大学地球和空间科学学院临近空间环境重点实验室, 安徽 合肥 230026 <sup>2</sup>中国科学技术大学蒙城野外观测站, 安徽 合肥 230026

<sup>3</sup>中国科学技术大学量子信息与量子科技前沿协同创新中心, 安徽 合肥 230026

4西北核技术研究所,陕西西安 710024

**摘要** 差分像移激光雷达可以测量随距离分布的大气湍流廓线。在结合测量原理和定性分析的基础上,经过严格的数学推导得到了差分像移激光雷达测量湍流的误差公式,提供了定量分析和改进系统性能的基础:在系统参数确定后,通过合理分配探测点间距以及每个探测点的探测时间可以达到最好的测量效果。根据模拟分析的结果,测量误差主要来源于光斑质心计算误差和有限样本引起的统计误差。近距离测量时,由于接收到的光子信号很强,光斑质心计算误差的影响很小,此时样本统计误差起主导作用;随着距离的增加,光斑质心计算误差的影响越来越大。

关键词 大气光学;大气湍流;差分相移;大气折射率结构常数;误差分析
 中图分类号 TN958.98
 文献标识码 A
 doi: 10.3788/AOS201434.0801004

## Error Analysis of Differential Image Motion Lidar

Guo Jie<sup>1,2</sup> Sun Dongsong<sup>1,2,3</sup> Qiang Xiwen<sup>4</sup> Xia Haiyun<sup>1,2,3</sup> Shu Zhifeng<sup>1,2,3</sup> Han Yuli<sup>1,2</sup> Zhao Ruocan<sup>1,2</sup> Shangguan Mingjia<sup>1,2</sup>

Key Laboratory of Geospace Environment, Chinese Academy of Sciences, Department of Geophysics and Planetary Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

<sup>2</sup> Mengcheng National Geophysical Observatory, School of Earth and Space Sciences,

University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

<sup>3</sup> Synergetic Innovation Center of Quantum Information and Quantum Physics,

University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

<sup>4</sup> Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an, Shaanxi 710024, China

**Abstract** Differential image motion lidar is used to measure profiles of atmospheric turbulence. A formula is deduced to quantify the error of differential image motion variance, which provides the basis of qualitative analysis and improvement of system performance. With reasonable arrangement of distance resolution and time resolution, the best measurement results can be obtained. According to analysis, two mainly error sources are the errors from centroid position of image and statistical uncertainty of finite sample. The simulation results show that statistical error is the dominant factor at lower altitude, while centroid calculation error plays an increasingly important role with the increasing of distance.

Key words atmospheric optics; atmospheric turbulence; differential image motion; refractive index structure characteristic; error analysis

**OCIS codes** 010.1290; 010.1330;010.3310;010.3640

基金项目:国家自然科学基金(41174130,41174131,41274151)

作者简介: 郭 洁(1989-),男,硕士研究生,主要从事大气湍流测量方面的研究。E-mail: gjwolf@mail. ustc. edu. cn 导师简介:孙东松(1962-),男,研究员,博士生导师,主要从事激光雷达遥感方面的研究。E-mail: sds@ ustc. edu. cn

收稿日期: 2014-03-12; 收到修改稿日期: 2014-04-18

# 1 引 言

在大气光学领域,湍流是指大气因局部温度、压 力的随机变化而带来的折射率的随机变化。激光通 过大气传输和成像是激光通信、航空测绘、卫星遥 感、光学雷达等领域在湍流大气环境中进行光学系 统设计、自适应矫正、系统评估及其使用所必须考虑 的问题<sup>[1-2]</sup>。因而实时或预先获得大气湍流的参数 并确定大气对激光传输影响的程度具有重要意义。 以前采用测温探针、闪烁仪等方法测量湍流,但都只 能探测固定路径的湍流积分效果。

差分相移(DIM)激光雷达测量湍流是由Belen/kii 首先提出的,乔治亚理工学院(GTRI)研究小组对其进 行了相应的验证实验和系统研制及改进。1999年, GTRI研究小组先进行了简单的外场实验来验证 DIM 技术的可行性<sup>[3]</sup>。实验在开阔地带 300 m 水平 路径上进行,一束 He-Ne 激光经扩束后聚焦到远处 目标物,两个间距 30 cm 的子孔径分别接收反射回来 的光信号并成像到电荷耦合器件(CCD)中,通过电脑 程序计算间距变化的方差,在假设路径上湍流值恒定 的情况下根据理论公式反演出湍流参数。同样的条 件下还进行了另外两个对比实验:用闪烁仪测量和从 目标测量点对准望远镜发射激光测量。比较不同时 间段的数据,以上三种方法得到的湍流参数基本吻 合,说明 DIM 原理可以准确测量大气湍流,同时证实 了 DIM 雷达技术双向测量与传统单程测量方法结果 一致。2004年,进一步拓展到倾斜路径上进行实 验<sup>[4]</sup>。采用连续激光,以上升和下降过程中的探针气 球为目标物进行探测,得到随高度分布的测量值,以气 球探针测量值作为真实数据对比,误差在 30%以内。 并讨论了数据的样本统计偏差所引起的误差公式,每 个测量点采集的像点越多,误差越小,这也限制了用 DIM 雷达技术测量湍流时的距离分辨力。2007 年,根 据之前实验模拟结果,研制出完整 DIM 雷达样品[5-6]。 整个系统集成在一个4英寸(4 inch=10.16 cm)厚的 光学平台上,由于激光器性能及光学元件反射率达不 到预期,实际效果相比设计有很大损耗。经过调试 后,进行了连续外场实验。水平路径上和闪烁仪数据 对比,DIM 测得的数据和真实数据吻合得都很好;垂 直路径上和气球数据对比,只有部分数据吻合,主要 是因为大气条件在短期内就可能发生改变,所以 DIM 测量时必须在整个高度上快速扫描才能保证廓线的 精度。2012年起GTRI研究小组开始研制可移动的 成熟测量系统[7]。中国科学院武汉物理与数学研究 所研究人员在 2006 年根据 DIM 原理进行了实验,垂 直向上发射 532 nm 激光,对每个高度的湍流层都进 行 10 min 的连续测量,得到了武汉上空(2~5 km)的 积分湍流值<sup>[8]</sup>。目前国际上只有 GTRI 按照理论分 析、模拟验证、系统研制的步骤对 DIM 技术进行了系 统的研究,在硬件结构和反演算法方面都得到了很好 的结果,但是系统误差公式只考虑了样本统计的不确 定性,对其他影响因素只是进行了定性分析。

本文从测量原理和系统结构方面简单介绍了差 分像移湍流廓线激光雷达系统,着重分析了系统的 测量误差。在综合考虑质心估算误差和样本统计误 差的情况下,对误差公式进行了详尽的推导,提供了 定量分析系统性能的基础。根据模拟的结果,合理 分配每个高度的测量时间和距离分辨力能有效地提 高测量精度。

## 2 测量原理

大气总是处于不停地运动中,形成了温度、压强、密度、大小等不同的气体旋涡。这些旋涡相互交联、叠加,形成了随机的湍流运动。激光在湍流大气传输时,传输光束波前将随机起伏,从而引起光束漂移、光束展宽和光强闪烁。根据 Kolmogorov 和 Tatarski 的湍流理论,湍流强度由大气折射率结构常数 C<sup>2</sup><sub>n</sub>来描述。湍流对激光的影响是整个传输路 径上的湍流积分效果,其中,

$$\overline{C_n^2}(R) = \int_0^R C_n^2(h) \left(1 - \frac{h}{R}\right)^{5/3} \mathrm{d}h.$$
(1)

DIM 激光雷达技术与差分像移监测仪 (DIMM)有关,DIMM系统通过空间分离的子瞳望远镜对自然星成像,测量大气湍流的积分效应。每 个子瞳的波前到达角的随机起伏产生了焦平面上像 移动,而两个像移动的差分由方差 $\sigma_{DIM}$ 描述。在 DIM 激光雷达技术中,用激光导星(LGS)替代以前 测量方法采用的自然光源,把经过扩束的脉冲激光 聚焦到指定的测量距离 $h_i$ ,由两个子孔径系统接收 在高度 $h_i$ 附近的一定范围内的后向散射信号并成 像到增强型 CCD(ICCD)中。每个高度累积一定的 脉冲数,计算出两个光斑间距变化的方差 $\sigma_{DIM}$ 。通 过调节扩束系统主副镜间距依次把激光束聚焦到高 度 $h_1, \dots, h_n$ ,得到差分像移 $\sigma_{DIM}$ 的高度分布,其中每 个高度的差分像移是由该高度以下的路径积分 $\overline{C}_n^2$ 引起的。

根据 Eaton 等<sup>[9]</sup>给出的差分像移分析方法,有如下的表达式:

 $\sigma_{\text{DIM}}^{2} = f(d/D)D^{-1/3} \overline{C_{n}^{2}}, \qquad (2)$   $f(d/D) = 33.2 \times [0.349 - 0.242 \ (d/D)^{-1/3}], \qquad (3)$ 

式中  $\sigma_{\text{DIM}}$  是差分像移方差, f 是函数, D 是子孔径直径, d 是子孔径间距,  $\overline{C_n}$  是整个路径的湍流积分效果。

Sarazin 等<sup>[10]</sup>把两个坐标轴分开处理,得到的 f 函数的表达式为

 $f(d/D) = 33.2 \times [0.358 - 0.242 (d/D)^{-1/3}].$  (4) (2) ~ (4) 式给出了  $\sigma_{DIM}^2$  和  $C_n^2(h)$  的数学关系表达 式,成为 DIM 测量原理以及后续反演算法的基础。

### 3 系统结构

DIM 系统主要包括激光器、发射反射镜组、扩 束发射系统、扫描平面反射镜、离轴接收系统、焦面 组件及支撑平台等组成。激光器发射光束,经由两 个反射镜进入扩束发射系统,光路经过扩束后由扫 描平面镜射出;接收光束由扫描平面镜反射进入两 个离轴接收系统,两组光路由一个棱镜反射后合并 为一束后,进入后继光路并被 ICCD 接收。总体光 路结构如图 1 所示。



图 1 DIM 雷达光路系统图 Fig. 1 Optical system of DIM lidar

实验过程中激光器型号为 continuum 9050,工 作波长为 532 nm,最高单脉冲能量为 600 mJ,重复 频率为 50 Hz,脉冲宽度为 7 ns,出射光斑直径为



图 2 发射主镜干涉条纹图 Fig. 2 Interferogram of the primary mirror

9.5 mm。扩束系统出射口径为 250 mm,扩束倍率约 为 26 倍,对于扩束系统采用反射式扩束,主副镜均 采用抛物面形式。系统波像差要求均方根值  $x_{RMS} \leqslant \lambda/10(\lambda = 632.8 \text{ nm}),经过公差分配计算,主次$ 镜面形精度需达到  $x_{RMS} \leqslant \lambda/30(\lambda = 632.8 \text{ nm})$ 。图 2 是用 ZYGO 干涉仪检测发射系统主镜的干涉条纹 图,其面形精度 达到  $x_{RMS} = 0.032\lambda \leqslant \lambda/30$  $(\lambda = 632.8 \text{ nm}),满足系统波像差要求。$ 

扩束系统的副镜固定在电动平移台上,移动分 辨力可以达到 0.001 mm,能够实现精确调节。利 用 ZEMAX 软件模拟计算的结果,调整主副镜间距 使光斑依次聚焦到 200~8000 m。光学接收系统采 用离轴卡塞格林式光学结构,主镜为离轴抛物面,次 镜为离轴凸双曲面。两个子瞳系统对称地安装在扩 束系统两侧,接收两路反射信号。发射及接收指向 及分布系统光学部分共用一块八角形平面镜,扫描 平面镜的俯仰角范围是 30°~90°。接收望远镜接收 到的两路光信号经过各自转向镜和共用的棱镜会聚 于一点,再经过后继光学系统进入 ICCD(型号为 PI-MAX3:1024I)。

DIM 激光雷达的控制系统包括:激光器出光控 制、扩束镜间距控制、扫描平面镜俯仰角控制、接收 物镜调焦控制、接收探测器 ICCD 门控等。控制计 算机启动激光器出光,根据探测的具体高度或距离 h,调节发射激光扩束镜的间距,使发射光束聚焦于 h,同时根据焦点位置 h 可以确定像焦面的位置并 相应调节接收望远镜的副镜位置,使接收的后向散 射光斑能会聚于 ICCD 表面。然后发送激光出光指 令,光电触发门控接到激光出射的信息后,按照确定 的门控程序(由距离和距离分辨力决定)触发接收探 测器 ICCD 工作并探测大气散射的成像光斑。

## 4 误差分析

#### 4.1 质心估算误差

由于 *x*,*y* 两个方向是对称的,所以只需分析一个坐标轴,这里采用光强权重的算法来计算,即

$$x_{c} = \frac{\sum_{i,j} x_{i} (S_{ij} + N_{ij})}{\sum_{i,j} (S_{ij} + N_{ij})} = \frac{x_{0} S + \sum_{i,j} x_{i} N_{ij}}{S + \sum_{i,j} N_{ij}},$$
(5)

式中  $x_c$  是 x 轴方向的光斑质心, $x_i$ 、 $S_{ij}$ 、 $N_{ij}$  分别为 每个像素点对应的坐标、光子信号、噪声, S 是总的 信号, $x_c$  是以信号计算的质心,表示为

$$x_{0} = \sum_{i,j} x_{i} S_{ij} / \left( \sum_{i,j} S_{ij} \right), \qquad (6)$$

 $x_{c}$  可以看做是关于  $x_{0}$  和  $N_{ij}$  的函数,根据误差传递 公式可得

$$\sigma_{x_{\rm c}}^2 = \sum_{i,j} \left(\frac{\partial F}{\partial N_{ij}}\right)^2 \sigma_{N_{ij}}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_0}\right)^2 \sigma_{x_0}^2.$$
(7)

根据 Palladino 等<sup>[11]</sup>关于质心误差的分析, ICCD上光斑覆盖的像素点数 L 超过 100 时(本系 统中 L=256),第二项的误差不到第一项的 0.1%, 忽略(9)式中的第二项,故总的误差表达式为

$$\sigma_{x_{c}}^{2} = \sigma_{1}^{2} = \frac{L^{2}(L^{2}-1)}{12S^{2}}\sigma_{N}^{2}.$$
 (8)

这里假定每个像素的噪声波动是一个常量,即  $\sigma_{N_{ij}} = \sigma_N$ 。由误差表达式可知,质心估算误差和信噪 比成反比,和光斑覆盖的像素点数成正比。

#### 4.2 **σ**<sup>2</sup><sub>DIM</sub>误差公式推导

$$\Delta = \sigma_{\text{DIM}}^2 = \sigma_{\text{DIM}x}^2 + \sigma_{\text{DIM}y}^2 = \Delta_x + \Delta_y, \quad (9)$$
  
$$\Delta_x = \sum_i (d_{xi} - \overline{d_x})^2 / (n - 1),$$
  
$$d_{xi} = |x_{1i} - x_{2i}|, \ \overline{d_x} = \sum_i d_{xi} / n, \quad (11)$$

式中 $\Delta_x$ 、 $\Delta_y$ 分别是x、y方向的样本方差,n是累积脉 冲数, $x_{1i}$ 、 $x_{2i}$ 是两个光斑每次测量的质心。 $\sigma_{\text{DM}}$ 误差 来源于两部分,即质心估算误差和有限样本引起的 统计误差。

对于 $\Delta_x$ 可以看成是关于 $d_x$ 的函数,由误差传 递公式可知

$$\sigma_{1\Delta_x}^2 = \sum_i \left(\frac{\partial F}{\partial d_{xi}}\right)^2 \sigma_{d_{xi}}^2 = \sum_i \left(\frac{\partial F}{\partial d_{xi}}\right)^2 (\sigma_{x_{1i}}^2 + \sigma_{x_{2i}}^2).$$
(12)

这里假定  $\sigma_{x_{1i}}^2 = \sigma_{x_{2i}}^2 = \sigma_{x_c}^2$ ,简化(12) 式可得  $\sigma_{x_{2i}}^2 = \frac{8(n-1)}{2} A$ 

$$\sigma_{1\Delta_x}^2 = \frac{\partial(n-1)}{n^2} \sigma_{x_c}^2 \Delta_x.$$
(13)

 $\Delta_x$  是 n 次测量得到的样本方差,用来估算确定值  $\sigma_{DMx}^2$ 时还需考虑样本有限引起的统计误差。满足三 个假设条件时,Frieden<sup>[12]</sup>给出了误差的表达式,即

$$\sigma_{2\Delta_x} = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \sigma_{\text{DIM}_x}^2.$$
(14)

综合两部分误差有

$$\sigma_{\Delta_x}^2 = \sigma_{1\Delta_x}^2 + \sigma_{2\Delta_x}^2, \qquad (15)$$

同时考虑 x、y 两轴,就得到 одым 的相对标准差

$$\frac{\sigma_{\sigma_{\text{DIM}}}^2}{\sigma_{\text{DIM}}^2} = \sqrt{\frac{4L^4}{3n \cdot S^2}} \frac{\sigma_N^2}{\sigma_{\text{DIM}}^2} + \frac{4}{n-1}, \qquad (16)$$

式中  $\sigma_{\sigma_{DIM}}^2$  表示统计量的标准差, $\sigma_{DIM}^2$  表示统计量。

#### 4.3 模拟计算与分析

激光雷达方程

$$S(r) = \frac{\eta E \lambda}{hc} \frac{A_{\rm r}}{r^2} \Delta r \beta T_{\rm sys} T_{\rm atm}^2(r), \qquad (17)$$

r是作用距离,η是探测器的量子效率,n是累积脉冲 数,E是发射激光的有效单脉冲能量,λ是激光波长, Ar是接收光学天线的有效面积,Δr是散射光信号的 空间长度(距离分辨力),β是大气后向散射系数, T<sub>sys</sub>是收发光学系统的总透射率,T<sub>atm</sub>是大气单程 透射率。本文光路系统参数取值见表 1。

表1 光路系统参数

Table 1 Tarameter of optical system	Table 1	Parameter	of	optical	systen
-------------------------------------	---------	-----------	----	---------	--------

Parameter	Value
Laser wavelength /nm	532
Pulse energy /mJ	600
Frequency / Hz	50
Efficiency of emission system	0.9
Efficiency of receiving system	0.8
Sub-aperture diameter /mm	100
Sub-aperture separation /mm	300
Quantum efficiency of ICCD	0.5
Read out root mean square value of noise /s	16e

由于大气时刻在变动,一般假定 10 min 内大气 湍流为固定值,所以整个测量过程要在 10 min 之内 完成。根据 HV5/7 湍流模型,r 越小, $\sigma_{DIM}^2$ 变化越剧 烈,故距离分辨力应该随着高度而变化。在 200~ 2000 m 高空范围内距离分辨力为 200 m,2000~ 4000 m 高空中距离分辨力为 500 m,4000~8000 m 高空中距离分辨力为 1000 m,一共 18 个测量点,每 个点测量 30 s,从而累积脉冲数  $n=30\times50=1500$ 。

-	12 4	正百万か	Л ЛН Н Ј ГН	リノガ	r /J
Table 2	Ran	ge resolutio	ons and	time	resolution

距离公益力和时间公益力

Altitude /m	Range resolution /m	Pulse number	Measurement time /s	Maximum error		
$200 \sim 1000$	50	1000	$20 \times 17 = 340$	6.5%	-	
$1000\!\sim\!1500$	100	1000	$20 \times 5 = 100$	6.6%		
$1500\!\sim\!3000$	500	1000	$20 \times 3 = 60$	6.7%		
$3000 \sim 5000$	1000	1000	$20 \times 2 = 40$	7.6%		
8000	3000	1000	20	8.8%		
Remarks		Total time of measurement: $t=560 \text{ s} \le 600 \text{ s}$				

根据图 3 结果可知,在 7 km 处相对误差为 10.9%,8 km 处相对误差为 15.7%,达不到预定的 技术指标 10%。结合(16)式可知:1)低空(2 km 以 下)探测时由于光子信号足够强,统计误差占主导因 素;2)高空(2 km 以上)探测时,光斑质心误差的影 响越来越大。因而使得实际测量结果的相对误差较 大,鉴于以上分析情况,提出表 2 的优化方案,相应 的结果如图 4 所示。



图 3 (a) DIM 相对误差曲线和(b) 由 HV5/7 模型得到的 DIM 廓线

Fig. 3 (a) Relative error of differential image moton and (b) profile of differential image motion for HV5/7 model



图 4 优化后的(a)DIM 相对误差曲线和(b) DIM 廓线图 Fig. 4 Optimized (a) relative error and (b) profile of differential image motion

# 5 结 论

推导了 DIM 湍流廓线激光雷达测量值 σ<sup>2</sup>DM 的 误差公式,为定量分析和改进系统性能提供了理论 基础。在数值模拟过程中,一共分配 18 个测量点, 每个点测量 30 s,结果显示 7 km 处相对误差 10.9%,8 km 处相对误差为 15.7%,此结果未能达 到预定的技术指标 10%。由误差公式分析知,2 km 以下样本统计误差占主导因素,2 km 以上由于光子 信号逐渐减弱,光斑质心误差影响越来越大。另外 根据 HV5/7 模型,近地点湍流变化跨度几个数量 级,随后变化趋于平缓。基于以上分析,提出了改进 的测量方案,一共分配 28 个测量点,每个点测量时 间为 20 s,8 km 处相对误差为 8.8%,达到系统设计 指标,同时 1 km 以下距离分辨力提高到了 50 m。

#### 参考文献

- 1 F Roddier. The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy[J]. Progress in Optics, 1981, 19: 281-376.
- 2 Hu Yuehong, Qiang Xiwen, Feng Shuanglian, et al.. Modeling of atmospheric turbulence in boundary layer over desert[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(s1): s101005. 胡月宏,强希文,封双连,等. 戈壁沙漠地区边界层大气湍流强度 高度分布建模[J]. 光学学报, 2013, 33(s1): s101005.

- 3 M S Belen'kii, D W Roberts, J M Stewart, *et al.*. Experimental validation of the differential image motion lidar concept[J]. Opt Lett, 2000, 25(8); 518-520.
- 4 G G Gimmestad, M W Dawsey, D W Roberts, *et al.*. Field validation of optical turbulence lidar technique[C]. SPIE, 2005, 5793, 10-16.
- 5 G G Gimmestad, D W Roberts, J M Stewart, *et al.*. Testing of LIDAR system for turbulence profiles [C]. SPIE, 2008, 6951: 695109.
- 6 Gatland, J M Stewart, G G Gimmestad. Inversion techniques for the differential image motion lidar [C]. SPIE, 2009, 7324: 73240C1.
- 7 G G Gimmestad, David Roberts, John Stewart, et al.. Development of a lidar technique for profiling optical turbulence [J]. Opt Eng, 2012, 51(10): 101713.

8 Dai Yang, Lin Zhaoxiang, Zhang Wenyan, et al.. Method of

atmospheric turbulence measurement by lidar [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2006, 18(11): 1769-1773.

戴 阳,林兆祥,张文艳,等.激光雷达大气湍流测量方法研究 [J].强激光与粒子束,2006,18(11):1769-1773.

- 9 F D Eaton, W A Peterson, J R Hines, et al.. Comparison of two techniques for determining atmospheric seeing [C]. Orlando Technical Symposium, 1988, 296: 319-334.
- 10 M Sarazin, F Roddier. The ESO differential image motion monitor[J]. Astronomy and Astrophysics, 1990, 227: 294-300.
- 11 G Palladino, A Basili, G Di Cocco, *et al.*. Design of a high update-rate star sensor for arcsec-level attitude determination from balloon-borne X/γ astronomy platforms[J]. Experimental Astronomy, 2006, 21(3): 169-187.
- 12 B R Frieden. Probability, Statistical Optics, and Data Testing [M]. New York: Springer, 2001. 256.

栏目编辑: 王晓琰