

# 两粒子 XXZ 海森堡系统中的量子纠缠动力学

郭战营<sup>1,2</sup> 张新海<sup>2</sup> 肖瑞华<sup>1</sup> 方建兴<sup>1</sup> 胡 洁<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 苏州大学物理与光电·能源学部, 江苏 苏州 215006)  
(<sup>2</sup> 焦作师范高等专科学校物理系, 河南 焦作 454003)

**摘要** 研究了考虑内禀退相干情况下, 两粒子 XXZ 海森堡系统中量子纠缠在各种外界因素影响下的动态演化规律。研究发现无论系统的初态是否处于最大纠缠态, 内禀退相干都会对系统纠缠的含时演化有明显的抑制作用。如果系统的初态为纠缠态  $|\psi(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ , 系统的纠缠与各向异性参数和外加磁场没有关系, 却受到 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用程度和内禀退相干因素的明显影响; 如果系统的初态为纠缠态  $|\psi(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ , 系统的纠缠与 DM 相互作用大小和各向异性参数无关, 纠缠程度不仅要受到内禀退相干因素的影响, 还会被外加磁场进一步削弱。

**关键词** 量子光学; XXZ 海森堡系统; 量子纠缠; 内禀退相干; 动力学

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0727001

## Dynamics of Quantum Entanglement in a Two-Qubit XXZ Heisenberg System

Guo Zhanying<sup>1,2</sup> Zhang Xinhai<sup>2</sup> Xiao Ruihua<sup>1</sup> Fang Jianxing<sup>1</sup> Hu Jie<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> College of Physics Optoelectronics and Energy, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China)  
(<sup>2</sup> Department of Physics, Jiaozuo Normal College, Jiaozuo, Henan 454003, China)

**Abstract** On condition that the intrinsic decoherence is taken into account, the dynamic evolution of entanglement of a two-qubit XXZ Heisenberg system under the influence of various factors is investigated. It is found that the intrinsic decoherence obviously suppresses the time evolution of the entanglement whether the initial state is maximally entangled or not. When the initial state is the entangled state  $|\psi(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ , the system entanglement is clearly influenced by the Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction and the intrinsic decoherence, and it is independent of the anisotropy and the external magnetic field. If the initial state is the entangled state  $|\psi(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ , the system entanglement suffers from not only the intrinsic decoherence but also the external magnetic field, and has nothing to do with the DM interaction and anisotropy.

**Key words** quantum optics; XXZ Heisenberg system; quantum entanglement; intrinsic decoherence; dynamics

**OCIS codes** 270.5585; 270.5565; 270.5568

## 1 引 言

量子纠缠是量子系统的主要微观特征之一, 它在量子计算和量子通信过程发挥着至关重要的作用<sup>[1]</sup>。不同的量子系统, 其量子纠缠的特征并不完全相同, 揭示不同系统中量子纠缠的产生和变化规律是当前量子信息学界的一个热门研究方向<sup>[2-13]</sup>。最近几年中, 海森堡系统引起了研究人员越来越多

的关注<sup>[7-13]</sup>, 原因在于它是一种基础的自旋系统, 随着外部条件的改变, 它可以演化出 XYZ、XXZ、XY、XX、Ising 等各种模型, 另外, 它还是构成量子计算机和量子点的基本自旋系统, 研究海森堡系统中的量子纠缠特征, 对量子纠缠态的实验室制备以及量子信息的实际应用具有基础性作用。

众所周知, 一个真正的量子系统不可避免地要

**收稿日期**: 2013-11-20; **收到修改稿日期**: 2014-02-25

**基金项目**: 国家自然科学基金(10774108)、河南省基础与前沿技术研究计划(132300410416)

**作者简介**: 郭战营(1970—), 男, 硕士, 副教授, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: guo7011@126.com

受到周围环境的影响,这种影响直接导致了量子系统的纠缠态出现退相干现象,从而给量子信息的应用带来不确定性。因此,探索由于外部环境的影响而引起一些随机因素对量子系统纠缠性的干扰机理非常有价值。最近,利用 Milburn<sup>[14]</sup>的内禀退相干理论,人们对存在内禀退相干时海森堡自旋链的纠缠性能做了集中的研究<sup>[15-23]</sup>。Li 等<sup>[15]</sup>讨论了三粒子海森堡链存在内禀退相干情况下外磁场对纠缠性能的影响; Qian 等<sup>[16]</sup>研究了考虑内禀退相干时, Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用对两粒子 Ising 模型纠缠负值度的影响; Xu 等<sup>[17-18]</sup>研究了考虑内禀退相干时,不均匀的外加磁场对两粒子各向异性海森堡 XYZ 链纠缠性的影响; Xie 等<sup>[19]</sup>讨论了两粒子海森堡 XYZ 链存在内禀退相干情况下各向异性对纠缠性能的影响; Zhang 等<sup>[20]</sup>讨论了两粒子海森堡 XY 链存在内禀退相干情况下纠缠随时间的演化规律。由于两粒子海森堡 XXZ 模型所具有的基础性特征,文献<sup>[24-27]</sup>对该模型的纠缠机理进行了大量的研究,但以前的工作更多停留在研究 XXZ 模型中纠缠的热力学行为,对内禀退相干情况下海森堡 XXZ 系统中纠缠随各种外界因素变化的动力学行为鲜有涉及。

基于上述分析,本文的研究对象就是存在内禀退相干情况下海森堡 XXZ 系统中量子纠缠的动力学行为。针对最近邻自旋间的耦合系数  $J=1.0$  的反铁磁性情况,讨论了不同的初态条件下考虑内禀退相干时量子纠缠随着 DM 相互作用、外加磁场和各向异性等因素变化发生的含时演化规律,发现考虑内禀退相干时海森堡 XXZ 系统中量子纠缠随外界因素发生明显变化,对于不同的初始态,纠缠还会出现震荡和突然死亡,这些特征不仅丰富和完善了对海森堡模型中量子纠缠的研究成果,也为量子态的实验室制备和应用做了有益的探索。

## 2 海森堡 XXZ 模型

建立的海森堡 XXZ 模型的哈密顿量为<sup>[12,24,26]</sup>

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [J(\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y + \Delta \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z) + B\sigma_i^z + \mathbf{D} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i \times \boldsymbol{\sigma}_{i+1})], \quad (1)$$

式中  $\boldsymbol{\sigma}_i = (\sigma_i^x, \sigma_i^y, \sigma_i^z)$  为泡利矩阵自旋算符,  $\mathbf{D}$  是 DM 相互作用矢量参数<sup>[7,16,26]</sup>,  $\Delta$  为表征系统各向异性的无量纲参数,  $B$  为外加磁场,  $n$  为系统的粒子数。两粒子 XXZ 海森堡模型的哈密顿量可以表示为

$$H = \frac{1}{2} [J(\sigma_1^x \sigma_2^x + \sigma_1^y \sigma_2^y + \Delta \sigma_1^z \sigma_2^z) + B(\sigma_1^z + \sigma_2^z) + D(\sigma_1^x \sigma_2^y - \sigma_1^y \sigma_2^x)], \quad (2)$$

式中  $D$  为  $\mathbf{D}$  的模。

在标准基  $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$  下,哈密顿量又可以写作

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{J\Delta}{2} + B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{J\Delta}{2} & J + iD & 0 \\ 0 & J - iD & -\frac{J\Delta}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J\Delta}{2} - B \end{pmatrix}. \quad (3)$$

哈密顿量的本征值为

$$E_1 = \frac{J\Delta}{2} + B, \quad E_2 = \frac{J\Delta}{2} - B, \\ E_3 = -\frac{J\Delta}{2} + \sqrt{J^2 + D^2}, \quad E_4 = -\frac{J\Delta}{2} - \sqrt{J^2 + D^2}. \quad (4)$$

相应的本征态为

$$|\psi_1\rangle = |00\rangle, \quad |\psi_2\rangle = |11\rangle, \\ |\psi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(i\theta) |01\rangle + |10\rangle], \\ |\psi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [-\exp(i\theta) |01\rangle + |10\rangle], \quad (5)$$

式中  $\theta = \arctan(D/J)$ 。

研究存在内禀退相干时各向异性海森堡 XXZ 模型的量子纠缠,研究内禀退相干时的通用作法是把相关系统作为一个包括外部环境的大封闭系统的一部分,对此 Milburn<sup>[14]</sup>提出一种理论认为,在足够短暂的时间区域内,量子系统并不在么正变换下连续演化,而是作一个随机序列的演化,据此他对能量本征态中包含量子退相干因素的薛定谔方程做了简单修正,提出了内禀退相干模型。根据这一理论,系统的退相干就表现为相位退相干,系统状态变化时,系统的密度矩阵  $\rho(t)$  可以描述为

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{1}{\gamma} [\exp(-i\gamma\mathbf{H})\rho(t)\exp(i\gamma\mathbf{H}) - \rho(t)], \quad (6)$$

式中  $\gamma$  为相位退相干因子。在 Markovian 近似条件下,(6)式可以展开为

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = -i[\mathbf{H}, \rho] - \frac{\gamma}{2} \{\mathbf{H}, [\mathbf{H}, \rho(t)]\}. \quad (7)$$

这个方程的正解为<sup>[28-29]</sup>

$$\rho(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\gamma t)^k}{k!} \mathbf{M}^k(t) \rho(0) [\overline{\mathbf{M}^k(t)}]^T, \quad (8)$$

式中  $\rho(0)$  是初始系统的密度算符,  $[\overline{\mathbf{M}^k(t)}]^T$  为矩阵的共轭转置,  $\mathbf{M}^k(t)$  定义为

$$\mathbf{M}^k(t) = \mathbf{H}^k \exp(-i\mathbf{H}t) \exp\left(-\frac{\gamma t}{2} \mathbf{H}^2\right). \quad (9)$$

将能量本征态的完整关系  $\sum_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n|$  代入(8)式, 得到的密度矩阵为

$$\rho(t) = \sum_{m,n} \exp\left[-\frac{\gamma t}{2}(E_m - E_n)^2 - i(E_m - E_n)t\right] \times \langle \psi_m | \rho(0) | \psi_n \rangle | \psi_m \rangle \langle \psi_n |, \quad (10)$$

式中  $E_{m,n}$  和  $\psi_{m,n}$  ( $m, n = 1, 2, 3, 4$ ) 分别为(4)式

和(5)式表示的哈密顿量的本征值和本征态。

### 3 数值计算与理论分析

1) 假设系统的初态为  $|\psi(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ , 其中  $|1\rangle$  和  $|0\rangle$  分别表示向上自旋态和向下自旋态, 由(4)式, (5)式和(10)式计算得到系统的含时密度矩阵为

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & Q & 0 \\ 0 & S & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} + \frac{c^2 - d^2}{2} \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)] \cos(2\sqrt{J^2 + D^2}t) + cd \sin \theta \sin(2\sqrt{J^2 + D^2}t) \times \\ &\quad \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)], \\ Q &= \exp(i\theta) \left\{ cd \cos \theta + \frac{c^2 - d^2}{2} i \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)] \sin(2\sqrt{J^2 + D^2}t) - \right. \\ &\quad \left. icd \sin \theta \cos(2\sqrt{J^2 + D^2}t) \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)] \right\}, \\ S &= \exp(-i\theta) \left\{ cd \cos \theta - \frac{c^2 - d^2}{2} i \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)] \sin(2\sqrt{J^2 + D^2}t) + \right. \\ &\quad \left. icd \sin \theta \cos(2\sqrt{J^2 + D^2}t) \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)] \right\}, \\ T &= \frac{1}{2} - \frac{c^2 - d^2}{2} \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)] \cos(2\sqrt{J^2 + D^2}t) - cd \sin \theta \sin(2\sqrt{J^2 + D^2}t) \times \\ &\quad \exp[-2\gamma t(J^2 + D^2)]. \end{aligned} \quad (12)$$

根据纠缠度的定义<sup>[30]</sup>, 得到纠缠度的解析解为  $C = 2\max(0, |S|)$ 。

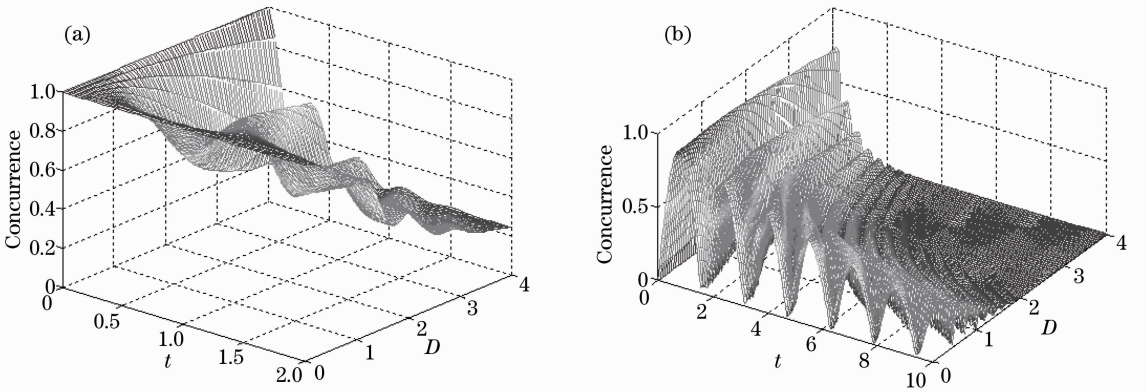


图 1 对于不同初态系统纠缠度随 DM 作用变化的含时演化 ( $J=1.0$ ,  $\gamma=0.25$ )。

(a)  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ; (b)  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$

Fig. 1 Concurrence as a function of time  $t$  and DM interaction  $D$  for different initial states ( $J=1.0$ ,  $\gamma=0.25$ ).

(a)  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ; (b)  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$

可以看出系统的纠缠度与各向异性参数  $\Delta$  和外加磁场  $B$  无关,却受到 DM 相互作用和内禀退相干的明显影响。

图 1 为退相干因子  $\gamma$  固定的情况下,针对不同初态,系统的纠缠度随着 DM 相互作用变化的含时演化情况。从图 1(a)可以看出, $D=0$  时,纠缠度始终处于最大值 1,表明无 DM 相互作用情况下,系统的纠缠是最大纠缠,与内禀退相干无关。当  $D \neq 0$  时,纠缠出现振荡并随着 DM 作用的增强而减弱,最终当 DM 增大到足够程度时趋于一个非零的稳定值。由此可见,通过控制 DM 作用,可以获得稳

定的纠缠态。图 1(b)的初态为分离态,从图中可以发现,纠缠度也是随着时间作震荡性减弱,DM 作用越强震荡衰退得越快,每次震荡后会出现纠缠突然死亡现象,最终随着时间的延长纠缠趋于零,这是与图 1(a)最大的不同之处。图 1 表明 DM 作用对处于非最大纠缠的初始态的量子系统的纠缠起到削弱的作用,削弱的程度与系统的初始态有关。

图 2 进一步反映了针对不同的初态,某一时刻 DM 相互作用和内禀退相干对系统纠缠性能的影响情况。

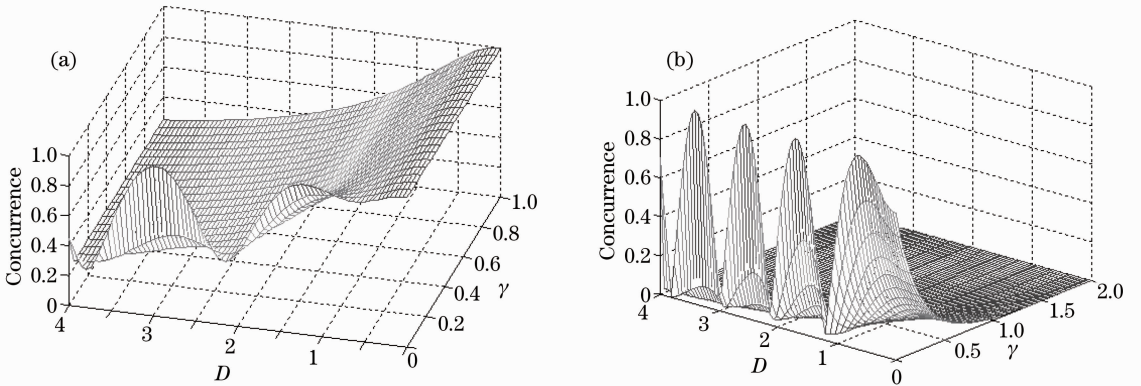


图 2 对于不同初态系统纠缠度与 DM 作用和内禀退相干的关系 ( $t=2.0, J=1.0$ )。

(a)  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ; (b)  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$

Fig. 2 Concurrence as a function of decoherence rate  $\gamma$  and DM interaction  $D$  for different initial states ( $t=2.0, J=1.0$ ).

(a)  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ; (b)  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$

从图 2(a)可以看出,针对初态为最大纠缠态  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ,当  $D=0$  时,纠缠度与  $\gamma$  无关,这意味着只有当 DM 作用存在时,内禀退相干才可能对系统的纠缠施加影响。当  $D$  为一个非零固

定值时,随着  $\gamma$  的增大,纠缠度迅速减小到一个稳定值, $D$  越大,纠缠度减小得越快。若  $\gamma \geq 0.3$ ,纠缠度按照相同的趋势减小到一个非零的恒定值;若  $\gamma < 0.3$ ,随着  $D$  的增大,纠缠震荡性坍塌。图 2(b)为初

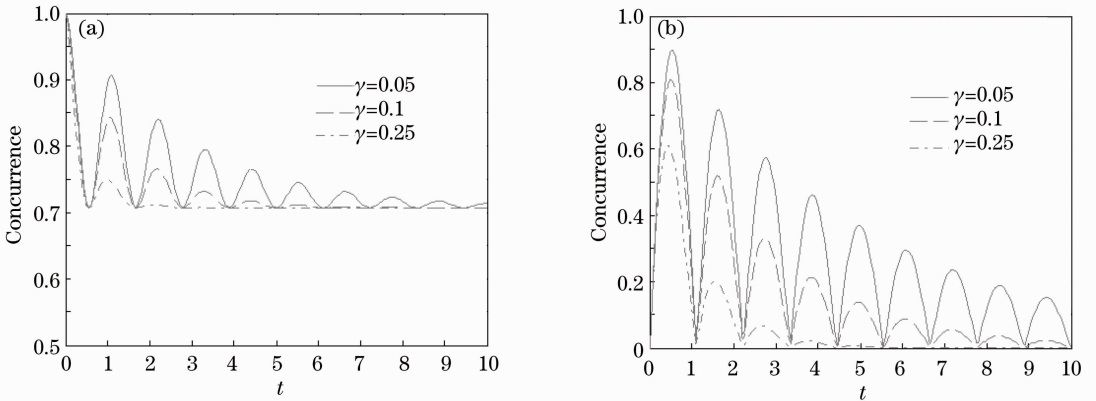


图 3 对于不同初态系统纠缠度在内禀退相干不同的含时演化 ( $J=1.0, D=1.0$ )。

(a)  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ; (b)  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$

Fig. 3 Concurrence as a function of time  $t$  for different initial states and different decoherence rate  $\gamma$  ( $J=1.0, D=1.0$ ).

(a)  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ ; (b)  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$

态为分离态  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$  时,  $t = 2.0$  时刻纠缠度与  $\gamma$  和  $D$  的关系。从图中可以看出, 当  $\gamma > 1.25$  时, 纠缠度等于零;  $\gamma < 1.25$  时, 纠缠度随着  $D$  的增大作周期性波动, 纠缠突然死亡将间断性出现。图 2(a) 和 2(b) 现象的不同是由于系统的初态不同。图 3 进一步说明对于不同的初态, 内禀退相干对系统纠缠演化的影响。

图 3(a) 显示, 对于初态为最大纠缠态  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|01\rangle + |10\rangle)$ , 当内禀退相干因子  $\gamma$  不同时, 系统纠缠随时间做震荡性减弱,  $\gamma$  越大, 纠缠度衰减得越快, 最终稳定在一个较大的值。图 3(b) 针对的是初态为分离态  $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$  的情况, 与图 3(a) 相似, 无论  $\gamma$  为何值, 纠缠度都随时间作震荡性减弱, 但最终只要时间足够长, 纠缠将全部消失, 这是初态的性质决定的。图 3 清晰地表明, 无论系统初态如何, 系统的纠缠将始终受到内禀退相干的影响, 内禀退相干因子  $\gamma$  越大, 对系统的纠缠影响就越大。

2) 假设系统的初态为  $|\psi(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ , 系统的含时密度矩阵应为

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 & G \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 & N \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中

$$F = a^2, \quad G = ab \exp(-2\gamma t B^2 - 2iBt), \\ M = ab \exp(-2\gamma t B^2 + 2iBt), \quad N = b^2. \quad (14)$$

根据(14)式和纠缠度的定义<sup>[30]</sup>, 得到纠缠度的解析解为  $C = 2\max(0, |G|)$ 。可以看出系统的纠缠与 DM 相互作用无关, 却与系统的外加磁场和内禀退相干有着密切关系。

图 4 反映了初态为最大纠缠态  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2 \cdot (|00\rangle + |11\rangle)$  时, 系统纠缠在外加磁场作用下的含时演化情况。从图中可以看出,  $B = 0$  时, 系统的纠缠度始终为最大值; 如果  $B$  不为零, 纠缠度随时间减弱,  $B$  值越大, 减小得越快, 时间足够长时, 纠缠度将最终减小到零。这说明外加磁场对系统的纠缠有明显的减弱效应。

图 5 给出了对于初态  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|00\rangle + |11\rangle)$ , 系统纠缠度在内禀退相干不同时的含时演化情况。三条图线都显示, 内禀退相干减弱了系统纠缠。内禀退相干因子  $\gamma$  越大, 纠缠度较小得越快, 如果时间足够长, 纠缠将全部消失。

如果系统初态为分离态  $|\psi(0)\rangle = |00\rangle$  或

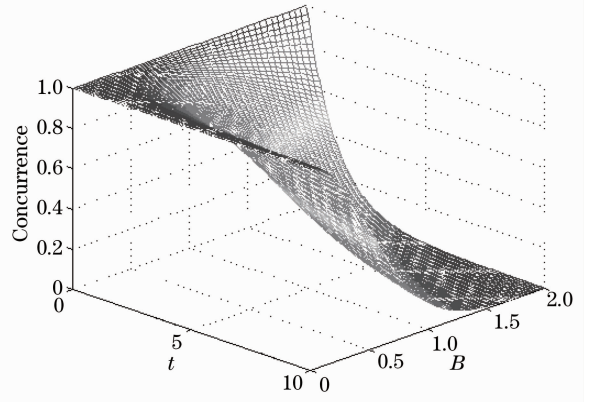


图 4 对于初态  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|00\rangle + |11\rangle)$ , 系统纠缠度在不同外加磁场作用下的含时演化 ( $\gamma = 0.25$ )

Fig. 4 Concurrence as a function of time  $t$  and uniform magnetic field  $B$  for the initial state  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|00\rangle + |11\rangle)$  ( $\gamma = 0.25$ )

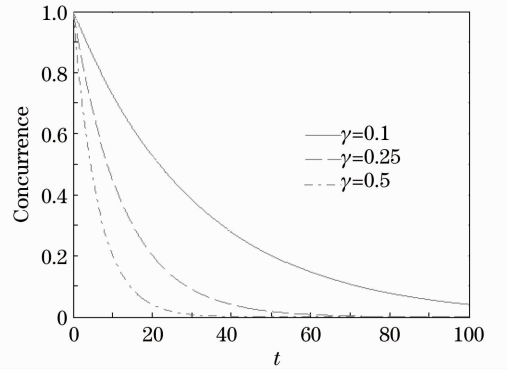


图 5 对于初态  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|00\rangle + |11\rangle)$ , 系统纠缠度在内禀退相干不同时的含时演化 ( $B = 0.4$ )

Fig. 5 Concurrence as a function of time  $t$  for the initial state  $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}/2(|00\rangle + |11\rangle)$  with different decoherence rate  $\gamma$  ( $B = 0.4$ )

$|\psi(0)\rangle = |11\rangle$ , 系统的纠缠始终为零, 其含时演化情况不再赘述。

## 4 结 论

研究了两粒子 XXZ 海森堡自旋链针对不同的初态, 在考虑内禀退相干时, 系统量子纠缠的含时演化情况。数值计算和图像模拟结果都表明内禀退相干对系统的纠缠有明显的抑制作用。如果系统的初态为纠缠态  $|\psi(0)\rangle = c|01\rangle + d|10\rangle$ , 系统的纠缠与各向异性参数  $\Delta$  和外加磁场  $B$  没有关系, 却受到 DM 相互作用程度和内禀退相干因素的明显影响; 如果系统的初态为纠缠态  $|\psi(0)\rangle = a|00\rangle + b|11\rangle$ , 系统的纠缠与 DM 相互作用大小和各向异性参数  $\Delta$  无关, 纠缠程度不仅受到内禀退相干因素的影响, 还

受到外加磁场的进一步削弱。研究还发现,如果系统的初态为分离态 $|\psi(0)\rangle = |01\rangle$ 或 $|\psi(0)\rangle = |10\rangle$ ,系统的纠缠将随着 DM 相互作用和内幕退相干的变化出现纠缠突然死亡现象,并最终达到解纠缠状态;如果系统的初态为 $|\psi(0)\rangle = |00\rangle$ 或 $|\psi(0)\rangle = |11\rangle$ 的分离态,系统的纠缠始终为零,与 DM 相互作用、各向异性、外加磁场等因素及内幕退相干都没有关系。

## 参 考 文 献

- 1 M A Nielson, I L Chuang. Quantum Computation and Quantum Information [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 2—12.
- 2 S B Zheng, G C Guo. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED [J]. Phys Rev Lett, 2000, 85(11): 2392—2395.
- 3 Han Mei, Zhang Yingjie, Xia Yunjie. Entanglement characteristics of two entangled atoms in classical driven Tavis-Cummings model [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 0427002.  
韩 美, 张英杰, 夏云杰. 经典驱动 Tavis-Cummings 模型中原子纠缠特性的研究[J]. 光学学报, 2011, 31(4): 0427002.
- 4 Lu Daoming. Influences of selective atomic measurement on entanglement properties in a system of atoms interacting with coupled cavities [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(7): 0727002.  
卢道明. 原子测量对耦合腔系统中纠缠特性的影响[J]. 光学学报, 2011, 31(7): 0727002.
- 5 Sun Chao, Zhang Yingjie, Meng Xiangshui, *et al.*. A study on the pairwise concurrence entanglement in the multipartite open system [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(12): 3604—3609.  
孙 超, 张英杰, 孟祥水, 等. 开放多体系统中共生纠缠的研究[J]. 光学学报, 2010, 30(12): 3604—3609.
- 6 Jia Ran, Zhang Yingjie, Xia Yunjie. Entanglement evolution and transfer in the coupled double Tavis-Cummings model [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(11): 1127003.  
贾 冉, 张英杰, 夏云杰. 耦合双 Tavis-Cummings 模型中的纠缠演化和转移特性[J]. 光学学报, 2012, 32(11): 1127003.
- 7 J Hu, J X Fang, D G He. Entanglement dynamics of Ising model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction in an inhomogeneous magnetic field [J]. Int J Theor Phys, 2011, 50(3): 682—688.
- 8 Y Makhlin, G Schön, A Shnirman. Josephson-junction qubits with controlled couplings [J]. Nature, 1999, 398(6725): 305—307.
- 9 D Loss, D P DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots [J]. Phys Rev A, 1998, 57(1): 120—126.
- 10 A Barenco, D Deutsch, A Ekert, *et al.*. Conditional quantum dynamics and logic gates [J]. Phys Rev Lett, 1995, 74(20): 4083—4086.
- 11 D A Lidar, D Bacon, K B Whaley. Concatenating decoherence free subspaces with quantum error correcting codes [J]. Phys Rev Lett, 1999, 82(22): 4556—4559.
- 12 L F Santos. Entanglement in quantum computers described by the XXZ model with defects [J]. Phys Rev A, 2003, 67(6): 062306.
- 13 D P Divincenzo, D Bacon, J Kempe, *et al.*. Universal quantum computation with the exchange interaction [J]. Nature, 2000, 408(6810): 339—342.
- 14 G J Milburn. Intrinsic decoherence in quantum mechanics [J]. Phys Rev A, 1991, 44(9): 5401—5406.
- 15 S B Li, J B Xu. Magnetic impurity effects on the entanglement of three-qubit Heisenberg XY chain with intrinsic decoherence [J]. Phys Lett A, 2005, 334(2-3): 109—116.
- 16 L Qian, J X Fang. Effect of Dzyaloshinskii-Moriya interaction on entanglement and teleportation in a two-qubit ising system with intrinsic decoherence [J]. Chin Phys Lett, 2009, 26(12): 120306.
- 17 X B Xu, J M Liu, P F Yu. Entanglement of a two-qubit anisotropic Heisenberg XYZ chain in nonuniform magnetic fields with intrinsic decoherence [J]. Chin Phys B, 2008, 17(2): 456—461.
- 18 T Chen, C J Chan, J X Li, *et al.*. Decoherence effect in an anisotropic two-qubit heisenberg XYZ model with inhomogeneous magnetic field [J]. Commun Theor Phys, 2010, 53(6): 1053—1058.
- 19 L J Xie, D Y Zhang, X G Zhang, *et al.*. Effects of anisotropy on entanglement in a two-qubit Heisenberg XYZ chain with intrinsic decoherence [J]. Commun Theor Phys, 2009, 51(4): 659—663.
- 20 Chunlei Zhang, Shiqun Zhu, Jie Ren. Entanglement creation and storage in two qubits coupling to an anisotropic heisenberg spin chain [J]. Phys Lett A, 2009, 39(21): 3522—3526.
- 21 B Shao, T H Zeng, J Zou. Influence of intrinsic decoherence on entanglement in a two-qubit quantum Heisenberg XYZ chain [J]. Commun Theor Phys, 2005, 44(2): 255.
- 22 Z H He, Z H Xiong, Y L Zhang. Influence of intrinsic decoherence on quantum teleportation via two-qubit Heisenberg XYZ chain [J]. Phys Lett A, 2006, 354(1-2): 79.
- 23 S B Li, J B Xu. Entanglement in quantum Heisenberg XY chain with phase decoherence [J]. Phys Lett A, 2003, 311(4-5): 313.
- 24 Jozef Strecka, Jan Dely, Lucia Canova. Phase diagram of the spin-1 XXZ Heisenberg ferromagnet with a single-ion anisotropy [J]. Chin Phys, 2008, 46(3): 329—337.
- 25 F H L Eßler, H Frahm, A G Izergin, *et al.*. Determinant representation for correlation functions of spin-1/2 XXX and XXZ Heisenberg magnets [J]. Commun Mathe Phys, 1995, 174(1): 191—214.
- 26 Wang Tao, Huang Xiaoli, Liu Yang, *et al.*. Entangled quantum heat engines based on two-qubit XXZ model with Dzyaloshinskii-Mariya interaction [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(6): 060301.  
王 涛, 黄晓理, 刘 洋, 等. 带有 Dzyaloshinskii-Mariya 相互作用的两比特 XXZ 模型的纠缠量子热机[J]. 物理学报, 2013, 62(6): 060301.
- 27 Gui Weijun. Thermal quantum correlation of XXZ Heisenberg model [J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2012, 18(3): 236—240.  
桂卫军. XXZ 海森堡模型的热量子关联[J]. 量子光学学报, 2012, 18(3): 236—240.
- 28 H Moya-Cessa, V Buzck, M S Kim. Intrinsic decoherence in the atom-field interaction [J]. Phys Rev A, 1993, 48(5): 3900—3905.
- 29 Jingbo Xu, Xubo Zou. Dynamic algebraic approach to the system of a three-level atom in the  $\Lambda$  configuration [J]. Phys Rev A, 1999, 60(6): 4743.
- 30 W K Wootters. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. Phys Rev Lett, 1998, 80(10): 2245—2248.