# 贝塞尔晶格中环状涡旋孤子的研究

余文愫 覃亚丽 任宏亮 李 伽 薛林林

(浙江工业大学信息工程学院光纤通信与信息工程研究所,浙江杭州 310023)

摘要 贝塞尔晶格是在自聚焦光折变晶体中通过光诱导产生的,研究了涡旋光束在贝塞尔晶格中的传输特性。通过 数值仿真发现改变参数的值,即改变晶格上外加电场强度的大小、贝塞尔晶格的横向尺度系数以及晶格深度,会出现 完全不同的传输结果。这些结果表明:由于晶格的存在,输入的环状涡旋光束可以克服自身因聚焦非线性而引起的 方位角调制不稳定性;当条件适当时,涡旋光束可以形成环状涡旋孤子并稳定地传输很长距离;当输入光束的能量并 不是完全落在贝塞尔晶格的环状信道中时,在传输过程中光束可能演变成为一个大环环绕一个小环的双环结构。 关键词 非线性光学;涡旋孤子;贝塞尔晶格;光折变晶体

中图分类号 O437 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0719001

## **Research on Ring-Like Vortex Solitons in Bessel Lattices**

Yu Wensu Qin Yali Ren Hongliang Li Jia Xue Linlin

(Institute of Fiber-Optic Communication and Information Engineering, College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310023, China)

**Abstract** This paper studies the propagation of a vortex beam in Bessel lattices, which are produced by optical induction in the focusing photorefractive nonlinear crystal. By numerical simulation, different results are got under different parameters, such as the intensity of the bias electric field on the lattices, the transverse scale coefficient and the deep of the Bessel lattices. These results show that because of existence of the lattices, the input ring vortex beam can overcome the azimuthal modulation instabilities induced by the focusing nonlinearity and form a ring-like vortex soliton which can propagate stably in a quite long distance under appropriate conditions. In addition, the input beam can evolve into a structure of two rings that the big ring surrounds the small one during propagation when the energy of input beam is not just seated in the ring-like channel of the Bessel lattices.

Key words nonlinear optics; vortex soliton; Bessel lattice; photorefractive crystal OCIS codes 190.4400; 160.5298; 190.5330; 190.6135

1 引 言

在光学领域,涡旋孤子指的是一种具有连续螺 旋相位的局域非线性激励,并且光束的涡旋中心是 一个暗核,在此处光强消失<sup>[1]</sup>。在大部分的局域非 线性均匀介质中传输时,涡旋光束都会受到方位角 调制不稳定的影响,传输一段距离后就会分裂成一 些基态孤子并沿着切线方向分离<sup>[2]</sup>。现在已经研究 出一些方法能使涡旋孤子在介质中稳定传输,如运 用竞争非线性介质<sup>[3]</sup>、光子晶格<sup>[4-5]</sup>以及非线性非 局域介质等<sup>[6-7]</sup>。空气中的紫外波长也可以形成涡 旋孤子<sup>[8]</sup>,另外,在克尔介质中通过局域增益可以稳 定传输耗散涡旋孤子<sup>[9-11]</sup>。

在这些稳定传输的涡旋孤子中,有必要进行更 多的研究光诱导光子晶格中形成的孤子,因为运用

收稿日期: 2014-01-20; 收到修改稿日期: 2014-03-07

**基金项目:**国家自然科学基金(60978010,61275124,61205121)

作者简介:余文愫(1988-),女,硕士研究生,主要从事光学孤子与非线性光学方面的研究。

E-mail: yuwensuiskoala@126.com

**导师简介:** 覃亚丽(1963—),女,博士,教授,主要从事光学孤子与非线性光学、微波通信与遥感图像处理等方面的研究。 E-mail: ylqin@zjut. edu. cn

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

光子晶格的形式有可能实现用光控制光束传输,从 而实现全光开关、全光路由等。在光折变晶体中,晶 格通常是通过一些平面波的相互干涉形成<sup>[12]</sup>,但是 这样的晶格中形成的涡旋孤子通常是离散的,这就 破坏了初始涡旋的径向对称性<sup>[13]</sup>。贝塞尔晶格是 一种具有对称性的光子晶格,目前的研究已经发现了 一些可以在贝塞尔晶格中传输的孤子状态,比如多峰 值涡旋孤子<sup>[14-15]</sup>和时空孤子等<sup>[16]</sup>。在贝塞尔晶格 中还观察到了离散孤子以及孤子的旋转现象<sup>[17]</sup>。

本文研究的是自聚焦光折变晶体中的贝塞尔晶 格对涡旋光束传输的影响。通过数值仿真研究发现,涡旋晶格孤子能抑制方位角调制不稳定并且在 适当的条件下能形成稳定传输的环状涡旋孤子。

#### 2 数学模型

考虑光束在自聚焦光折变介质中沿着 z 轴传输,光场 u 满足如下非线性薛定谔方程:

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{V_0 u}{1 + I_g(x, y) + |u|^2} = 0,$$

(1)

式中纵向坐标 z 以及横向坐标 x , y 分别运用衍射长 度和输入光束宽度进行归一化处理, 电场系数  $V_0 = k_0^2 n_e^4 \gamma_{33} x_0^2 E_0 / 2$ , 其中  $n_e$  表示非寻常极化波的折射 率,  $\gamma_{33}$  表示电光系数,  $k_0$  表示传播常数,  $E_0$  表示外 加电场的强度,  $x_0$  取光束宽度,  $I_g(x, y)$  描述的是由 寻常偏振光产生的晶格强度分布, 贝塞尔晶格的数 学模型为

$$I_{g}(x,y) = I_{0}J_{n_{1}}^{2}(b_{\ln}r), \qquad (2)$$

其中, $I_0$  为晶格深度, $n_1$  为贝塞尔晶格的阶数, $J_{n_1}$  为  $n_1$  阶贝塞尔函数, $b_{lin}$  为晶格的横向尺度, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 为半径。选择 $n_1 = 1$ 、 $b_{lin} = 1$ .8,晶格的能量分布如图1(a)所示。对于输入的涡旋光束,其数 学模型描述为 $u(r,\theta) = Ar^m \exp(-r^2/w^2 + im\theta)$ ,其中 $(r,\theta)$  为极坐标,A 为光束的振幅,w 为光束的宽度,m 为涡旋的拓扑电荷。没有特别指出时仿真选择 A = 4、w = 1,则输入光束的强度与相位分布如图1(b)和图1(c)所示。





### 3 数值仿真结果与分析

为了研究涡旋光束在贝塞尔晶格中的传输特性,仿真时运用交替隐式差分传输法对(1)式进行数 值求解。首先,讨论涡旋光束在均匀介质中的传输 情况。当不考虑非线性效应时,输入光束由于衍射 效应传输一段距离后出现展宽现象,如图 2(a)所 示。加入非线性效应后,由于涡旋光束的相位波前 成螺旋状分布,存在轨道角动量,环状的涡旋光束会 受到方位角调制不稳定而分裂成一些沿切线方向分 离的基态孤子,如图 2(b)所示。分裂的基态孤子个 数常常与拓扑电荷数 m 有关,一般等于 2m。

下面讨论晶格存在的情况。当自聚焦介质中嵌 入光诱导光子晶格后可以很好地抑制涡旋孤子受到



图 2 仿真结果。(a) z=1 处线性衍射的强度 分布;(b)非线性传输 z=3.2 后的强度分布

Fig. 2 Numerical results. (a) Intensity distribution of linear diffraction at z = 1; (b) intensity distribution of nonlinear propagation at z=3.2

的方位角不稳定,从而形成稳定传输的环状涡旋孤 子。图3展示的就是在不同晶格深度 I。下孤子传 输的情况。当晶格深度很低时,其对孤子的束缚力 不足以完全抑制孤子受到的方位角不稳定,传输一 段距离后仍然会分裂成一对不同相位的基态孤子, 如图 3(a)所示。比较图 3(a)与图 3(b),发现随着 晶格深度的增长,孤子的环形轮廓可以保持更长的 距离。这是由于晶格改变了其存在区域的折射率, 从而束缚了孤子的能量。当取合适的晶格深度,输 入的涡旋光束可以稳定传输很长距离。由图 3(c) 可知,在  $I_0 = 20$ 、 $V_0 = 50$ 的条件下,涡旋孤子传输了 6.4 后仍保持环状的轮廓。



图 3 不同晶格深度以及传输距离下孤子的强度分布。(a)  $I_0 = 5, z = 3.2;$ 

(b) 
$$I_0 = 10, z = 4.8$$
; (c)  $I_0 = 20, z = 6.4, V_0 = 50$ 

Fig. 3 Intensity distributions of solitons under different lattice depths and propagating different distances.

(a)  $I_0 = 5, z = 3.2$ ; (b)  $I_0 = 10, z = 4.8$ ; (c)  $I_0 = 20, z = 6.4, V_0 = 50$ 

外加电场强度对涡旋狐子在光折变晶体中的传输也存在影响。如果电场系数很低,涡旋光束受到的聚焦效应不足以抵抗其在晶格上的衍射,从而出现离散衍射的现象,如图4(a)所示。当电场强度增大到一定数值后可以形成稳定传输的环状涡旋孤子,如图3(c)所示。但是若电场系数过大,所使用的晶格深度不足以抵抗方位角不稳定,传输一段距离后环状的涡旋光束还是会分裂成基态孤子,如图4(b)所示。所以,增加电场系数的同时应该相应地增加晶格深度来稳定涡旋孤子的传输。





Fig. 4 Intensity distributions of vortex solitons at z=3.2under different nonlinearity conditions. (a)  $V_0 = 2$ ; (b)  $V_0 = 150$ ,  $I_0 = 20$ 

最后,考虑贝塞尔晶格的横向尺度系数 blin 对输 入光束传输的影响。当取 blin =1.8 时,输入光束的 能量刚好全部位于晶格的第一环内,如图 5(a)所 示。传输了 3.2 个单位长度后,光束能量被很好地 束缚在第一环内而形成稳定传输的环状涡旋孤子, 如图 5(b)所示。当取 blin =1 时,由于晶格环展宽, 输入光束的部分能量就落到了贝塞尔晶格的中心部 分,如图 5(d)所示。传输一段距离后,落在晶格中 心的能量自主聚焦形成一个环,而落在第一环内的 剩余能量则形成了围绕中心环的另一个环,如 图 5(e)所示。当取 b<sub>in</sub>=3 时,贝塞尔晶格被压缩, 此时,输入光束的大部分能量落于第一环内但有少 部分能量落在了第一环与第二环之间,如图 5(g)所 示。传输一段距离后,第一环内的能量被束缚而形 成环状涡旋孤子,而落于第一环外的能量则展宽被 第二环捕获形成包围环状涡旋孤子的另一个环,如 图 5(h)所示。图 5(c)、5(f)和 5(i)描述了三种涡旋 孤子的相位分布。这些图表明,尽管孤子的强度分 布发生了很大的变化,但拓扑电荷仍然保持 m=1。

### 4 结 论

研究了带相位的涡旋光束在贝塞尔晶格中传输 的情况,所用的贝塞尔晶格是在自聚焦光折变非线 性晶体中通过光诱导产生的。数值仿真研究发现, 在不同的参数下会得出不同的传输结果。当外加电 场强度过低时会出现离散衍射的情况,当贝塞尔晶 格强度过低时输入光束在传输一段距离之后会分 裂,当输入光束并不是恰好坐落于晶格的环状信道 中时可能在传输过程中演变成为一个大环环绕一个 小环的双环结构。结果表明,当输入的涡旋光束恰 好落在晶格的第一环道内并且晶格深度和外加电场 强度都合适时可以形成稳定传输的环状涡旋孤子。



图 5 (a), (d), (g)  $b_{lin} = 1.8$ ,  $b_{lin} = 1$ ,  $b_{lin} = 3$  时输入光束与晶格的位置; (b), (e), (h) z = 3.2 时涡旋孤子的 强度分布; (c), (f), (i)涡旋孤子的相位分布,  $I_0 = 20$ ,  $V_0 = 50$ 

Fig. 5 (a), (d), (g) Locations of the input beam and the lattice for  $b_{\text{lin}} = 1$ , 8,  $b_{\text{lin}} = 1$ ,  $b_{\text{lin}} = 3$ ; (b), (e), (h) intensity distributions of vortex solitons at z=3, 2; (c), (f), (i) phase distributions of vortex solitons,  $I_0 = 20$ ,  $V_0 = 50$ 

#### 参考文献

- 1 Anton S Desyatnikov, Yuri S Kivshar, Lluis Torner. Optical vortices and vortex solitons [J]. Progress in Optics, 2005, 47: 291-351.
- 2 W J Firth, D V Skryabin. Optical solitons carrying orbital angular momentum [J]. Phys Rev Lett, 1997, 79(13): 2450-2453.
- 3 M Quiroga Teixeiro, H Michinel. Stable azimuthal stationary state in quintic nonlinear optical media [J]. J Opt Soc Am B, 1997, 14(8): 2004-2009.
- 4 Dragomir N Neshev, Tristram J Alexander, Elena A Ostrovskaya, *et al.*. Observation of discrete vortex solitons in optically induced photonic lattices [J]. Phys Rev Lett, 2004, 92 (12): 123903.
- 5 Jason W Fleischer, Guy Bartal, Oren Cohen, *et al.*. Observation of vortex-ring "discrete" solitons in 2D photonic lattices [J]. Physl Rev Lett, 2004, 92(12): 123904.
- 6 Zhang Xiaping. Rotating vortex solitons due to the Gouy phase in strongly nonlocal media [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(9): 0919001.

张霞萍.强非局域介质中基于古依相位的旋转涡旋光孤子[J]. 光学学报,2012,32(9):0919001.

- 7 Zhang Jiefang, Zhao Bi, Hu Wencheng, *et al.*. Interaction propagation of optical vortex solitons in inhomogeneous nonlinear waveguides [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0419001.
  张解放,赵 辟,胡文成,等.非均匀非线性波导中涡旋光孤子的相互作用传播[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0419001.
- 8 Xu Yin, Zhang Hua. Solutions and stability of ultraviolet localized optical vortex solitons in air [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0619003.
- 徐 寅,张 华. 空气中紫外波长局域涡旋光孤子的解及其稳定

性[J]. 光学学报, 2012, 32(6): 0619003.

- 9 Valery E Lobanov, Yaroslav V Kartashov, Victor A Vysloukh, *et al.*. Stable radially symmetric and azimuthally modulated vortex solitons supported by localized gain [J]. Opt Lett, 2011, 36(1): 85-87.
- 10 Olga V Borovkova, Valery E Lobanov, Yaroslav V Kartashov, et al.. Rotating vortex solitons supported by localized gain [J]. Opt Lett, 2011, 36(10): 1936-1938.
- 11 Yaroslav V Kartashov, Vladimir V Konotop, Victor A Vysloukh, et al.. Vortex lattice solitons supported by localized gain [J]. Opt Lett, 2010, 35(19): 3177-3179.
- 12 Nikos K Efremidis, Suzanne Sears, Demetrios N Christodoulides. Discrete solitons in photorefractive induced photonic lattices [J]. Physical Review E, 2002, 66(4): 046602.
- 13 Bernd Terhalle, Dennis Göries, Tobias Richter, et al.. Anisotroy-controlled topological stability of discrete vortex solitons in optically induced photonic lattices [J]. Opt Lett, 2010, 35(4): 604-606.
- 14 Jiangbo Zheng, Liangwei Dong. Multipeaked fundamental and vortex solitons in azimuthally modulated Bessel lattices [J]. J Opt Soc Am B, 2011, 28(4): 780-786.
- 15 Yaroslav V Kartashov, Albert Ferrando, Alexey A Egorov, *et al.*. Soliton topology versus discrete symmetry in optical lattices [J]. Phys Rev Lett, 2005, 95(12): 123902.
- 16 D Mihalache, D Mazilu, F Lederer, et al.. Stable spatiotemporal solitons in Bessel optical lattices [J]. Phys Rev Lett, 2005, 95 (2): 023902.
- 17 Xiaosheng Wang, Zhigang Chen. Observation of discrete solitons and soliton rotation in optically induced periodic ring lattices [J]. Phys Rev Lett, 2006, 96(8): 083904.