

光栅投影测量系统中的相位误差校正算法

吴蜀予^{1,2} 杨宜民¹ 钟震宇^{2*} 卢杏坚²

(¹ 广东工业大学自动化学院, 广东 广州 510001)
(² 广东省自动化研究所, 广东 广州 510070)

摘要 依据光栅图像的相位单调增长特性,提出了一种基于最小二乘法的单调光顺算法进行光栅相位误差校正。详细分析了光栅图像的相位单调特性和相位误差,以光栅图像相位的单调性为约束条件,改进了传统的最小二乘拟合方法,对绝对相位图进行相位误差校正。实验结果表明,该方法降低了投影仪伽马非线性造成的相位误差,误差减少 60% 以上,校正后的绝对相位具有光滑性良好的优点。

关键词 测量;最小二乘法;单调光顺算法

中图分类号 TN206 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0712005

Phase Error Correction Algorithm for Grating Projection Measurement System

Wu Shuyu^{1,2} Yang Yimin¹ Zhong Zhenyu² Lu Xingjian²

(¹ School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510001, China)
(² Guangdong Institute of Automation, Guangzhou, Guangdong 510070, China)

Abstract Based on monotonous growth characteristics of the phase of grating images, a monotonous smoothing algorithm based on least square method is proposed for phase error compensation. The monotonous characteristics and error of phase are analyzed in detail. Then a monotonous smoothing algorithm based on developed least square method is used to correct phase error of absolute phase diagram. Experimental results show that the gamma nonlinearity of the projector is reduced by more than 60%, and the corrected absolute phase has the advantage of good smooth.

Key words measurement; least square method; monotonous smoothing algorithm

OCIS codes 120.5050; 110.6880

1 引 言

基于相位法的光栅投影技术^[1-4]是近年发展起来的具有代表性的一种三维视觉测量技术。这种方法通过向被测物体投影正弦光栅条纹,由条纹图像获得高精度的光栅相位分布,进而计算得到物体的三维形状。其中相移技术是一种常用的分析方法^[5-7]。系统的相位误差有两个主要来源:相移误差和非正弦波形误差。相移误差由相移步距的不准确引起,随着数字投影技术的发展,数字投影仪(DLP)可看作消除了相移误差。非正弦波形误差主

要是由投影仪伽马非线性干扰引起的,成为影响测量系统测量精度的主要因素。

Hu 等^[8]通过图像像素的灰度梯度计算条纹的相位差,克服光栅投影系统中条纹的非正弦和非周期性带来的误差。Guo 等^[9]基于统计分析,通过校正伽马干扰来提高相位计算的精度。Baker 等^[10]尝试使用神经网络训练来消除光栅图像的非正弦性。Chen 等^[11]提出了一种使用光滑样条曲线逼近的方法对光栅图像非正弦性引起的相位误差进行补偿。Zhang 等^[12]鉴于伽马校正中的非线性因素,建立了

收稿日期: 2013-12-20; 收到修改稿日期: 2014-02-27

作者简介: 吴蜀予(1987—),男,硕士研究生,主要从事机器视觉、图像处理等方面的研究。

E-mail: wohejingfeng@163.com

导师简介: 杨宜民(1945—),男,教授,博士生导师,主要从事智能控制科学与技术方面的研究。

E-mail: yiyang@gdut.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: zy.zhong@gia.ac.cn

测量值与实际值的误差表,通过查表法直接补偿误差。这些校正和补偿方法,重点都在于对光栅条纹的非正弦性误差进行补偿,通过建立相位误差模型或相位误差查找表对畸变相位进行补偿,没有考虑到相位的单调增长特性,校正后的相位图不符合相位单调增长的特性,同时相位图的光滑性不好。

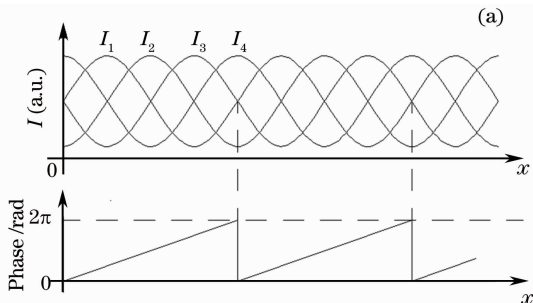
针对上述问题,本文提出了一种以光栅图像的相位单调性为约束条件的最小二乘法的单道光顺算法对相位图进行校正。该算法只需校正绝对相位图的相位误差,优点在于方法简单,校正后的相位图光滑性良好。

2 相位分析

2.1 相位的单调性

本文采用四步相移法解光栅图像的相位主值,运用多频外差法来展开相位^[13]。将设定的标准正弦光栅图像投影到物体表面,光栅图像的相位受到物体表面高度的调制发生形变。光栅图像的光强 I^s 可表示为

$$I^s(u, v) = a + b\cos[\theta^s(u, v)], \quad (1)$$



式中 $\theta^s(u, v) = \frac{2\pi}{T}u$, T 为周期, (u, v) 为投影像素的坐标, a 和 b 分别为正弦光栅的直流分量和振幅, $\theta^s(u, v)$ 为 $I^s(u, v)$ 对应的相位, 在理想情况下, 投影出的光栅图像的光强值分布也应该符合标准正弦分布。四步相移法需投射四幅相位初值分别为 $0, 0.5\pi, \pi, 1.5\pi$ 的光栅图, 图 2(a) 显示了四幅光栅图所对应的光强曲线, 光强值 I^s 如下:

$$\begin{aligned} I_1(u, v) &= a + b\cos[\theta^s(u, v)], \\ I_2(u, v) &= a + b\cos[\theta^s(u, v) + \pi/2], \\ I_3(u, v) &= a + b\cos[\theta^s(u, v) + \pi], \\ I_4(u, v) &= a + b\cos[\theta^s(u, v) + 3\pi/2], \end{aligned} \quad (2)$$

对应的相位主值为

$$\varphi(u, v) = \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1}\right), \quad -\pi < \varphi \leq \pi. \quad (3)$$

采用多频外差原理计算绝对相位, 将不同频率的相位经过叠加^[14], 如(4)式。光栅周期为 λ_1 , 对应相位主值为 φ_1 , 光栅周期为 λ_2 , 对应相位主值为 φ_2 , 且 $\lambda_2 > \lambda_1$ 。 φ_1 和 φ_2 经过外插法, 得到周期为 λ_{12} 的相位 φ_{12} 。外差原理如图 1(b) 所示。

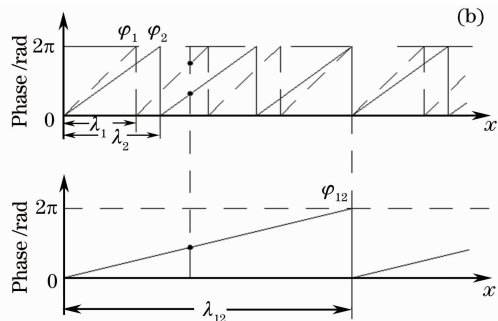


图 1 原理图。(a)四步相移法;(b)外差法

Fig. 1 Schematic diagram. (a) Four step phase-shift method; (b) heterodyne method

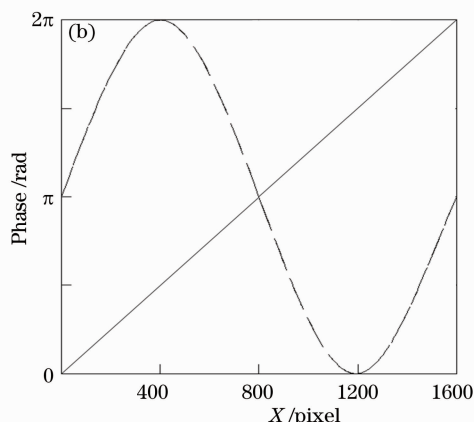
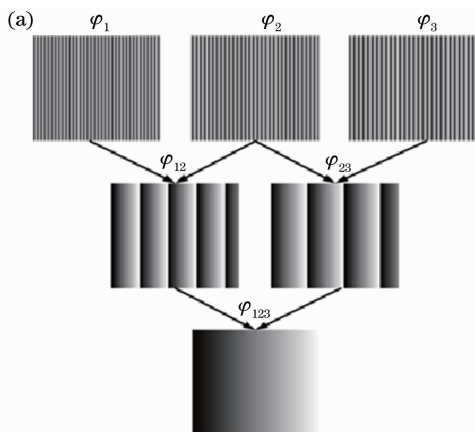


图 2 多频外差算法。(a)示意图;(b)绝对相位图

Fig. 2 Multi-frequency heterodyne algorithm. (a) Schematic diagram; (b) absolute phase

$$\lambda_{12} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

$$\varphi_{12} = \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2, & \varphi_1 \geq \varphi_2 \\ 1 + \varphi_1 - \varphi_2, & \varphi_1 < \varphi_2 \end{cases}. \quad (4)$$

如图 2(a) 所示, 利用外差原理分别叠加 λ_1 和 λ_2, λ_2 和 λ_3, λ_{12} 和 λ_{23} ; 对应叠加的相位值为 φ_1 和 φ_2, φ_2 和 φ_3, φ_{12} 和 φ_{23} ; 最后得到周期为 λ_{123} 的相位 φ_{123} , 如(5)、(6)式。在整个周期内绝对相位图的相位值 φ_{123} 是单调增长的, 如图 2(b) 所示。

$$\begin{cases} \lambda_{12} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ \lambda_{23} = \frac{\lambda_2 \lambda_3}{\lambda_3 - \lambda_2} \end{cases} \Rightarrow \lambda_{123} = \frac{\lambda_{23} \lambda_{12}}{\lambda_{23} - \lambda_{12}}, \quad (5)$$

$$\varphi_{12} = \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2, & \varphi_1 \geq \varphi_2 \\ 1 + \varphi_1 - \varphi_2, & \varphi_1 < \varphi_2 \end{cases}$$

$$\varphi_{23} = \begin{cases} \varphi_2 - \varphi_3, & \varphi_2 \geq \varphi_3 \\ 1 + \varphi_2 - \varphi_3, & \varphi_2 < \varphi_3 \end{cases}$$

$$\varphi_{123} = \begin{cases} \varphi_{12} - \varphi_{23}, & \varphi_{12} \geq \varphi_{23} \\ 1 + \varphi_{12} - \varphi_{23}, & \varphi_{12} < \varphi_{23} \end{cases}. \quad (6)$$

2.2 相位误差分析

光栅投影测量系统中的相位误差^[15-16]主要来源为伽马非正弦误差、相移误差、环境干扰等。数字投影仪投射光栅可以消除相移误差, 伽马非正弦误差成为系统相位误差的主要原因。

实际测量系统中, 由于投影仪伽马非线性的干扰, 改变了光栅投影的光强分布, 由数字相机采集到的图像光强 I^s 值会发生变化, 如图 3 所示。

$$I^s = [I^r]^\gamma, \quad (7)$$

$$\varphi'(u, v) = \arctan\left(\frac{I_4' - I_2'}{I_3' - I_1'}\right), \quad -\pi < \varphi \leq \pi, \quad (8)$$

$$\Delta[\varphi(u, v)] = \varphi'(u, v) - \varphi_0(u, v), \quad (9)$$

式中 γ 为投影仪和相机的伽马值, 当 $\gamma=1$ 时系统不存在伽马干扰。一般环境中, $\gamma>1$ 。如图 3(a) 显示标准的正弦输入信号和受到伽马干扰的信号输出, 图 3(b) 显示理想相位是单调增长的, 而真实的输出相位单调性会发生变化, 图 3(c) 是模拟的伽马非线性产生的相位差。

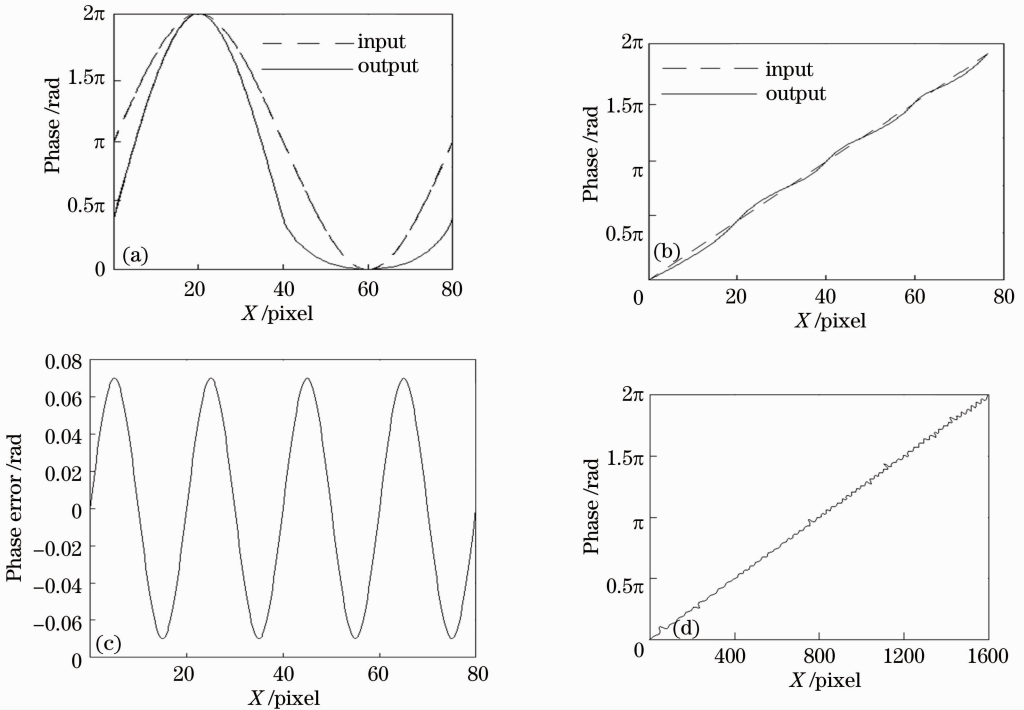


图 3 相位误差。(a) 正弦输入信号和非正弦的输出信号; (b) 单调增长的理想相位和真实的输出相位; (c) 伽马非线性干扰引起的相位误差; (d) 绝对相位图

Fig. 3 Phase error. (a) Sinusoidal input signal and the non-sinusoidal output signal; (b) monotonous incremental phase and real phase; (c) phase error caused by Gamma nonlinearity; (d) absolute phase

经过多频外差算法求得的绝对相位图, 受伽马非线性影响, 对比图 2(b), 单调性发生了改变, 可以

认为相位误差表现为绝对相位图的相位值单调性的变化, 相位值曲线不平滑, 如图 3(d) 所示。

3 相位校正原理

传统的相位误差校正算法都没有考虑光栅图像相位单调增长的特性。以相位的单调性为约束条件,提出基于最小二乘法的单调光顺算法^[17-19]来校正相位误差。

拟合区域的确立:拟合区域 M 中,包含像素序列 $\mathbf{G}' = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, g_i 为像素的灰度值,相位图中像素的灰度值对应相应相位值 φ :

$$\varphi = \frac{2\pi}{255}g. \quad (10)$$

通过对拟合区域内的像素灰度值进行最小二乘拟合计算,调整像素的灰度值。绝对相位图中的每一行像素对应的相位值具有单调增长特性,因此可以设 M 为绝对相位图的一行像素。

目标函数:使用曲线段的离散点能量函数 E 的值最小(使得曲线段内的曲率变化均匀)和曲率单调变化约束(保证曲线段内曲率单调变化)等控制曲线曲率变化,来校正曲线的相位误差。能量函数为

$$E = \sum_{i=0}^{n-1} [(g'_i - g_i)_2 + \lambda \cdot \omega^2(g'_i)], \quad (11)$$

式中 $(g'_i - g_i)$ 是校正前后的灰度差值,使曲线校正前后相不发生变形,算法拟合程度高。 $\omega^2(g'_i)$ 表示拟合的光滑程度,通常可以取值 Laplacian 算子,即 $\omega(g'_i) = \sum_{j \in M} \omega_{ij}(g'_j - g'_i)$ 。 ω_{ij} 是 i, j 两像素间的权值,可以采用像素间的灰度值斜率 k ,定义为 $k_{ij} = \frac{g_i - g_j}{i - j}$,所以 ω_{ij} 可表示为

$$\omega_{ij} = \begin{cases} \alpha k_{ij}, & k_{ij} < 0 \\ 1, & i = j \\ \alpha k_{ij}, & k_{ij} > 0 \end{cases}, \quad (12)$$

式中 α 为斜率 k 的权值,取值 $0.1 \sim 0.5$ 之间, $k_{ij} <$

0 表示点 i 处单调递减,不满足光栅图相位单调增长的特性,调整 α 使拟合曲线趋向于单调增长;拟合区域 M 内的参数归一化后满足 $\sum_{j \in M} \omega_{ij} = 1$ 。 $\omega^2(g'_i)$ 使校正后的曲线光滑, λ 为光滑权值, λ 越大拟合曲线越光滑。

能量函数 E 的矩阵形式为

$$\mathbf{E} = (\mathbf{G}' - \mathbf{G})^T (\mathbf{G}' - \mathbf{G}) + \lambda (\mathbf{G}'^T \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{G}'), \quad (13)$$

式中 \mathbf{G} 和 \mathbf{G}' 分别是校正前后的像素序列的灰度值集合, $\mathbf{G}' = \{g'_1, g'_2, \dots, g'_n\}$ 。 L 为 n 阶 Laplacian 矩阵,取值为

$$L_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ -\omega_{ij}, & (i, j) \in M \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

能量函数 E 的解为

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{G}'} = (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{L}^T \mathbf{L}) \mathbf{G}' - \mathbf{G} = 0 \Rightarrow \mathbf{G}' = (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{G}. \quad (15)$$

由(15)式可以求出校正后的光栅图像灰度值,通过(10)式计算出校正后的相位值。

4 实验及讨论

建立一个光栅投影系统,如图 4 所示,系统由 DH-SV2001GC/GM 大恒数字相机(分辨率为 $1628 \text{ pixel} \times 1236 \text{ pixel}$)和宏基 DLP 投影机(分辨率为 $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$)组成。先由计算机控制投影仪向物体投射光栅条纹,光栅图像被数字相机采集,经图像采集软件输入到计算机中,进行相位误差自校正。实验中,投影模式的设置、投影、相位误差校正过程均由程序控制自动完成。

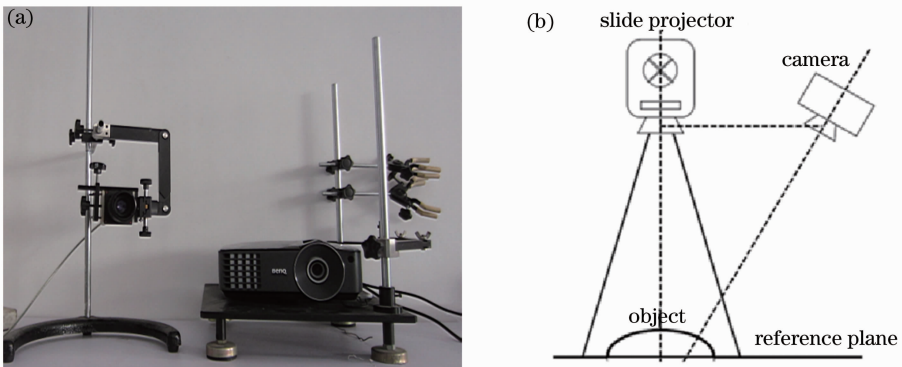
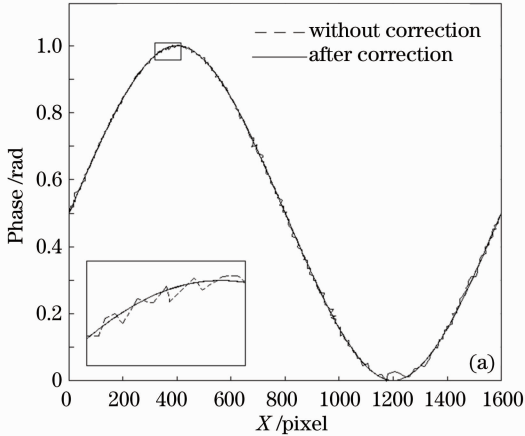


图 4 测试系统。(a)实验设备;(b)系统布局

Fig. 4 Measurement system. (a) Measurement device; (b) system geometrical layout

光栅投影测量算法采用四步相移法解和多频外差法。首先投影 3 组频率分别为 70、64 和 59 的光栅图像，每组为四幅相位初值分别为 $0, 0.5\pi, \pi, 1.5\pi$ 的光栅图像；然后用四步相移法分别求出 3 幅相位图；最后采用多频外差法求出相位分布图，利用基于最小二乘法的单调光顺算法校正相位误差。

下面分别以校正伽马非线性干扰和测量一个雕



塑来验证算法。标准平面的相位误差主要是由投影仪的伽马非线性干扰引起的。图 5(a)显示了未校正前绝对相位图的相位误差和标准输出的绝对相位图相位，图 5(b)显示校正前后的误差值，可以看出误差校正补偿前标准偏差为 0.0655 mm，相位校正后误差为 0.0205 mm，误差减少了 60% 以上，测量精度提高 3 倍以上，因此该相位误差校正有效。

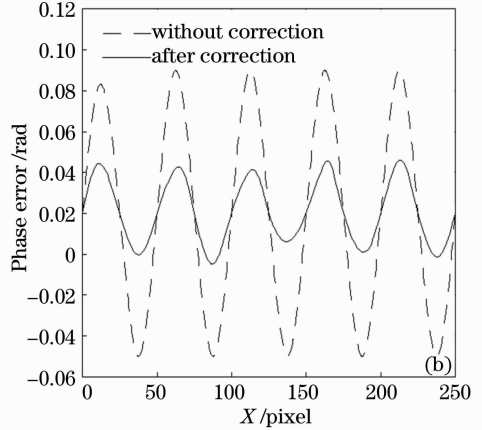


图 5 标准平面解相位结果。(a)校正前后的绝对相位图的相位误差；(b)校正前后的相位误差值

Fig. 5 Phase error correction of gamma nonlinear. (a) Phase before correction and after correction; (b) phase error before correction and after correction

下面以一件雕塑为验证对象。图 6(a)为校正前的相位图，轮廓较为模糊，有许多波纹状的噪音。当 $\lambda=0.8$ 时，如图 6(b)所示，图像的相位轮廓变得清晰，表面较为光滑。当 $\lambda=2$ 时，如图 6(c)所示，图像的相位轮廓反而变得模糊，造成相位细节的丢

失。可见调整光滑权值 λ 可以根据需要调整相应的光滑程度。上述实验结果表明，算法降低了相位误差，提高了测量精度，可以得到光滑的相位图，调整光滑权值 λ 值可以得到不同光滑程度的相位图。

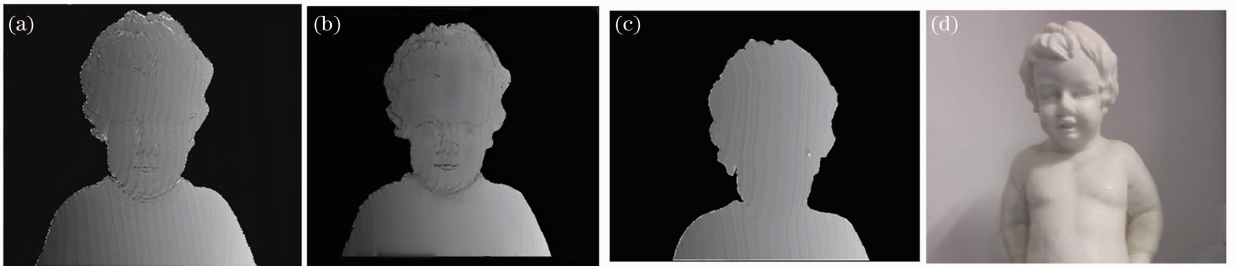


图 6 实验结果。(a)未校正的绝对相位；(b) $\lambda=0.8$ 时的绝对相位；(c) $\lambda=2$ 时的绝对相位；(d)测量对象

Fig. 6 Experimental results. (a) Before correction; (b) phase correction by $\lambda=0.8$; (c) phase correction by $\lambda=2$; (d) measurement object

5 结 论

依据光栅图像的相位单调增长特性提出一种基于最小二乘法的单调光顺算法校正相位误差，与传统的方法相比，具有以下特点：

1) 从绝对相位图的相位单调增长特性角度分析系统误差，并以此为约束条件，提出基于最小二乘

法的单调光顺算法校正系统相位误差，方法简单。

2) 系统整体相位误差减少 60% 以上，相位图光滑性好，并且可以按光滑程度要求设置相应的光滑权值 λ 值。

参 考 文 献

1 T Luhmann, S Robson, S Kyle, et al.. Close Range

- Photogrammetry: Principles, Techniques and Applications [M]. New York: Wiley Sons, 2006.
- 2 F Chen, G Brown, M Song. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods [J]. *Opt Eng*, 2000, 39(1): 10–22.
 - 3 Feipeng Da, Shaoyan Gai. Flexible three-dimensional measurement technique based on a digital light processing projector [J]. *Appl Opt*, 2007, 47(3): 377–385.
 - 4 Li Zhongwei, Wang Congjun, Shi Yusheng, *et al.*. High precision phase error compensation algorithm for structural light measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(8): 1527–1532.
李中伟, 王从军, 史玉升, 等. 结构光测量中的高精度相位误差补偿算法[J]. *光学学报*, 2008, 28(8): 1527–1532.
 - 5 Du Hubing, Zhao Hong, Li Bing, *et al.*. Demodulating the phase of phase-shifting shadow moire using arbitrary phase shift [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0912003.
杜虎兵, 赵宏, 李兵, 等. 任意相移阴影叠栅相位解调技术的研究[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0912003.
 - 6 Zhai Aiping, Cao Yiping, He Yuhang. 3D measurement with orthogonal composite structure light based on two-plus-shifting algorithm [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 29(2): 0208003.
翟爱平, 曹益平, 何宇航. 基于“2+1”相移算法的正交复合光三维测量方法[J]. *中国激光*, 2012, 29(2): 0208003.
 - 7 Zheng Dongliang, Da Feipeng. Double-step phase-shifting algorithm for fringe-projection measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(5): 0512004.
郑东亮, 达飞鹏. 双步相移光栅投影测量轮廓术[J]. *光学学报*, 2012, 32(5): 0512004.
 - 8 Y S Hu, J T Xi, E B Li, *et al.*. Three-dimensional profilometry based on shift estimation of projected fringe patterns [J]. *Appl Opt*, 2006, 45(4): 678–687.
 - 9 H W Guo, H T He, M Y Chen. Gamma correction for digital fringe projection profilometry [J]. *Appl Opt*, 2004, 43(14): 2906–2914.
 - 10 M Baker, J Xi, J Chieharo. Neural network digital fringe calibration technique for structured light profilometers [J]. *Appl Opt*, 2007, 46(8): 1233–1243.
 - 11 X Chen, J Xi, Y Jin. Phase error compensation method using smoothing spline approximation for a three-dimensional shape measurement system based on gray-code and phase-shift light projection [J]. *Opt Eng*, 2008, 47(11): 113601.
 - 12 S Zhang, S T Yau. Generic nonsinusoidal phase error correction for three-dimensional shape measurement using a digital video projector [J]. *Appl Opt*, 2007, 46(1): 36–43.
 - 13 Gai Zhaoyan, Da Feipeng. A new phase alignment method for digital projector in phase measuring profilometry [J]. *Acta Automation Sinica*, 2008, 34(11): 1363–1368.
盖绍彦, 达飞鹏. 基于数字投影仪的光栅相位自校正方法[J]. *自动化学报*, 2008, 34(11): 1363–1368.
 - 14 Xu Wei. Research and Application of 3D Surface Measurement Technology Based on Multiple Frequency Phase-Shift Technology of Structured Light [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2010. 31–34.
许伟. 多频相移结构光三维型面测量技术研究及应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2010. 31–34.
 - 15 G Notni, G Notni. Digital fringe projection in 3D shape measurement: an error analysis [C]. *SPIE*, 2003, 5144: 372–380.
 - 16 Liudong Xiong, Shuhai Jia. Phase-error analysis and elimination for nonsinusoidal waveforms in Hilbert transform digital-fringe projection profilometry [J]. *Opt Lett*, 2009, 34(15): 2363–2365.
 - 17 Gao Bin, Song Xiaowen, Hu Shugeng, *et al.*. Fairing B-spline curves with curvature variation constraints [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(7): 145–148.
高斌, 宋小文, 胡树根, 等. 基于曲率单调均匀变化约束的曲线光顺方法[J]. *农业机械学报*, 2007, 38(7): 145–148.
 - 18 Zhang Dongmei, Liu Ligang. Feature-preserving mesh smoothing algorithm based on the weighted least squares [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2010, 22(9): 1497–1501.
张冬梅, 刘利刚. 保特征的最小二乘三角网格光顺算法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2010, 22(9): 1497–1501.
 - 19 Hu Guofei, Peng Qunsheng. Feature-preserving mesh smoothing algorithm based on vertex estimation [J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2004, 38(12): 1535–1539.
胡国飞, 彭群生. 基于顶点预测的特征保持网格光顺算法[J]. *浙江大学学报(工业版)*, 2004, 38(12): 1535–1539.

栏目编辑: 何卓铭