

# 干涉条纹快速加窗傅里叶滤波方法的研究

郭媛 毛琦\* 陈小天 王娜 赵丽娜

(齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

**摘要** 滤波是干涉图像处理中的关键问题之一。为解决加窗傅里叶滤波在干涉条纹处理中运行时间长的问題, 采用了快速傅里叶变换算法用以减少计算时间。通过加窗傅里叶变换, 克服了傅里叶变换在干涉图相位局部信息不能提取的缺点, 提出了一种快速加窗傅里叶滤波方法, 实现了干涉条纹的快速滤波。在保证滤波效果的同时, 缩短了计算时间, 大大提高了干涉条纹处理速度, 从根本上解决了加窗傅里叶滤波耗时长的问題, 使得加窗傅里叶滤波方法应用于散斑在线检测成为了可能。实验验证了本方法的快速性、有效性和可靠性。

**关键词** 图像处理; 干涉条纹; 快速加窗傅里叶滤波; 快速傅里叶变换; 处理速度; 相位解包裹

**中图分类号** O438 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201434.0612008

## Study of a Fast Windowed Fourier Filtering Method for Interference Fringes

Guo Yuan Mao Qi Cheng Xiaotian Wang Na Zhao Lina

(College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar, Heilongjian 161006, China)

**Abstract** Filtering is one of the key issues in interferogram processing. In order to solve the long running time of windowed Fourier filtering in processing of interference pattern, a fast Fourier transform in windowed Fourier filtering is adopted to reduce the computation time and overcome the faults of local fringe information cannot be extracted by Fourier transform. A fast windowed Fourier filtering method has been proposed, which can reduce the computation time significantly comparing with convolution method of windowed Fourier filtering without sacrificing measurement accuracy. It has solved the long time-consuming fundamentally and made windowed Fourier filtering method be suitable for real-time speckle detecting. Experiments verify this method is fast, effective and reliable.

**Key words** image processing; interference fringes; fast windowed Fourier filtering; fast windowed Fourier transform; processing speed; phase unwrapping

**OCIS codes** 120.2650;070.2615;120.2440;120.6150;120.6165

## 1 引言

滤波是干涉图像处理中的重要环节, 滤波效果的好坏直接影响相位解包裹的准确性和可靠性。傅里叶滤波<sup>[1-2]</sup>在处理连续平滑的干涉条纹时运算速度虽快, 但对于相位突变和欠采样的干涉条纹滤波的效果不好, 原因是傅里叶变换是一种全局变换, 可提取函数在整个频率轴上的频率信息, 却不能反映信号在局部时间范围内的特征。加窗傅里叶变换

(WFT)则可克服此缺点, 可提取信号在任意局部范围的频率特性。据此, 钱克矛提出了基于窗变换的加窗傅里叶滤波<sup>[3]</sup>(WFF)方法。WFF存在三个问题: 阈值的选取, 窗尺寸选择, 费时长。前两个问题已陆续解决<sup>[4-7]</sup>, 但计算耗时问题很长一段时间都未能得到有效解决。2009年, 南洋理工大学提出了使用多核 CPU 在 Matlab 环境下采用并行计算方式处理干涉条纹<sup>[8]</sup>, 虽然使计算速度提高了 6.6 倍, 只

收稿日期: 2013-12-09; 收到修改稿日期: 2014-02-01

基金项目: 国家自然科学基金(61100103)、黑龙江省自然科学基金(F201219)、黑龙江省教育厅科研面上(12521600)、齐齐哈尔大学青年重点基金(2011K-02)

作者简介: 郭媛(1974—), 女, 博士, 教授, 硕士生导师, 主要从事光学信息处理、光学检测与传感器技术等方面的研究。

E-mail: guoyuan171@126.com

\* 通信联系人。E-mail: asdenglish@126.com

是依赖于硬件环境和运行方式上的提速,但没能从根本上解决加窗傅里叶滤波方法费时长的的问题。本文提出了一种快速加窗傅里叶滤波(FWFF)方法,从根本上解决了此问题,并经实验验证了本方法的可行性。

## 2 快速加窗傅里叶滤波原理

加窗傅里叶滤波是在传统加窗傅里叶变换基础上经阈值处理、逆变换,并进行相位计算,从而得到滤波后的相位,本文采用快速傅里叶变换对传统加窗傅里叶变换加以改造,并计算出滤波后的相位,从而实现了计算速度的加快。

散斑干涉图光强分布的数学描述<sup>[9]</sup>为

$$I = I_0[1 + \mu \cos \varphi], \quad (1)$$

式中  $I$  为图像的灰度值,  $I_0$  为条纹光强的背景值,  $\mu$  为调制幅度,  $\varphi$  为随机相位角。干涉条纹的二维加

窗傅里叶变换和其逆变换<sup>[10-13]</sup>可分别表示为

$$Sf(m, n, \epsilon, \gamma) = [I(m, n) \otimes \phi_{\epsilon, \gamma}(m, n)] \times \exp(-j\epsilon m - j\gamma n), \quad (2)$$

$$I(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} [I(x, y) \otimes \phi_{\epsilon, \gamma}(x, y)] \otimes \phi_{\epsilon, \gamma}(x, y) d\epsilon d\gamma, \quad (3)$$

式中  $(m, n)$  为空间域坐标,  $(\epsilon, \gamma)$  为频域坐标,  $\otimes$  表示卷积。基函数  $\phi_{\epsilon, \gamma}$  可表示为

$$\phi_{\epsilon, \gamma}(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \exp[j(\epsilon x + \gamma y)], \quad (4)$$

式中  $\sigma$  是窗口尺寸调节参数。在衡量相位提取精度、去噪效果以及干涉条纹分辨率基础上,实验表明  $\sigma$  取 10 时效果最佳<sup>[14]</sup>。  $\phi_{\epsilon, \gamma}(x, y)$  的傅里叶变换可表述为

$$\mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y) = 2\pi\sigma^2 \exp\left\{-\frac{\sigma^2[(\omega_x - \epsilon)^2 + (\omega_y - \gamma)^2]}{2}\right\}, \quad (5)$$

式中  $\omega_x, \omega_y$  分别是沿  $x$  轴和  $y$  轴方向的频率。据卷积理论, (2) 式可表示为

$$Sf(m, n, \epsilon, \gamma) = \exp(-j\epsilon m - j\gamma n) \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_I(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)], \quad (6)$$

式中  $\mathcal{F}, \mathcal{F}^{-1}$  分别表示为傅里叶变换和傅里叶逆变换。同理, (3) 式又可写为

$$I(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_I(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)]\}\} d\epsilon d\gamma, \quad (7)$$

相位  $\phi(x, y)$  可表示为

$$\phi(x, y) = \phi(m, n) + \omega_1(m, n)(x - m) + \omega_2(m, n)(y - m), \quad (8)$$

式中  $\phi(m, n)$  是相位值,  $\omega_1(m, n)$  和  $\omega_2(m, n)$  分别表示点  $(m, n)$  沿着  $x$  轴和  $y$  轴的频率值。略去标注  $(m, n)$ , 则  $I(x, y)$  的傅里叶变换可写为

$$\mathcal{F}_I(\omega_x, \omega_y) = 4\pi^2 a \delta(\omega_x, \omega_y) + 2\pi^2 b \exp[j(\phi - \omega_1 m - \omega_2 n)] \delta(\omega_x - \omega_1, \omega_y - \omega_2) + 2\pi^2 b \exp[-j(\phi - \omega_1 m - \omega_2 n)] \delta(\omega_x + \omega_1, \omega_y + \omega_2), \quad (9)$$

式中  $\delta$  表示狄拉克函数, 用  $a, b$  分别代表  $a(x), b(y)$ 。去除直流分量和两个边频分量, (9) 式又可写为

$$\mathcal{F}_{I_r}(\omega_x, \omega_y) = 2\pi^2 b \exp[j(\phi - \omega_1 m - \omega_2 n)] \delta(\omega_x - \omega_1, \omega_y - \omega_2), \quad (10)$$

把(10)式代入(6)式中, 可得

$$Sf(m, n, \epsilon, \gamma) = \exp(-j\epsilon m - j\gamma n) 2\pi^2 b \exp(j\phi) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_1, \omega_2), \quad (11)$$

由加窗傅里叶脊(WFR)方法可得相位

$$\phi = \text{angle}\{\exp[j(\epsilon m + \gamma n)] Sf(m, n, \epsilon, \gamma) |_{\epsilon=\omega_1, \gamma=\omega_2}\}, \quad (12)$$

当  $\epsilon = \omega_1, \gamma = \omega_2$  时  $Sf(m, n, \epsilon, \gamma)$  取得最大值。

相位  $\phi$  也可通过把(10)式代入(7)式, 则快速加窗傅里叶滤波方法可表述为

$$\overline{I(x, y)} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\gamma l \epsilon l}^{\gamma h \epsilon h} \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{\overline{\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_{I_r}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)]}\}\} \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y) d\epsilon d\gamma, \quad (13)$$

式中

$$\overline{\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_{I_r}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)]} = \begin{cases} \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_{I_r}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)], & \text{if } |\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_{I_r}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)]| \geq thr \\ 0, & \text{if } |\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_{I_r}(\omega_x, \omega_y) \mathcal{F}_{\phi_{\epsilon, \gamma}}(\omega_x, \omega_y)]| < thr \end{cases}, \quad (14)$$

式中  $\overline{\mathcal{F}^{-1}[F_{I_r}(w_x, w_y)\mathcal{F}_{\psi_{\varepsilon, \gamma}}(w_x, w_y)]}$  为  $\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}_{I_r}(w_x, w_y)\mathcal{F}_{\psi_{\varepsilon, \gamma}}(w_x, w_y)]$  的阈值处理,  $\overline{I(x, y)}$  表示条纹滤波,  $thr$  为阈值。  $\varepsilon h, \varepsilon l$  和  $\gamma h, \gamma l$  分别表示  $\varepsilon, \gamma$  积分的上、下限。大阈值有利于噪声的去除, 随着阈值的增大图像有用信息破坏程度会加深<sup>[15-16]</sup>, 阈值区间取(5, 9)之间较为合适, 其中  $thr=6$  为最优阈值。

相位计算式为

$$\phi = \text{angle}[\overline{I(x, y)}]. \quad (15)$$

### 3 实验与讨论

仿真干涉条纹空间尺寸为 512 pixel×512 pixel,

表 1 WFF 和 FWFF 调试参数

Table 1 Parameters used for windowed Fourier filtering (WFF) and fast windowed Fourier filtering (FWFF)

Methods	Window size $\sigma$	Integration in $x$ -direction $\varepsilon l; step; \varepsilon h$	Integration in $y$ -direction $\gamma l; step; \gamma h$	Threshold values
WFF	10	-1:0.1:1	-0.3:0.01:0.3	6
FWFF	10	-1:0.1:1	-0.3:0.01:0.3	0.35

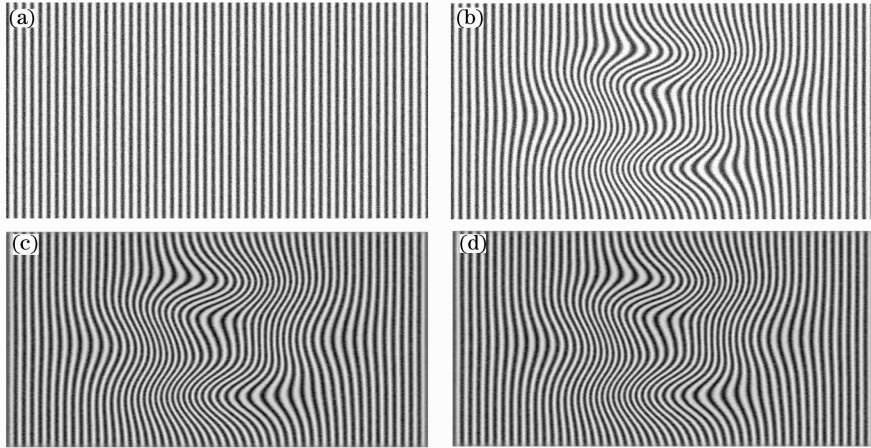


图 1 干涉条纹滤波。(a)变形前的干涉条纹；(b)变形后的干涉条纹；(c) b 图经 WFF 后的图像；(d) b 图经 FWFF 后的图像

Fig.1 Filtering of interference fringes. (a) Before deformation; (b) after deformation; (c) WFF for b; (d) FWFF for b

从图 1 可以看出, 对于变形后的干涉条纹, FWFF 滤波效果不逊于 WFF。WFF 和 FWFF 滤波后的相位及相位误差分别如图 2 所示。

从图 2 可以看出 WFF 和本文提出的 FWFF 滤

变形前干涉条纹图的数学描述为

$$I_{re} = 255 \times [0.5 + 0.3 \times \cos(2\pi x/p)] + n(x, y), \quad (16)$$

式中  $n(x, y)$  为高斯噪声, 均值为 0.25,  $\pi x/p$  表示沿着  $x$  方向的载波相位,  $p$  取值为 8。变形后干涉条纹图的数学描述为

$$I_{de} = 255 \times \{ \{ 0.5 + 0.3 \times \cos[2\pi x/p + 3.5 \times \text{peaks}(512)] \} \} + n(x, y). \quad (17)$$

WFF 和 FWFF 调试参数如表 1 所示。

分别采用两种滤波方法对变形后的干涉条纹滤波, 如图 1 所示。

表 2 误差及处理时间比较

Table 2 Comparing of the error and processing time

Methods	Maximum error /rad	Minimum error /rad	Mean square error /rad	Computation time for simulated fringes /s
WFF	0.4483	-0.4603	0.1053	23.21
FWFF	0.4133	-0.4230	0.1028	3.69

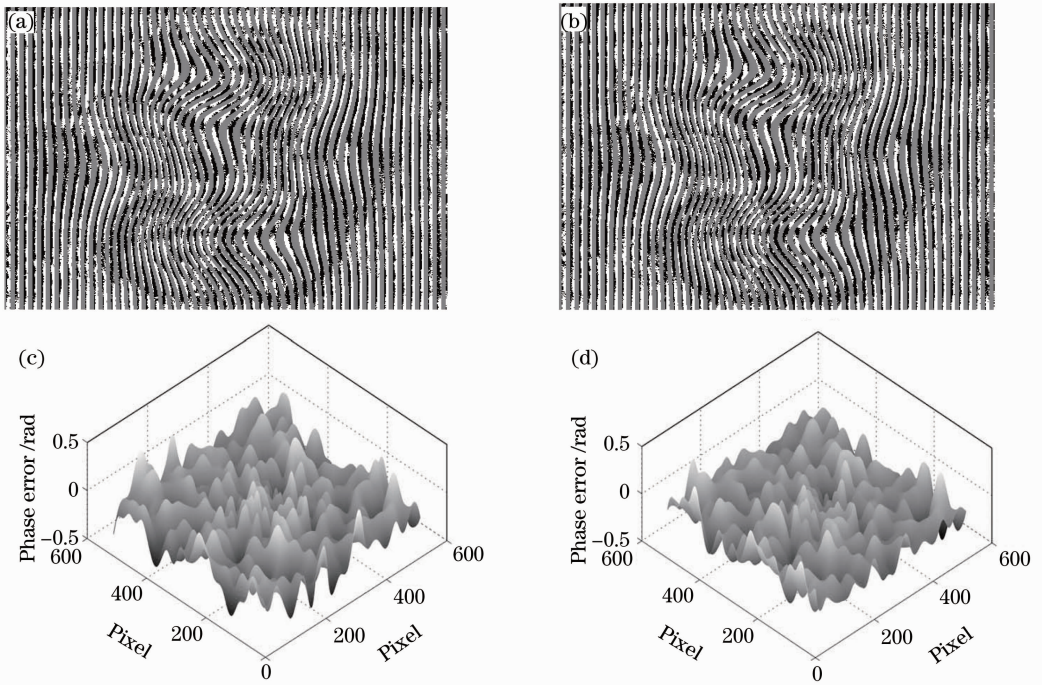


图 2 滤波后的相位及相位误差。(a) WFF 滤波后的相位；(b) FWFF 滤波后的相位；(c) WFF 滤波后的相位误差；(d) FWFF 滤波后的相位误差

Fig. 2 Filtered phase and phase error. (a) Wrapping phase after WFF; (b) wrapping phase after FWFF; (c) wrapping phase error after WFF; (d) wrapping phase error after FWFF

从表 2 可以看出,在滤波后干涉条纹相位误差上,FWFF 略有减小;在干涉图滤波处理时间上,FWFF 大大减小,FWFF 的处理速度是 WFF 的 6~7 倍。从而验证了本方法的快速性和有效性。

为进一步验证 FWFF 在干涉条纹处理中的可靠性,还采用了质量图导引算法对图 2 滤波后的包裹相位分别进行相位解包,并进行了解包后的相位比较,如图 3 所示。

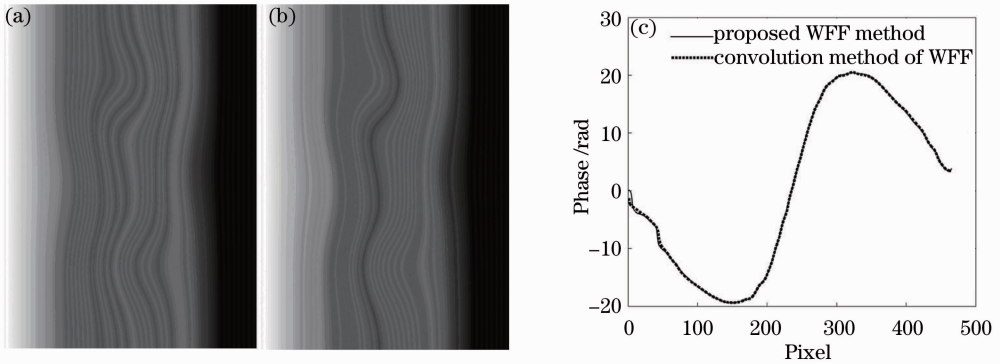


图 3 解包相位比较。(a)对 WFF 滤波相位的解包相位；(b)对 FWFF 滤波相位的解包相位；(c) FWFF 解包相位(a)与 WFF 解包相位的比较(b)

Fig. 3 Comparing of the unwrapping phase. (a) Unwrappde phase after WFF; (b) unwrapped phase after FWFF; (d) comparing of the unwrappde phase between (a) and (b)

从图 3 可以看出,对两种方法滤波相位的的解包相位效果基本相同,解包后的相位也基本一致。从而验证了本方法的可靠性和精确性。

#### 4 结 论

针对干涉条纹加窗傅里叶滤波费时长的问题,提出了一种快速加窗傅里叶滤波方法,实现了干涉条纹的快速滤波。通过实验分别对加窗傅里叶滤波

和快速加窗傅里叶滤波在滤波效果、相位误差、处理速度以及相位解包效果上作了比较,从而验证了该法的可行性。

### 参 考 文 献

- 1 Fan Qi, Yang Hongru, Li Gaoping, *et al.*. Method for phase recovery from a single undersampled wrapped phase map[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(3): 0310002.  
范 琦, 杨鸿儒, 黎高平, 等. 欠采样包裹相位图的恢复方法[J]. *光学学报*, 2011, 31(3): 0310002.
- 2 Zhang Zhihui, Wang Huaying, Liu Zuoqiang, *et al.*. Phase unwrapping algorithms based on fast fourier transform [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(12): 120902.  
张志会, 王华英, 刘佐强, 等. 基于快速傅里叶变换的相位解包裹算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(12): 120902.
- 3 K Qian. Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis; principles, applications and implementations [J]. *Opt Lasers Eng*, 2007, 45(2): 304-317.
- 4 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Application of dilating gabor transform to three-dimensional shape analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(6): 725-729.  
翁嘉文, 钟金钢. 伸缩窗口傅里叶变换在三维形貌测量中的应用[J]. *光学学报*, 2004, 24(6): 725-729.
- 5 Huang Yu, Zhong Jingang. Improved algorithm to choose the window scale for windowed Fourier transform profilometry [J]. *Optical Technique*, 2010, 36(3): 378-385.  
黄 宇, 钟金钢. 窗口傅里叶变换轮廓术中窗口尺度选取的改进[J]. *光学技术*, 2010, 36(3): 378-385.
- 6 Hai Li, Chuping Yang. Two-dimensional multiscale windowed Fourier transform based on two-dimensional wavelet transform for fringe pattern demodulation [J]. *Optics & Laser Technology*, 2001, 43(1): 72-81.
- 7 S Fernandez, M A Gdeisat, J Salvi, *et al.*. Automatic window size selection in windowed Fourier transform for 3D reconstruction using adapted mother wavelets [J]. *Opt Commun*, 2011, 284(12): 2797-2807.
- 8 Wenjing Gao, Qian Kemao, Haixia Wang, *et al.*. Parallel computing for fringe pattern processing: a multi core CPU approach in MATLAB environment [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2009, 47(11): 1286-1292.
- 9 Y Y Hung. Shearography: an optical measurement technique and applications [J]. *Materials Science and Engineering R*, 2005, 49(3): 61-87.
- 10 Wenjing Chen, Qiuju Shen, Min Zhong. Comparison of 2D S-transform profilometry and 2D windowed Fourier transform profilometry [J]. *Optick-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, 124(24): 6732-6736.
- 11 Kemao Qian, Seah Hock Soon, Anand Asundi. A simple phase unwrapping approach based on filtering by windowed Fourier transform [J]. *Optics & Laser Technology*, 2005, 37(6): 458-462.
- 12 Qian Kemao. A simple phase unwrapping approach based on filtering by windowed Fourier transform: the phase near edges [J]. *Optics & Laser Technology*, 2007, 39(7): 1364-1369.
- 13 C J Tay, C Quan, H Niu, *et al.*. Phase retrieval in two-wavelength DSSI using a combined filtering method [J]. *Optik-International Journal for light and Electron Optics*, 2011, 122(23): 2114-2118.
- 14 Qian Kemao. A simple phase unwrapping approach based on filtering by windowed Fourier transform: a note on the threshold selection [J]. *Optics & Laser Technology*, 2008, 40(8): 1091-1098.
- 15 Li Kai, Zhang Dazhi, Wang Jingjing, *et al.*. Phase extraction of an ESPI fringe pattern by using two-dimensional continuous wavelet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(3): 733-738.  
李 凯, 张大治, 王晶晶, 等. 基于二维连续小波变换的ESPI条纹图相位提取方法 [J]. *光学学报*, 2010, 30(3): 733-738.
- 16 Sun Liuxing, Yu Yingjie, Zhou Wenjing. A method to improve the speed of wavelet transform in interferogram analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(s2): s212006.  
孙流星, 于瀛洁, 周文静. 一种提高小波变换处理干涉图速度的方法[J]. *光学学报*, 2013, 33(s2): s212006.

栏目编辑: 张浩佳