

基于校正多相位快速傅里叶变换算法的 叠栅条纹相位差测量

常 丽 杨继敏

(沈阳工业大学信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要 叠栅条纹相位差测量是光栅位移测量中的关键技术,在两块光栅相对运动过程中,叠栅条纹信号的频率会因光栅夹角误差的存在而发生偏移,采用传统多相位快速傅里叶变换(MPFFFT)算法计算任意时刻叠栅条纹相位值会产生测量误差,导致相位差测量不准确。为了减少频偏所产生的相位测量误差,提出了一种校正 MPFFFT 相位测量算法,推导出了基于相位差校正法的 MPFFFT 谱校正模型。仿真结果表明,在无噪声情况下,当光栅夹角误差为 0.1° 时,信号的最大频率偏移量约为 4.19 kHz,传统 MPFFFT 相位测量误差大于 100° ,经相位校正后,相位测量误差小于 0.2° ,相位差测量误差小于 0.004° ;在高斯噪声和谐波干扰情况下,相位差测量误差小于 0.2° ,当取栅距为 $20\ \mu\text{m}$ 时,相位差测量误差所产生的位移测量误差小于 $0.0111\ \mu\text{m}$,为光栅位移纳米级测量提供了参考。

关键词 光栅;叠栅条纹;相位差测量;相位差校正

中图分类号 TH741 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0612006

Moire Fringe Phase Difference Measurement Based on Correcting MPFFFT Algorithm

Chang Li Yang Jimin

(School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology,
Shenyang, Liaoning 110870, China)

Abstract Moire fringe phase difference measurement is the key technology of grating displacement measurement, when the two gratings are in relative movement, moire fringe signal frequency is offset because there is an angle error between the two gratings, traditional multi-phase fast Fourier transform (MPFFFT) algorithm is used to calculate moire fringe phase value at any time, it will produce measurement errors, resulting in phase difference measurement is not accurate. To reduce the phase measurement error caused by frequency offset, a phase measurement algorithm of correcting MPFFFT is proposed, and phase correction model of MPFFFT spectrum based on phase difference correction method is deduced. Simulation results show that in the absence of noise, when the angle error is 0.1° , moire fringe maximum signal frequency offset is 4.19 kHz, the phase measurement error of traditional MPFFFT is more than 100° , phase measurement error is less than 0.2° and the phase difference measurement error is less than 0.004° after correction in the presence of Gaussian noise and harmonics, the phase difference measurement error is less than 0.2° . When the pitch is $20\ \mu\text{m}$, the corresponding grating displacement measurement error is less than $0.0111\ \mu\text{m}$, it provides a reference for the grating nanoscale displacement measurement.

Key words gratings; moire fringe; phase difference measurement; phase difference correction

OCIS codes 120.5050; 120.4120; 050.2770

1 引 言

光栅位移测量技术是以叠栅条纹细分理论为基础,通常采用测量条纹的相位变化量获得位移量,高

精度测量相位是提高光栅位移测量分辨率和精度的基础^[1-3]。目前,常采用 CCD/CMOS 图像传感器作为叠栅条纹接收器件,其分辨力主要受像素尺寸

收稿日期: 2013-11-11; 收到修改稿日期: 2014-01-29

基金项目: 沈阳市科技计划项目(F13-316-1-57)

作者简介: 常 丽(1971—),女,博士,副教授,主要从事精密测量与控制,智能仪器与网络化测控系统等方面的研究。

E-mail: changlianli@163.com

限制,像素尺寸越小,一个条纹周期内所包含的像素数越多,位移测量分辨力就越高。基于 CCD/CMOS 传感器输出的叠栅条纹信号具有较好的周期性,通过求取相邻两次叠栅条纹相位差可以获得光栅相对位移量,光栅相对位移量 Δx 与叠栅条纹相位差 $\Delta\varphi$ 、栅距 d 之间的关系为 $\Delta x = d \times \Delta\varphi / 360^\circ$, 因此,提高位移测量精度的关键是提高相位差的测量精度。

传统的基于傅里叶变换的相位测量方法,由于加窗截断产生的频谱泄漏严重影响相位测量精度^[4-5]。多相位快速傅里叶变换(MPFFT)等算法能够减少这类误差,与传统的傅里叶变换相比,一定程度上抑制了频谱泄漏。但上述两种算法的测相精度均受到信号频偏的影响,当两块光栅相对运动时,不可避免地会产生光栅夹角误差,造成叠栅条纹信号频率的偏移,产生相位测量误差,且不同频偏下所产生的相位测量误差也不同,导致相位差测量结果不准确^[6-7]。基于以上原因,本文在 CMOS 采集叠栅条纹信号的基础上,提出了一种校正 MPFFT 相位测量算法,减少了因光栅相对运动引起的频偏对相位测量的影响,提高相位差测量精度。

2 叠栅条纹数学模型

把两块光栅以微小夹角叠放在一起,当有平行光照射时,在光栅背后就会出现明暗相间的条纹,即叠栅条纹。

叠栅条纹在 x 方向上的光强表达式可近似表示为

$$I(x) = I_0 + I \cos(2\pi f_x x + \varphi), \quad (1)$$

式中 I_0 为背景光强, I 为叠栅条纹光强变化幅度, f_x 为叠栅条纹在 x 方向上的空间频率, $f_x = 1/W$, φ 为光学初相位, W 为叠栅条纹周期。

在驱动脉冲作用下, CMOS 图像传感器开始对叠栅条纹信号进行采集^[8], 将静态叠栅条纹光强信号转换成随时间变化的近似正弦波的动态电信号。光电转换后的电信号可表示为

$$y(t) = U_0 + U_1 \cos(2\pi f_s L F t + \varphi), \quad (2)$$

式中 U_0 为电信号的直流分量, U_1 为电信号的幅度, L 为传感器有效光敏元长度, $L = m \times N$, m 为传感器的像素尺寸, N 为有效像素数, F 为帧频, $F = f_s / N$, f_s 为采样频率。

由于 CMOS 传感器为像素阵列结构,且内部集成像素级模数(A/D)转换器,其输出的叠栅条纹信号就是被像素抽样的信号,并且具有很好的周期性。CMOS 输出叠栅条纹信号表达式为

$$y(n) = U_0 + U_1 \cos(2\pi n f_x L F / f_s + \varphi). \quad (3)$$

叠栅条纹采集过程如图 1 所示。

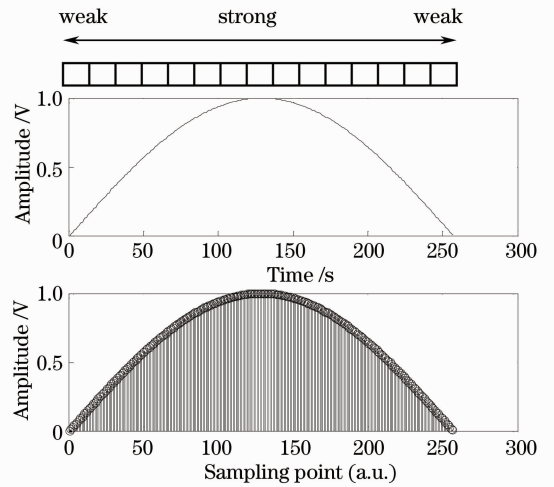


图 1 叠栅条纹采集过程

Fig. 1 Procedure of moire fringe acquisition

由(2)式可知,令叠栅条纹信号频率为 f , 则

$$f = f_x L F = \frac{1}{W} \times (m \times N) \times \frac{1}{f_s} = \frac{1}{f_s} \times N$$

$$\frac{1}{W} \times m \times f_s. \quad (4)$$

根据叠栅条纹周期 W 与光栅夹角 θ [单位: ($^\circ$)]、栅距 d 的关系:

$$W = \frac{d \times 180}{\theta \times \pi}, \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式,可以得到光栅夹角与叠栅条纹信号频率的关系为

$$f = \frac{1}{W} \times m \times f_s = \frac{m \times f_s \times \pi}{d \times 180} \times \theta. \quad (6)$$

由(6)式可知,叠栅条纹信号的频率会因光栅相对运动所产生的夹角误差而发生偏移。采用的 CMOS 传感器的像素尺寸为 $4 \mu\text{m}$ 、最高采样频率为 12 MHz,采用栅距为 $20 \mu\text{m}$ 的光栅。采用 512 点快速傅里叶变换(FFT)计算,因此调整两光栅夹角为 0.56° ,此时叠栅条纹周期 W 约为 $2048 \mu\text{m}$,叠栅条纹信号的频率 f 约为 23.44 kHz。由(6)式进一步可得到夹角误差 $\Delta\theta$ 与频率误差 Δf 的关系:

$$\Delta f = \frac{40 \times \pi}{3} \times \Delta\theta. \quad (7)$$

图 2 为夹角误差与频率误差的关系曲线。

根据图 2 可知,当夹角误差为 $\pm 0.1^\circ$ 时,所产生的最大频率误差为 $\pm 4.19 \text{ kHz}$,采用传统 FFT 和 MPFFT 均会产生相位测量误差,且不同频偏下所产生的相位测量误差也不同,导致相位差测量结果

不准确。为了减少该误差,采用校正 MPFFT 算法来获取任意时刻叠栅条纹信号相位测量值。

3 叠栅条纹相位测量原理

针对 CMOS 输出叠栅条纹信号特点,采用校正 MPFFT 算法来获取任意时刻叠栅条纹信号相位测量值,可以减少频偏所产生的相位测量误差。由于叠栅条纹基频谱线具有最大幅度,所以只需提取基频谱线相位值,而无需所有谱线,可以提高数据处理速度。叠栅条纹相位测量原理框图如图 3 所示。

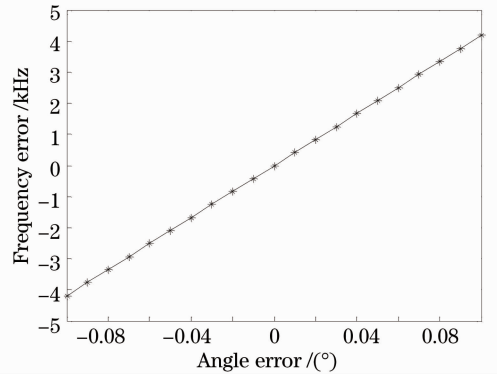


图 2 夹角误差与频率误差的关系曲线
Fig. 2 Curve of angle error and frequency error

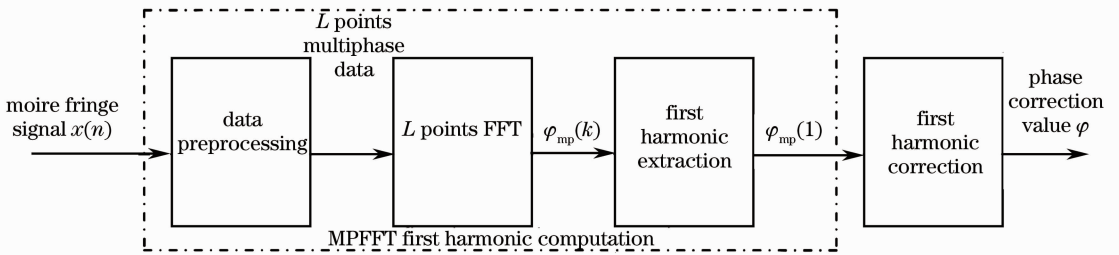


图 3 叠栅条纹相位测量原理框图

Fig. 3 Principle diagram of moire fringe phase measurement

3.1 MPFFT 基波相位求取

3.1.1 数据预处理

以采样点数 $2N - 1 = 9$ 为例,则 $N = 5, L = (N - 1) / 2 = 2$,将采样序列按段长 L 由前向后分段,

然后进行周期延拓,按第一个数据段取一个周期对齐,最后将对应的列相加得 L 点 MPFFT 预处理数据。图 4 为 MPFFT 数据预处理基本框图^[6,9-10]。

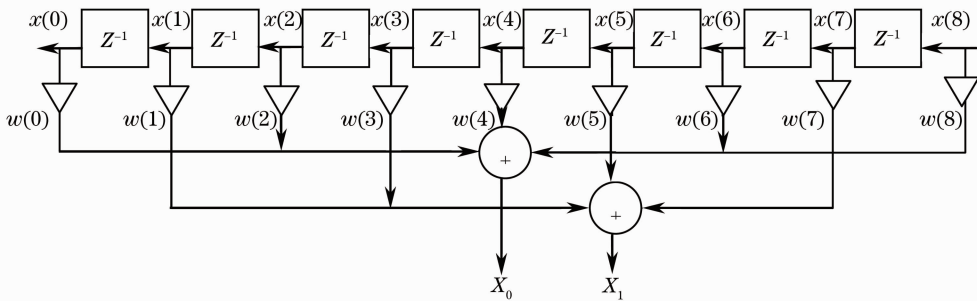


图 4 MPFFT 数据预处理基本框图

Fig. 4 Basic block diagram of MPFFT data preprocessing

由图 4 可以看出,MPFFT 数据预处理实际上是用长度为 $2N - 1$ 的卷积窗数据 $w(n)$ 对输入数据加权,然后将间隔 L 点的数据对应相加。其中,卷积窗数据是由两个非等长前窗 f 和翻转的后窗 b 卷积得到,令 R_N 为 N 阶矩形窗,若 $f = R_L, b = R_{2N-L}$,卷积窗数据 $w(n)$ 可表示成

$$w(n) = R_L * R_{2N-L}, \quad (8)$$

式中 $*$ 表示卷积,MPFFT 与 FFT 区别在于其对输入序列所加的是长度为 $2N - 1$ 的矩形卷积窗,而

FFT 是直接对输入序列加长度为 $2N - 1$ 的矩形窗。图 5 为 FFT、MPFFT 的幅度衰减情况。

从抑制频谱泄漏能力上看,谱函数中主瓣幅度与旁瓣幅度的比值越大,说明主瓣相对于旁瓣的幅度衰减越快,频谱泄漏越少。由图 5 可以看出,除了主瓣之外,MPFFT 与 FFT 的幅度衰减情况保持着近似 2 倍的关系,具有很好的抑制频谱泄漏能力。

3.1.2 MPFFT 谱分析

令采样后单频复信号为

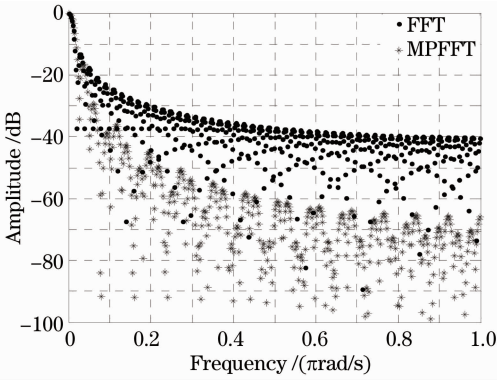


图 5 FFT、MPFFT 的幅度衰减情况

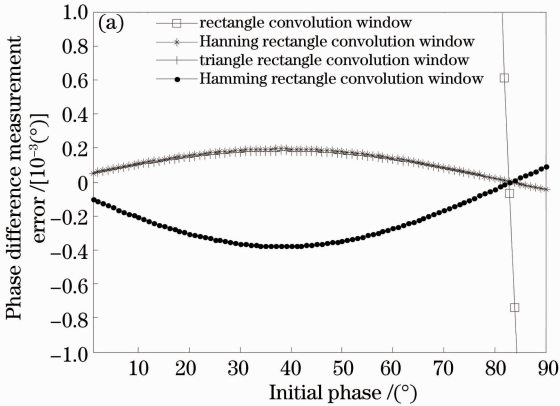
Fig. 5 Amplitude attenuation of FFT, MPFFT

$$x(n) = A \exp \left[j \left(2\pi \times \frac{f}{f_s} \times n + \varphi \right) \right], \quad (9)$$

式中 A 为信号幅度, f 为信号频率, f_s 为采样频率, φ 为信号初相。经预处理后, 得 L 点预处理数据, 然后对 L 点数据进行 FFT, 得 MPFFT 谱为

$$X_{mp}(k) = A \exp(j\varphi) \exp \left[j 2\pi (k_0 - k) \frac{N-1}{L} \right] \times \frac{\sin \left[\frac{\pi (k_0 - k) (2N-L)}{L} \right]}{\sin \left[\frac{\pi (k_0 - k)}{L} \right]} \times \frac{\sin \left[\frac{\pi (k_0 - k)}{L} \right]}{\sin \left[\frac{\pi (k_0 - k)}{L} \right]}, \quad (10)$$

式中 $k_0 = fL/f_s$ 为信号真实频率 f 在频域中的位置, k 为谱线序号(整数)。



由(10)式可知, 其后两项是加窗所引起的频谱泄漏, 窗函数的选择直接影响算法的抑制频谱泄漏能力, 理想窗函数往往要求其主瓣宽度尽可能小、旁瓣幅度尽可能小且衰减尽可能快。由于 MPFFT 所加窗是两个非等长窗的卷积, 图 6 给出了 MPFFT 加四种卷积窗函数的幅度衰减情况。

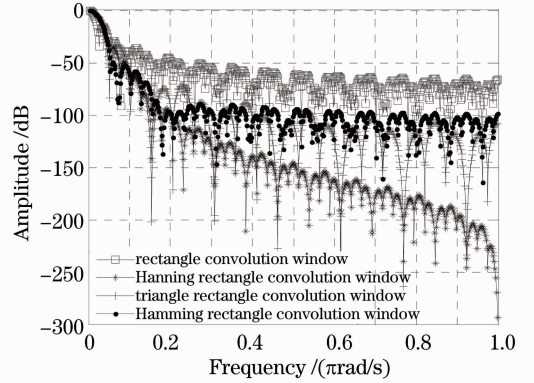


图 6 四种卷积窗函数的幅度衰减情况

Fig. 6 Amplitude attenuation of four convolution window functions

令采样序列为 $x(n) = \cos \left(\frac{2\pi n f}{f_s} + \frac{m\pi}{180} \right)$, 其中初相位 $m = 1^\circ \sim 90^\circ$, 当发生最大频偏时, f 的范围为 19.25 ~ 27.63 kHz, 图 7 给出了最大频偏时 MPFFT 加四种卷积窗的相位差测量误差曲线。

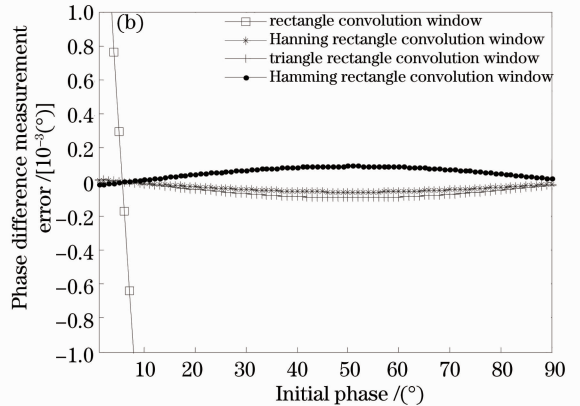


图 7 MPFFT 加四种卷积窗的相位差测量误差曲线。(a)最小频率时误差曲线; (b)最大频率时误差曲线

Fig. 7 Phase difference measurement error curve of four convolution window based on MPFFT. (a) Error curve of maximum frequency; (b) error curve of minimum frequency

图 6 的仿真结果表明, MPFFT 加汉宁卷积窗的旁瓣幅度较小, 幅度衰减最快, 图 7 的仿真结果表明, 加汉宁卷积窗测得的叠栅条纹相位差测量误差最小, 综合以上考虑, 本文采用加汉宁卷积窗对输入序列进行加权处理, 减少因加窗所引起的频谱泄漏。

根据(10)式可以得出 MPFFT 相位谱 $\varphi_{mp}(k)$ 为

$$\varphi_{mp}(k) = \varphi + \frac{N-1}{L} \times \Delta k \times 2\pi, \quad (11)$$

式中 $\Delta k = k_0 - k$ 为信号真实频率在频域中的位置与离散谱线之间的偏差。

由(11)式可以看出, MPFFT 相位谱在原始相位 φ 的基础上附加一个相位值, 附加相位值 $\Delta\varphi$ 与 Δk 的关系可表示为

$$\Delta\varphi = \frac{N-1}{L} \times \Delta k \times 2\pi. \quad (12)$$

当叠栅条纹信号的频率正好落在对应谱线位置上时,即 k_0 为整数, $\Delta k = 0$, 此时附加相位值 $\Delta\varphi$ 为零, 没有产生相位测量误差。而实际叠栅条纹信号频率会因光栅夹角误差的存在发生偏移, 令叠栅条纹信号的频率偏移量为 Δf , 又因为 $\Delta k = \Delta f L / f_s$, 根据(12)式即可得到叠栅条纹信号的频率偏移量与附加相位值之间的关系

$$\Delta\varphi = \frac{N-1}{f_s} \times 2\pi \times \Delta f. \quad (13)$$

而且对于不同频偏的两信号来说, 附加相位值所带来的相位测量误差也不同。图 8 为 MPFFT 不同频偏下的相位测量误差。

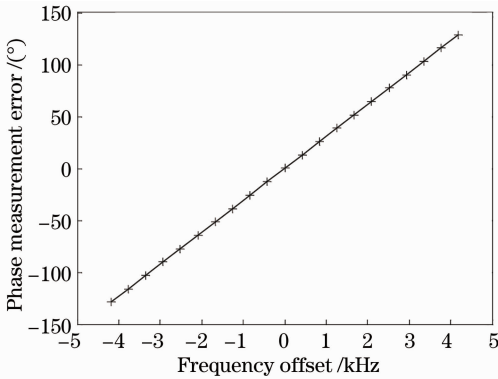


图 8 MPFFT 不同频偏下的相位测量误差

Fig. 8 Phase measurement error of different frequency offset based on MPFFT

由图 8 可以看出, 相位误差随着频率偏移量的增加越来越大, 所以需要对每次相位测量值进行相位校正, 减少相位测量误差。

3.2 相位校正

采用时域平移相位差校正法对 MPFFT 相位谱中的附加相位进行相位校正^[11-13]。具体分析步骤如下:

1) 信号采样

在信号频率相同的情况下, 分别选取两段长度为 $2N-1$ 的采样序列 $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 为

$$x_1(n) = \cos(2\pi n f / f_s + \varphi_1), \quad (14)$$

$$x_2(n) = \cos(2\pi n f / f_s + \varphi_2), \quad (15)$$

式中 f 为信号频率, f_s 为采样频率, φ_1 、 φ_2 分别为两信号的初始相位。

2) MPFFT 相位谱计算

根据(11)式可以求出两个采样序列的 MPFFT 相位谱为

$$\varphi_{mp1}(k) = \varphi_1 + 2\pi \times \Delta k \times (N-1)/L, \quad (16)$$

$$\varphi_{mp2}(k) = \varphi_2 + 2\pi \times \Delta k \times (N-1)/L. \quad (17)$$

3) 相位校正

将(16)式和(17)式相减得两个离散相位谱的相位差为

$$\Delta\varphi_{mp}(k) = \varphi_{mp2}(k) - \varphi_{mp1}(k) = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (18)$$

且 φ_1 和 φ_2 满足下面关系式:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + 2\pi \times f \times T, \quad (19)$$

式中 $T = M/f_s$, M 为时域的平移点数, 且 $f = f_s(k + \Delta k)/L$, 并将其代入(18)式得

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{mp}(k) &= 2\pi \times (k + \Delta k) \times (f_s/L) \times M/f_s = \\ &= 2\pi \times k \times (f_s/L) \times M/f_s + 2\pi \times \Delta k \times (f_s/L) \times \\ &= M/f_s. \end{aligned} \quad (20)$$

化简(20)式可以得出信号频率与离散谱线之间的偏差为

$$\Delta k = \frac{\Delta\varphi_{mp}(k) - 2\pi \times k \times (f_s/L) \times M/f_s}{2\pi \times (f_s/L) \times M/f_s}. \quad (21)$$

4) 将 Δk 代入(22)式和(23)式, 求出校正后的频率和相位为

$$f' = (k + \Delta k) \times f_s/L, \quad (22)$$

$$\varphi' = \varphi_{mp1}(k) - 2\pi \times \Delta k \times (N-1)/L. \quad (23)$$

4 仿真分析

研究对象为 CMOS 传感器输出的直接被数字化了的近似正弦波的叠栅条纹信号, 令 CMOS 输出叠栅条纹信号为

$$y(n) = \cos(2\pi n f / f_s + m \times \pi/180), \quad (24)$$

式中叠栅条纹信号频率 f 范围为 19.25~27.63 kHz, 采样频率 f_s 为 12 MHz, FFT 分析点数为 512, 初相位 $m=1^\circ \sim 90^\circ$ 。在无噪声干扰下, MPFFT 校正前、后相位值测量误差曲线如图 9 所示。

图 10 为 MPFFT 校正后相位差测量误差曲线。

光栅位移测量系统在实际的应用中, 受到各种噪声的干扰, 因此叠栅条纹信号往往包含谐波、高斯白噪声等干扰, 设实际的叠栅条纹采样序列为: $y(n) = \text{awgn}[x(n), S_{NR}]$, 其中 $\text{awgn}[x(n), S_{NR}]$ 表示在信号 $x(n)$ 中加入高斯白噪声, $x(n) = \cos(2\pi \times f / f_s + m \times \pi/180) + \cos(4\pi \times f / f_s + m \times \pi/180) + \cos(6\pi \times f / f_s + m \times \pi/180) + 1$ 。图 11 为噪声干扰下 MPFFT 校正后相位差测量误差曲线, 其中高斯噪声信噪比为 50 dB。

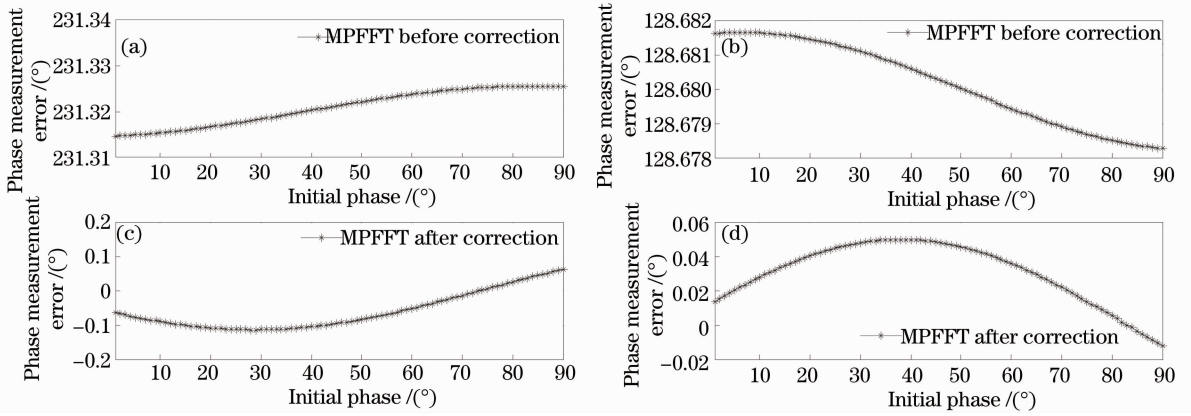


图 9 MPFFT 校正前后相位值测量误差曲线。(a)最小频率时误差曲线；(b)最大频率时误差曲线

Fig. 9 Phase value measurement error curve before and after correction based on MPFFT. (a) Error curve of maximum frequency; (b) error curve of minimum frequency

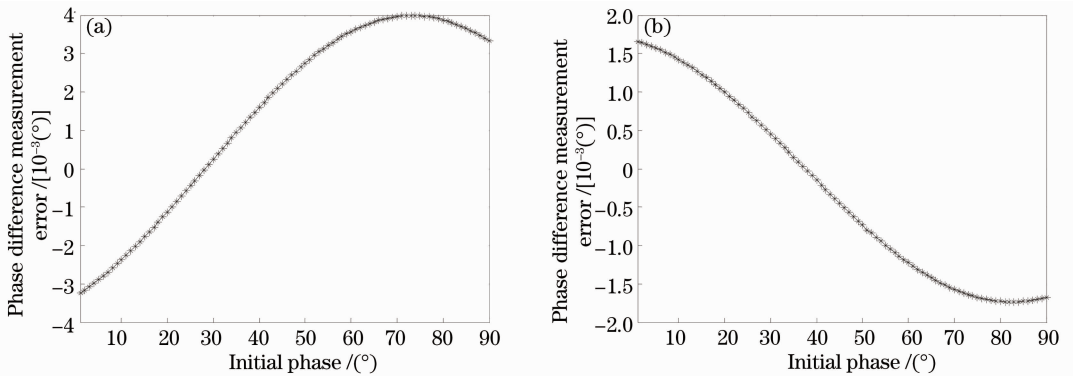


图 10 MPFFT 校正后相位差测量误差曲线。(a)最小频率时误差曲线；(b)最大频率时误差曲线

Fig. 10 Phase difference measurement error curve after the correction based on MPFFT. (a) Error curve of maximum frequency; (b) error curve of minimum frequency

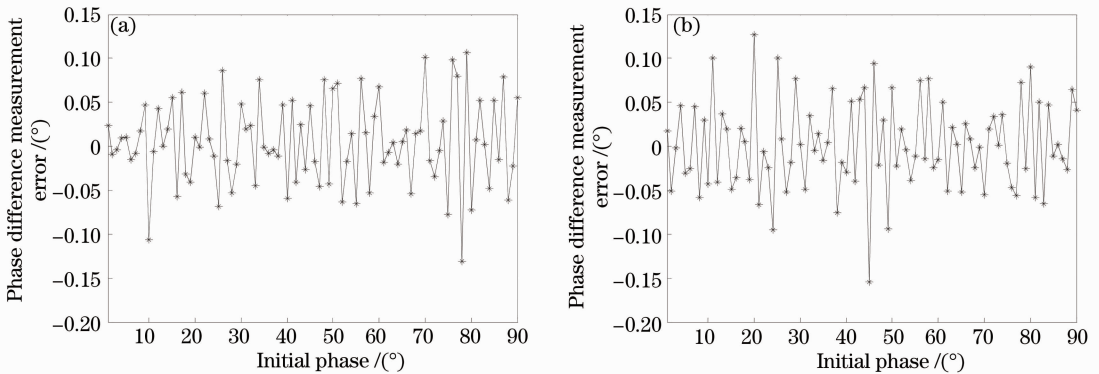


图 11 噪声干扰下 MPFFT 校正后相位差测量误差曲线。(a)最小频率时误差曲线；(b)最大频率时误差曲线

Fig. 11 Phase difference measurement error curve of after correction based on MPFFT with Gaussian noise. (a) Error curve of maximum frequency; (b) error curve of minimum frequency

由仿真结果可以看出,在无噪声干扰下,当频率误差为 ± 4.19 kHz 时,MPFFT 校正前所产生的相位测量误差大于 100° ,经相位校正后,相位测量误差小于 0.2° ,相位差测量误差小于 0.004° 。在谐波和高斯噪声干扰下,相位差测量误差小于 0.2° ,根据光栅相对位移量 Δx 与叠栅条纹相位差 $\Delta\varphi$ 之间

的关系,该算法的相位差测量误差所产生的位移测量误差小于 $0.0111 \mu\text{m}$ 。

5 结 论

利用像素尺寸为 $4 \mu\text{m}$ 的 CMOS 图像传感器对叠栅条纹信号进行采集,当取栅距为 $20 \mu\text{m}$ 、夹角约

为 0.56° 的光栅时,叠栅条纹周期约为 $2048\ \mu\text{m}$,可实现条纹周期 512 细分。采用校正 MPFFT 算法计算任意时刻叠栅条纹信号相位值,其中,数据预处理部分采用汉宁卷积窗减少了频谱泄漏,相位校正采用时移相位差校正法,提高了相位测量精度。当叠栅条纹信号发生最大频率偏移量 $4.19\ \text{kHz}$ (对应光栅夹角误差为 0.1°)时,校正 MPFFT 算法的相位差测量误差小于 0.004° ,在谐波和高斯噪声(信噪比为 $50\ \text{dB}$)干扰下,相位差测量误差小于 0.2° ,其所产生的位移测量误差小于 $0.0111\ \mu\text{m}$,对光栅位移纳米测量具有重要参考价值。

参 考 文 献

- Zhu Jiangping, Hu Song, Yu Junsheng. Analysis of phase-distribution effect of moire fringes on alignment precision [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0912002.
朱江平, 胡 松, 于军胜. 叠栅条纹相位分布对对准精度的影响分析[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0912002.
- Du Hubing, Zhao Hong, Li Bing, *et al.*. Demodulating the phase of phase-shifting shadow moire using arbitrary phase shift [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0912003.
杜虎兵, 赵 宏, 李 兵, 等. 任意相移阴影叠栅相位解调技术的研究[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0912003.
- Wang Donghui, Liu Lin, Zheng Puchao, *et al.*. Resolution analysis of varied line-space grating angular displacement sensor [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(6): 060501.
王东辉, 刘 林, 郑普超, 等. 变栅距光栅角位移传感器分辨率分析[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(6): 060501.
- C Vennila, G Lakshminarayanan, Seok-Bum Ko. Dynamic partial reconfigurable FFT for OFDM based communication systems [J]. *Circuits Syst Signal Process*, 2012, 31(3): 1049–1066.
- Zhang Min, Tang Feng, Wang Xiangzhao, *et al.*. Phase retrieval errors analysis of interferogram using two dimensional fast Fourier transform method [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(3): 0308002.
张 敏, 唐 锋, 王向朝, 等. 二维快速傅里叶变换干涉图相位

- 提取误差分析[J]. *中国激光*, 2013, 40(3): 0308002.
- Guo Jing. An Improved APFFT Algorithm and Its Application in Multi-Frequency EIT System [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010.
郭 靖. 一种改进的 APFFT 算法及其在多频 EIT 系统中的应用[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
 - Li Yan, Zhang Yunquan, Liu Yiqun, *et al.*. MPFFT: an auto-tuning FFT library for OpenCL GPUs [J]. *Journal of Computer Science and Technology*, 2013, 28(1): 90–105.
 - Jiang Zhidong, Gao Taichang, Sun Haiyang, *et al.*. Implementation of linear CMOS image data acquisition and data encode compression [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2011, 24(4): 554–558.
江志东, 高太长, 孙海洋, 等. 线阵 CMOS 图像采集及编码传输的实现[J]. *传感技术学报*, 2011, 24(4): 554–558.
 - Shen Yanfang, Chen Lihua, Chen Xing. High-precision phase detection with all-phase FFT based on FPGA [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2011, 34(8): 52–55.
沈艳芳, 陈丽花, 陈 星. 基于 FPGA 的全相位 FFT 高精度相位测量[J]. *电子测量技术*, 2011, 34(8): 52–55.
 - Huang Xiangdong, Wang Zhaohua. Anti-noise performance of all-phase FFT phase measuring method [J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2011, 26(3): 286–291.
黄翔东, 王兆华. 全相位 FFT 相位测量法的抗噪性能[J]. *数据采集与处理*, 2011, 26(3): 286–291.
 - Cao Hao, Liu Dejun, Feng Ye, *et al.*. Application of the all-phase time-shift phase difference method in the power harmonic detection [J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2012, 49(7): 24–28.
曹 浩, 刘得军, 冯 叶, 等. 全相位时移相位差法在电力谐波检测中的应用[J]. *电测与仪表*, 2012, 49(7): 24–28.
 - Ding Kang, Zhong Shuncong. A universal phase difference correction on discrete spectrum [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(1): 142–145.
丁 康, 钟舜聪. 通用的离散频谱相位差校正方法[J]. *电子学报*, 2003, 31(1): 142–145.
 - Yang Zhijian, Ding Kang. Accuracy analysis of frequency estimated by applying time-shifting correcting method of phase difference in presence of Gaussian white noise [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2007, 20(3): 274–279.
杨志坚, 丁 康. 高斯白噪声背景下时移相位差校正法的频率估计精度分析[J]. *振动工程学报*, 2007, 20(3): 274–279.

栏目编辑: 何卓铭