

离轴数字全息超分辨率记录系统优化设计

桂进斌 李俊昌* 宋庆和 楼宇丽 李重光

(昆明理工大学理学院, 云南 昆明 650500)

摘要 超分辨率数字全息记录系统可以突破系统分辨极限,提高系统分辨率。设计不同形式的超分辨率记录系统用 CCD 记录高频物光信息是目前一个活跃的研究领域。基于取样定理及衍射的角谱理论对超分辨率离轴数字全息记录系统的设计进行研究,研究表明,无论选择何种设计方案,超分辨率系统所形成的等效 CCD 的面阵尺寸存在一个优化值,当实际设计尺寸大于优化值时并不能进一步提高分辨率,使用优化值设计的记录系统最紧凑。基于研究结果,导出优化设计超分辨率离轴数字全息系统的方法,以分辨率测试板为物体,使用数字全息再现光场复振幅叠加的方法,给出不同等效 CCD 尺寸时的重建像。实验结果证明了理论分析的正确性及可行性。

关键词 全息;超分辨率记录系统;角谱衍射;优化设计;采样定理

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0609001

Optimization Design of Off-Axis Digital Holography Super-Resolution Recording System

Gui Jinbin Li Junchang Song Qinghe Lou Yuli Li Chongguang

(College of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China)

Abstract Super-resolution digital holography recording system can break through the limit of system resolution and improve the resolution of system. At present, in order to get high spectrum of object with CCD, designing different super-resolution recording system is an active area of research. Basing on sampling theorem and angular spectrum diffraction theory, the design of super-resolution digital holography recording system is discussed. The research result show that no matter how to design the system, the recording system have a optimization size value of the equivalent CCD. The resolution can not be improved when the equivalent CCD size is large than the optimization value. Based on the research result, the optimized design method of super-resolution recording system is presented. With the numerical reconstructed complex amplitude superposition method, the reconstruction images of different equivalent CCD sizes are presented. The experimental result is consistent with the theoretical analysis.

Key words holography; super-resolution recording system; angular spectral diffraction; optimization design; sampling theorem

OCIS codes 090.1995; 070.0070; 100.6640

1 引言

随着计算机处理速度提高及廉价 CCD 的问世,数字全息已经成为一个十分活跃的研究领域^[1-3]。然而,由于数字全息图只能记录下邻近光轴传播并进入 CCD 窗口的角谱,其重建像分辨率不高。如何超越窗口尺寸对角谱衍射的限制,利用小窗口尺寸的 CCD 有效捕捉物光场的高频分量,充分发挥 CCD 的性能实现物光场的超分辨率重建,是近年来

人们积极研究的课题。在该研究领域,通过平移 CCD 多次记录全息图而形成一个等效的大面积全息图的合成孔径方法是一种有效的技术^[4-10]。由于需要移动 CCD 到不同的空间位置,并获得可精确拼接的各子全息图,因此,这种方法对系统的稳定性要求较高,主要用于记录静止不变的物光场。近年来的理论及实验研究表明,照明物光投射角度的变化能让到达 CCD 平面的物光场平移,若用计算机控

收稿日期: 2014-01-13; 收到修改稿日期: 2014-02-17

基金项目: 国家自然科学基金(60977007)、云南省人培基金(KKSY201307134)、云南省教育厅基金(2012y516,2012y515)

作者简介: 桂进斌(1974—),男,博士,副教授,主要从事数字全息技术方面的研究。E-mail: jinbingui@163.com

* 通信联系人。E-mail: jcli99@163.com

制的相位型空间光调制器改变照明物光的方向,则能用静止不动的 CCD 方便地记录下尺寸大于 CCD 面阵的物光场^[11]。为便于变化物光场的准实时记录,还可以采用飞秒激光及偏振光的特性设计数字全息超分辨率实时记录系统^[12-13],实现物光场的超分辨率重建。

本文基于取样定理及角谱衍射理论对 CCD 探测信息受到的限制进行研究,导出优化设计超分辨率离轴数字全息检测系统的方法。研究表明,无论通过什么设计方案形成大面积等效 CCD,都存在一个优化尺寸,该数值是照明光波长、记录距离、物体尺寸、CCD 窗口及单位像素尺寸的函数。当实际设计的尺寸小于这个优化值时,不能充分发挥 CCD 的性能,反之,当实际设计尺寸大于优化值时,并不能进一步提高重建像的分辨率。

2 CCD 探测信息的研究

令 CCD 面阵宽度为 L , 物体的宽度为 D_0 , 物平面到 CCD 探测平面的距离为 d , 图 1 给出 CCD 记录离轴数字全息图的示意图。

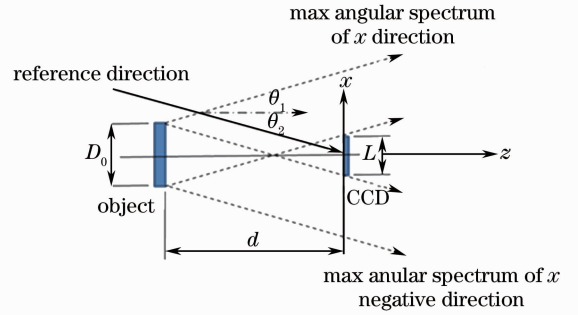


图 1 CCD 记录数字全息图的示意图

Fig.1 Diagram of recording digital hologram with CCD

设物平面光波场为 $O_0(x, y)$, 沿 z 轴传播到 CCD 平面的光波场可以根据角谱衍射理论表示为

$$O(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}[O_0(x, y)] \exp \left[j \frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] \right\}, \quad (1)$$

式中

$$\mathcal{F}[O_0(x, y)] = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} O_0(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy, \quad (2)$$

$j = \sqrt{-1}$, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长, f_x, f_y 是与 x, y 对应的频域坐标。物光场可表为

$$O_0(x, y) = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[O_0(x, y)] \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} (\lambda f_x x + \lambda f_y y) \right] df_x df_y. \quad (3)$$

(3)式表明,物平面发出的光波可以视为方向余弦为 $\lambda f_x, \lambda f_y, \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}$ 的平面波的叠加,平面波的振幅由 $\mathcal{F}[O_0(x, y)]$ 确定。由于 CCD 面阵宽度的限制,图 1 中用虚线箭头示出能够进入 CCD 的最高物光角谱的传播方向, θ_1 为 x 轴正向最高物光角谱的传播方向与光轴 z 的夹角。

若 CCD 像素间距为 Δx , 根据取样定理, CCD 能够记录的干涉条纹最小宽度是 $2\Delta x$ 。设投向 CCD 的参考光为平面波,其传播方向与光轴 z 的夹角为 θ_2 。现研究参考光与图中 x 轴正向传播的最高角谱所对应的平面波的干涉图样。

令 $A_1 \exp(jkx \sin \theta_1)$ 代表 x 轴正向最高角谱所对应的平面波, $A_2 \exp(-jkx \sin \theta_2)$ 代表参考光波。两列波的干涉场强度分布为

$$I(x) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos[kx(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)]. \quad (4)$$

傍轴近似下, $\sin \theta_1 = \theta_1 = \frac{L + D_0}{2d}$, $\sin \theta_2 = \theta_2$, 则干涉条纹间距为

$$T = \frac{\lambda}{\frac{L + D_0}{2d} + \theta_2}, \quad (5)$$

令 $T = 2\Delta x$, 由(5)式得到

$$\frac{L + D_0}{2d} + \theta_2 = \frac{\lambda}{2\Delta x}. \quad (6)$$

为了让物体的重建像在一次快速傅里叶变换(1-FFT)重建平面能有效分离,根据文献[14]的讨论,参考光与光轴的夹角应为 $\theta_2 = \frac{3 \times 4D_0}{8d}$, 代入(6)式得

$$\frac{L + D_0}{2d} + \frac{12D_0}{8d} = \frac{\lambda}{2\Delta x}. \quad (7)$$

由此可求得在给定实验条件下,离轴数字全息能够充分利用 CCD 的性能有效记录物体信息的最

佳距离

$$d = (L + 4D_0)\Delta x/\lambda. \quad (8)$$

由于(6)式中 $\theta_2 = 0$ 对应于同轴数字全息,令(7)式的对应项为零,可得同轴数字全息能充分利用 CCD 的性能有效记录物体信息的最佳距离为

$$d = (L + D_0)\Delta x/\lambda. \quad (9)$$

同轴数字全息最佳记录距离表达式的物理意义是:当记录距离低于最佳距离时,尽管传播方向与 z 轴的夹角大于 θ_1 的物光场高频角谱能够到达 CCD,但由于 CCD 抽样间距的限制,不能重建这部分角谱;反之,当记录距离大于同轴数字全息最佳记录距离时,到达 CCD 的物光场角谱传播方向与 z 轴的夹角小于 θ_1 ,不能充分发挥 CCD 的物理性能高分辨率地记录及重建物光场。

对于离轴数字全息,由于必须在全息图的 1-FFT 重建像平面上分离出物体的像,由(8)式确定的最佳记录距离大于由(9)式确定的同轴数字全息最佳记录距离。因此,在最佳记录距离下记录的离轴数字全息图并没有充分发挥 CCD 的分辨率,如何利用给定的 CCD 设计记录系统捕捉常规记录时逸出 CCD 窗口的高频角谱,超分辨率地重建物光场,成为离轴数字全息的一个重要研究课题。

3 离轴数字全息超分辨率记录系统的优化设计

以下讨论给定实验条件下离轴数字全息系统的优化设计问题。

根据(3)式,能够进入 CCD 的最高角谱频率 f_x 满足:

$$\lambda f_x = \theta_1 = \frac{L + D_0}{2d}, \quad (10)$$

由于 CCD 能够探测的频谱最大值为 $f_{\max} = \frac{1}{2\Delta x}$,利用(10)式,超分辨率记录时应让 CCD 宽度 L_u 满足:

$$\frac{1}{2\Delta x} = \frac{L_u + D_0}{2\lambda d}, \quad (11)$$

表 1 USAF1951 光学分辨率板负片每 1 mm 的线对数

Table 1 Line pair number per 1 mm of USAF 1951

Number of line	Number of group							
	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	4	8	16	32	64	128
2	1.12	2.2	4.49	8.98	17.95	36	71.8	144
3	1.26	2.5	5.04	10.1	20.16	40.3	80.6	161
4	1.41	2.8	5.66	11.3	22.62	45.3	90.5	181
5	1.59	3.2	6.35	12.7	25.39	50.8	102	203
6	1.78	3.6	7.13	14.3	28.51	57	114	228

于是,能充分记录物体信息的等效 CCD 宽度则为

$$L_u = \frac{\lambda d}{\Delta x} - D_0. \quad (12)$$

以上结果表明,给定 CCD 的宽度 L 、像素间距 Δx 、物体宽度 D_0 、物体到 CCD 的距离 d 及光波长 λ 后,需要设计的等效 CCD 的宽度是一个确定的值 L_u 。当设计结果大于 L_u 时,CCD 并不能记录来自物光的高频角谱。当小于 L_u 时,不能充分发挥 CCD 的性能。因此,(12)式是优化设计超分辨率记录系统的基本关系式。

若选择物体到 CCD 的距离为(8)式确定的最佳距离,代入(12)式得

$$L_u = \frac{L\lambda d}{(L + D_0)\Delta x} = \frac{L + 4D_0}{L + D_0}L, \quad (13)$$

由于等效 CCD 的宽度随着记录距离的增加而加大,(8)式确定的最佳距离是 CCD 能够记录物光场信息的最短距离,因此,(13)式是等效 CCD 的最小宽度,设计出的光学系统具有最紧凑的结构。

4 实验研究和讨论

实验记录系统如图 2 所示,激光束通过分束镜 BS1 后分成两束,一束经准直扩束后照明测量物体形成物光波,另一束经扩束后形成平面参考光波。测量物体使用 USAF-1951 型分辨率板的负片,表 1 给出 USAF 分辨率板上不同组元线条每毫米上刻画的线对数(数值与线条出现的空间频率相对应)。

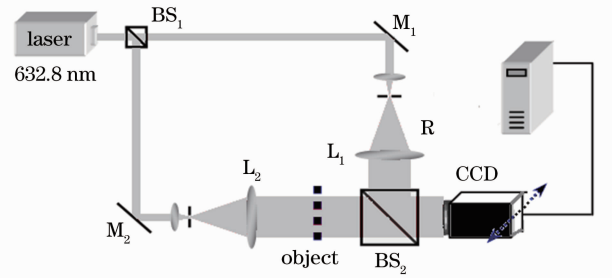


图 2 超分辨率全息实验记录光路

Fig. 2 Experimental configuration for super-resolution holography

使用波长为 632.8 nm 的激光器,黑白 CCD 的宽度为 4.76 mm,像素数为 1024 pixel \times 1024 pixel,像元尺寸为 4.65 μ m,CCD 能够记录的最高频率是 107.53 mm^{-1} 。为简化研究,CCD 固定于可沿水平方向移动的平移台上,平移台的移动精度为 0.001 mm,用于记录水平方向的合成孔径数字全息图。分辨率板的照明区域为 4、5 组以内的部分,宽度约为 1 mm。为消除空程误差,选定中央全息图位置后,先把 CCD 移动到需要的位置,记录时只向一个方向平移,保证移动的准确性。

根据(8)式可求出最佳记录距离为 64.37 mm,实验中记录距离为 $d=65$ mm,根据(12)式可计算得等效 CCD 的宽度为 7.85 mm,此时进入 CCD 的

物光角谱小于 CCD 所能记录的最高角谱,可以使用合成孔方法提高分辨率。图 3 给出了令等效 CCD 宽度分别为 L 、 $2L$ 及 $3L$ 时合成孔径数字全息图的重建强度图像,表 2 中列出其频率记录情况。

重建物光场时可以先拼接合成大的全息图,然后得到重建场^[8],也可对各子全息图分幅重建,再对各重建场的复振幅或强度进行叠加得到综合的重建像^[15-16]。根据分幅再现方法,并使用文献[15]介绍的方法,对相邻子全息图的平移距离进行精确计算,然后在全息图中乘以相移因子,同时在重建场中再进行相位校正,得到准确位置的子全息图重建物光场,叠加各子光场得到合成再现像。为保证重建像的分辨率要求,对全息图进行了补零处理。

表 2 不同等效 CCD 宽度的相关频率信息

Table 2 Spectrum of different equivalent CCD sizes

Best recording distance $d=64.37$ mm, experimental recording distance $d=65$ mm, optimization width of CCD $L_u=7.85$ mm		
Equivalent width of CCD L_r/mm	Max frequency into equivalent CCD / mm^{-1}	Max frequency recorded by CCD / mm^{-1}
$L_r=L=4.76$	70.02	70.02
$L_r=2L=9.52$	127.88	107.53
$L_r=3L=14.28$	185.74	107.53

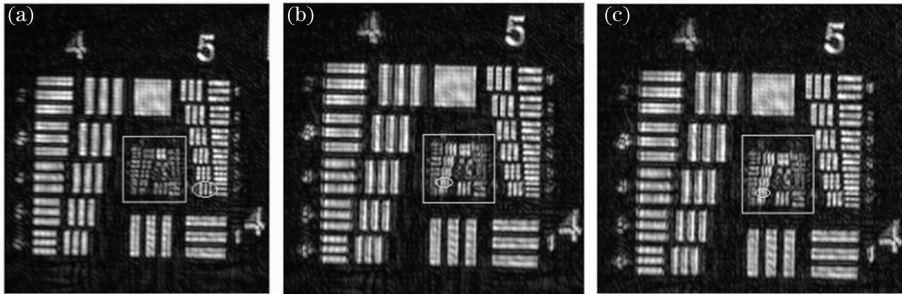


图 3 不同宽度等效 CCD 合成的强度重建像。(a) $L_r=L$; (b) $L_r=2L$; (c) $L_r=3L$

Fig. 3 Synthetic intensity image with different equivalent CCD sizes. (a) $L_r=L$; (b) $L_r=2L$; (c) $L_r=3L$

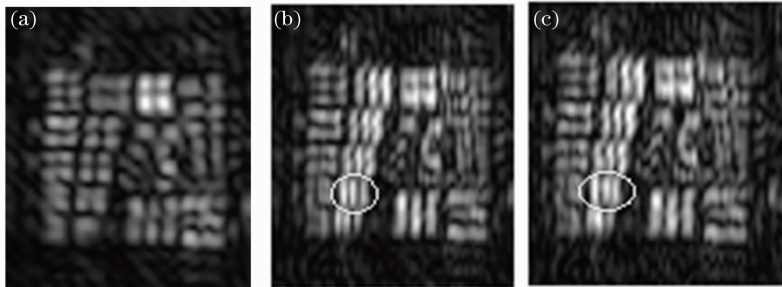


图 4 图 3 中方框区域的放大图像。(a) $L_r=L$; (b) $L_r=2L$; (c) $L_r=3L$

Fig. 4 Magnifications of the marked area in Fig. 3. (a) $L_r=L$; (b) $L_r=2L$; (c) $L_r=3L$

根据表 1 及表 2 参数分析图 3 可以看出,单一 CCD 记录时,只能分辨第 5 单元的第 6 组条纹,即分辨率为 57 mm^{-1} [图 3(a)中圆圈标注]。而当等效 CCD 宽度增加为 $2L$ 后,可以突破单 CCD 时系统的分辨率极限 70.02 mm^{-1} ,达到 102 mm^{-1} 以上,可

以有效分离第 6 单元第 5 组的条纹[图 3(b)中圆圈标注],说明合成孔径技术可以有效提高数字全息系统的分辨率。根据表 2 的数据分析可看出,此时实际进入 CCD 的最高频率可达 127.88 mm^{-1} ,但由于 CCD 像素间距所能接受的最高频率为 107.53 mm^{-1} ,因

此, CCD 并不能完全记录所有进入等效 CCD 的频率成份, 无法完全分离重建像中第 6 单元第 6 组条纹[图 3(b)]. 此后, 即使再让等效 CCD 宽度增加为 $3L$ 或更宽, 虽然进入等效 CCD 高频成份多, 但重建图像分辨率不会再提高[图 3(c)].

数字全息系统成像分辨率受波长、记录距离及 CCD 尺寸等因素影响, 当记录波长及记录距离一定时, 综合孔径法是充分发挥 CCD 的性能实现物光场的超分辨率重建的一种有效方法。以广泛使用的平面波为参考波的离轴全息记录系统为例, 对综合孔径记录系统的优化设计进行了讨论。在应用研究中, 如果物光场是经过光学系统放大后再到达 CCD 的系统^[17], 将放大后物体的像宽度视为物体宽度, 将物体的像到 CCD 的距离视为新的记录距离, 本文的讨论仍然适用。当全息记录系统的参考光是球面波时, 例如文献[14], 应该基于取样定理重新进行讨论, 导出新的优化表达式。但是, 可以预见的结论是: 综合孔径的尺寸仍然存在一个优化值; 本文讨论的结果是球面波波面半径无限大时的一个极限情况。

5 结 论

基于角谱衍射理论及采样定理, 导出平面波情况下超分辨率离轴数字全息检测系统的优化设计方法。研究表明, 对于确定参数的 CCD, 离轴超分辨率记录系统的等效 CCD 宽度与记录波长及记录距离有关。根据测量物体大小, 可得最优的记录距离及最优的等效 CCD 宽度。当实际设计的等效 CCD 宽度大于优化宽度时, 并不能继续提高系统的分辨率, 因此, 在实际应用中, 根据系统参数设计合适的等效 CCD 宽度就可达到系统的最佳记录状态。

参 考 文 献

- Liu Yucui, Tang Chunming. Suppressing methods for oblique stripe noise in the image of marine microorganism [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(8): 0809001.
刘玉翠, 汤春明. 海洋生物全息图斜条纹噪声的抑制[J]. *光学学报*, 2013, 33(8): 0809001.
- Lang Haitao, Pan Yun, Pan Weiqing, *et al.*. Single-exposure cepstrum phase-shifting in-line digital holography based on dual-CCD [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(s2): s209010.
郎海涛, 潘云, 潘卫清, 等. 基于双 CCD 的单曝光倒频谱相移同轴数字全息技术[J]. *中国激光*, 2012, 39(s2): s209010.
- Wang Huaying, Guo Zhongjia, Zhang Zhihui, *et al.*. Image-plane digital holography for quantitative imaging of cells of

- Chinese medical decoction pieces [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(2): 0209002.
王华英, 郭中甲, 张志会, 等. 基于像面数字全息术的中药饮片细胞定量成像技术研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(2): 0209002.
- F Le Clerc, M Gross, L Collot. Synthetic aperture experiment in the visible with on-axis digital heterodyne holography [J]. *Opt Lett*, 2001, 26(20): 1550—1552.
- Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lü Xiaoxu. Recording and reconstruction of synthetic aperture digital holography [J]. *Chinese J Lasers*, 2004, 31(10): 1207—1211.
钟丽云, 张以谟, 吕晓旭. 合成孔径数字全息的记录、再现及实现[J]. *中国激光*, 2004, 31(10): 1207—1211.
- V Mico, Z Zalevsky, P García-Martínez, *et al.*. Synthetic aperture superresolution with multiple off-axis holograms [J]. *J Opt Soc Am A*, 2006, 23(12): 3162—3170.
- L Martínez León, B Javidi. Synthetic aperture single exposure on-axis digital holography [J]. *Opt Express*, 2008, 16(1): 160—169.
- Li Hongyan, Ma Zhijian, Zhong Liyun, *et al.*. A high precision synthetic method of sub-holograms in phase-shifting synthetic aperture digital hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(5): 0509001.
李红燕, 马志俭, 钟丽云, 等. 一种相移合成孔径数字全息图高精度合成方法[J]. *光学学报*, 2011, 31(5): 0509001.
- Pan Feng, Xiao Wen, Rong Lu. Long-working-distance synthetic aperture Fresnel off-axis digital holography [J]. *Opt Express*, 2009, 17(7): 5473—5480.
- M Paturzo, F Merola, S Grilli, *et al.*. Super-resolution in digital holography by a two dimensional dynamic phase grating [J]. *Opt Express*, 2008, 16(21): 17107—17118.
- Yuan Caojin, Zhai Hongchen. Digital holographic super-resolution imaging with phase mask [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(5): 893—896.
袁操今, 翟宏琛. 利用相位模板实现数字全息超分辨率成像[J]. *光子学报*, 2010, 39(5): 893—897.
- C Yuan, H Zhai, Haitao Liu. Angular multiplexing in pulsed digital holography for aperture synthesis [J]. *Opt Lett*, 2008, 33(20): 2356—2358.
- Yuan Caojin, Situ Guohai, Giancarlo Pedrini, *et al.*. Resolution improvement in digital holography by angular and polarization multiplexing [J]. *Appl Opt*, 2011, 50(7): B6—B11.
- Pascal Picart, Julien Leval. General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography [J]. *J Opt Soc Am A*, 2008, 25(7): 1744—1761.
- Jiang Hongzhen, Zhao Jianlin, Di Jianglei, *et al.*. Numerically correcting the joint misplacement of the sub-holograms in spatial synthetic aperture digital Fresnel holography [J]. *Opt Express*, 2009, 17(21): 18836—18842.
- Jiang Hongzhen, Zhao Jianlin, Di Jianglei, *et al.*. Reconstruction of synthetic aperture digital lensless Fourier transform hologram by use of the screen-division method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(12): 3304—3309.
姜宏振, 赵建林, 邸江磊, 等. 合成孔径数字无透镜傅里叶变换全息图的分幅再现[J]. *光学学报*, 2009, 29(12): 3304—3309.
- Wang Huaying, Liu Feifei, Song Xiufa, *et al.*. Phase aberration compensation in pre-magnification digital micro-holography with equal-curvature object beam and reference beam [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(2): 0209001.
王华英, 刘飞飞, 宋修法, 等. 等曲率物光和参考光预放大数字全息显微术中的相位畸变补偿[J]. *中国激光*, 2013, 40(2): 0209001.

栏目编辑: 何卓铭