基于消隐点无穷单应的摄像机焦距精确自标定方法

蔡鸣孙秀霞刘树光徐嵩刘希

(空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安 710038)

摘要 利用一组平行线在不同姿态摄像机图像平面中对应消隐点间的无穷单应关系和摄像机相对姿态信息,提出 了一种摄像机焦距的高精度实时标定方法。该方法仅通过摄像机在任意两个位置下拍摄同一组空间平行线,基于 消隐点对之间的无穷单应关系构建约束,求解焦距参数;将对应光心与消隐点连线的平行程度作为优化指标,利用 Nelder-Mead 非线性单纯型法实现焦距参数的优化,有效地抑制了图像噪声和姿态测量误差,提高了标定结果的精 度和算法的稳健性;大量仿真结果验证了该算法可以在任意相对姿态下实现,且具有精度高、稳健性强、实时解算 的优点。

关键词 机器视觉;摄像机标定;无穷单应;消隐点;非线性优化 中图分类号 TP391.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0515003

An Accurate and Real-Time Focal-Length Self-Calibration Method Based on Infinite Homography between Vanish Points

Cai Ming Sun Xiuxia Liu Shuguang Xu Song Liu Xi

(School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract Based on the infinite homography relation between the vanish points on images captured in different camera positions and the relative position information, a self-calibration method is proposed to calibrate the focal-length of camera accurately. By projecting parallel lines in two positions, this method achieves a pair of vanish points in image plane, an infinite homography constraint is established and the focal-length is solved. Considering the parallel extent of lines that connecting corresponding optical centers and vanish points as the optimization index of Nelder-Mead nonlinear simplex method, focal-length optimization is achieved, the effect of image noises and rotation uncertainties are restrained effectively, and the accuracy of calibration result and algorithm robustness are improved greatly. Plenty of simulations show that this method proposed is both accurate, robust and real-timed. **Key words** machine vision; camera calibration; infinite homography; vanish point; nonlinear optimization **OCIS codes** 150.0155; 150.1488; 150.6910

1 引 言 随着计算机视觉的不断发展,其应用领域愈加

广泛。摄像机标定是计算机视觉里从二维图像获取 三维空间信息的关键过程,广义摄像机标定方法可 以分为三种:传统标定方法、自标定方法和基于主动 视觉的标定方法^[1]。传统标定方法精度较高,其过 程中一般需要精确复杂的标靶辅助标定,适用性受 到限制^[2-4]。自标定方法不需要标靶,利用多幅图 像中对应点之间的数学关系来解算摄像机的内外参 数,方法实用性强,但其求解过程中要处理多元非线 性方程问题,算法实时性不高,而且精度和稳健性较 差^[5]。基于主动视觉的标定方法需要控制摄像机做 一些已知的特定运动,具有一定的局限性,目前此种 方法的研究重点是减少运动限制,尽可能达到无约

收稿日期: 2013-10-24; 收到修改稿日期: 2014-01-18

基金项目: 航空科学基金(20121396008)、国家大学生创新训练计划(201390052011)

作者简介: 蔡 鸣(1990—),男,硕士研究生,主要从事无人机视觉导航方面的研究。E-mail: caiming1124@gmail.com 导师简介:孙秀霞(1962—),女,教授,博士生导师,主要从事小型无人机导航与控制方法的理论与应用方面的研究。

E-mail: kjgcdx08@126.com

束的要求^[6]。Zhang^[7]将传统标定方法与基于主动 视觉的标定方法相结合,消除后者对主动运动的约 束,实现内外参数的精确标定。消隐点因其具有丰 富的数学和几何特性被广泛应用于摄像机标定中。 Sun 等^[8-10]在相应文献中利用空间平行线束在单幅 图像中形成的多个消隐点的几何关系构成约束实现 标定,而多幅图像间对应消隐点间的关系尚未被 利用。

与其他内参数相比,焦距在变焦摄像机主动工 作时变化的可能性更大,因此对其实时在线精确自 标定具有更现实的意义^[11]。通过控制像机围绕光 心做旋转运动,从而将等效焦距与其他参数分离开 来,求解精确的等效焦距^[12]。利用多个正方形辅助 标定图像计算圆环点,可以建立绝对二次曲线的约 束方程标定焦距参数,但对于场景信息较为缺乏的 应用环境,此方法的普遍适用性受到限制^[11]。

作为同一科研项目支撑的学术成果,在徐嵩 等[13]利用模型参考逼近方法实现摄像机畸变预标 定的前期基础上,将自标定方法与基于主动视觉的 标定方法结合起来,利用消隐点在不同图像平面之 间的无穷单应关系,提出了一种高精度的焦距标定 和优化方法。此种方法的关键之处在于对上文提到 的摄像机相对旋转角无约束目允许其存在不确定 性,在简化标定问题的同时实现了任意位置的焦距 标定。与此同时,只需对空间中的一组平行线拍摄 两次即可完成标定,对辅助标定物要求极低,适用性 得到保证。其工程应用背景在于:针对类似于无人 机主动视觉辅助着陆等场景信息单一(若只能获得 跑道图像)、但运动过程中摄像机相对运动可以通过 其他传感器(如陀螺仪、精确云台)测得的工程实际 问题,可以有效地实时标定焦距信息,为视觉任务提 供基础测量参数。

2 预备知识

2.1 摄像机投影针孔模型

计算机视觉中摄像机投影使用最广泛的模型是 针孔模型,如图1所示。在电荷耦合元件(CCD)摄像 机针孔模型中,利用4个欧式坐标系间的转换来描述 世界点与图像像素点之间的关系:1)图像像素坐标 系 O_ux_uy_u:以图像左上角为坐标原点,其x_u,y_u轴方 向分别为像素排列的横、纵方向;2)图像物理坐标 系 O_ix_iy_i:在图像平面内,以主点(摄像机光轴与图 像平面的交点)为原点,x_i,y_i轴分别与 x_u,y_u平行 且同向;3)摄像机坐标系 O_ex_ey_ez_e:以光心 O_e 为原 点,*x*_e、*y*_e轴分别与*x*_i、*y*_i平行且同向,*z*_e由右手定则确定;4)世界坐标系 *O*_w*x*_w*y*_w*z*_w: 三维空间的参考坐标系,用来描述空间物体的在物理世界中的坐标。



图 1 摄像机针孔模型

Fig. 1 Geometry model of camera's pin-hole

空间中一点 P_w 在世界坐标系中的齐次坐标为 $(x_w, y_w, z_w, 1)^{T}$,其对应像点 P_u 在像素坐标系中的 齐次坐标为 $(u, v, 1)^{T}$,二者之间存在如下关系:

$$s\boldsymbol{P}_{\mathrm{u}} = \boldsymbol{K}[\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{T}]\boldsymbol{P}_{\mathrm{w}}, \qquad (1)$$

式中

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f/\mathrm{d}x & \alpha & u_0 \\ 0 & f/\mathrm{d}y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

为摄像机的内参数矩阵, f 为焦距的物理长度, dx、 dy 分别为单个像素的长度和宽度,将 f/dx 和 f/dy分别记为 f_x 和 f_y ,表示 CCD 摄像机在像素坐标系 u轴和 v 轴方向上的等效焦距(尺度因子), $[u_0, v_0]$ 为 主点 O_i 的像素坐标, $[\mathbf{R} \quad \mathbf{T}]$ 为摄像机的外参数矩 阵, \mathbf{R} 和 \mathbf{T} 分别为 $O_w x_w y_w z_w$ 到 $O_c x_c y_c z_c$ 的旋转矩阵 和平移向量, s 为相应的比例因子, 一般情况下像素 倾斜率 $\alpha = 0$ 。

2.2 图像对之间的无穷单应

设 π 是不通过摄像机两个拍摄位置任一光心的 平面, X 是平面 π 上的任一点, 其在两个位置下的像 分别记为 m_i, m_j。m_i和 m_j之间存在一个二维射影 变换:

$$sm_j = H_{ji}m_i$$
, (3)

称 H_π为由平面 π 诱导的两幅图像间的单应矩 阵。当诱导平面为无穷远平面 π_∞时,两幅图像间的 单应矩阵称为无穷单应(IH),表示为

$$\boldsymbol{H}_{ji\infty} = \boldsymbol{K} \boldsymbol{R}_{ji} \boldsymbol{K}^{-1} \,, \qquad (4)$$

式中

$$oldsymbol{R}_{ji} = egin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \ r_{21} & r_{22} & r_{23} \ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix},$$

描述的几何关系如图 2 所示。由(4)式可以看 出,无穷单应与平面 π 无关,仅与摄像机内参数和相 对姿态(旋转)有关^[14]。



图 2 两幅图像间的无穷单应 Fig. 2 Infinite homography between images

3 焦距的消隐点对无穷单应标定法

3.1 消隐点对的无穷单应关系

欧式空间中两条平行直线相交于无穷远点 X_{∞} ,平行线的投影在图像平面中的交点称为消隐点 (VP),即为无穷远点的像^[10]。由于 $X_{\infty} \in \pi_{\infty}$,因此 两幅图像间对应消隐点间的关系由无穷单应确定, 即存在:

$$sv_{j} = H_{ji\infty}v_{i} = (KR_{ji}K^{-1})v_{i}$$
, (5)
式中 v_{i} 、 v_{j} 分别表示第 i 、 j 幅图像中的消隐点。由
(5)式可以看出,若已知消隐点对的齐次坐标和两个
拍摄位置的旋转矩阵,即可求解摄像机内参数矩阵。
采用主动视觉的标定方法,在任意两个已知相对旋

转矩阵的姿态下,拍摄同一平面内的平行线,即可获 取上述信息。



图 3 标定及优化原理图

Fig. 3 Schematic diagram of calibration and optimization

在内参数全部未知的情况下,求解(5)式比较困 难^[15]。因此,利用分步标定的思想,在标定出畸变 中心(摄像机主点)的前提下,只利用一组方程求解 出等效焦距,从而实现内参数的全部标定^[13]。

3.2 标定算法

由(2)式易知摄像机内参数矩阵是非奇异矩阵, 因此其逆矩阵亦非奇异。此外,任意旋转角生成的 旋转矩阵均是可逆正交矩阵,所以 K、R_j、K⁻¹三个 非奇异矩阵相乘所构成的无穷远单应矩阵也是非奇 异的,所以(5)式不存在奇异点。

在不同位置下摄像机图像平面中的消隐点的坐标容易获得,其去畸变后的齐次形式记为 $v_1 = [u_{v1} v_{v1} 1]^T$ 、 $v_2 = [u_{v2} v_{v2} 1]^T$ 。将已知信息代入(5)式消去比例因子后得到关于等效焦距 f的两个一元二次方程:

$$\begin{cases} r_{13}f^{2} + [(u_{1} - u_{0})r_{11} + (v_{1} - v_{0})r_{12} + (u_{0} - u_{2})r_{33}]f + (u_{1} - u_{0})(u_{0} - u_{2})r_{31} + (v_{1} - v_{0})(u_{0} - u_{2})r_{32} = 0\\ r_{23}f^{2} + [(u_{1} - u_{0})r_{21} + (v_{1} - v_{0})r_{22} + (v_{0} - v_{2})r_{33}]f + (u_{1} - u_{0})(v_{0} - v_{2})r_{31} + (v_{1} - v_{0})(v_{0} - v_{2})r_{32} = 0 \end{cases}$$
(6)

其解析解的通解形式为

$$\begin{cases} f_{1} = \frac{-\left[(u_{1} - u_{0})r_{11} + (v_{1} - v_{0})r_{12} + (u_{0} - u_{2})r_{33}\right] \pm \sqrt{\Delta_{1}}}{2r_{13}}, \\ f_{2} = \frac{-\left[(u_{1} - u_{0})r_{21} + (v_{1} - v_{0})r_{22} + (v_{0} - v_{2})r_{33}\right] \pm \sqrt{\Delta_{2}}}{2r_{23}}, \end{cases}$$
(7)

式中 Δ_1 、 Δ_2 分别为(6)式两个二次方程根的判别 式。式中的两个一元二次方程本质上是摄像机在不 同位置拍摄得到的空间点与图像点之间的数学关 系,而在图像点没有噪声的情况下,客观物理模型中 必然存在一个焦距使两个方程成立,所以两个方程 有公共解,取其中的公共解为摄像机模型的等效焦 距,记作 f_0 。

4 平行特性实现参数优化

由于图像在形成的过程中不可避免的存在外部 或者内部两方面的干扰,所以消隐点坐标的获取不 可能十分精确,即与真实坐标存在一定的误差,从而 对内参数标定结果产生相应的影响。本文考虑在不 增加辅助标定图像的条件下,用消隐点的几何性质 构成约束,实现对等效焦距的优化。

摄像机光心与空间平行线投影消隐点的连线必 平行于空间平行线,在图 3 中体现为 **O**_{el} **v**₁ || *l*₁ || *l*₂^[16]。易知在第二个拍摄位置存在相同的关系 $O_{c2} v_2 \| l_1 \| l_2$,由平行传递性可得 $O_{c1} v_1 \| O_{c2} v_2$ 。以第 一个摄像机坐标系为参考系,消隐点 $v_1 \ v_2$ 和光心 $O_{c1} \ O_{c2}$ 的空间坐标分别为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{1} \mid_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}} = \left[(u_{v_{1}} - u_{0})d_{x} \quad (v_{v_{1}} - v_{0})d_{y} \quad f \right]^{T} \\ \mathbf{v}_{2} \mid_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}} = \mathbf{R}_{21}^{-1} \left(\left[(u_{v_{2}} - u_{0})d_{x} \quad (v_{v_{2}} - v_{0})d_{y} \quad f \right]^{T} - \mathbf{T}_{21} \right) \\ \mathbf{O}_{c1} \mid_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}} = \left[0 \quad 0 \quad 0 \right]^{T} \\ \mathbf{O}_{c2} \mid_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}} = \mathbf{R}_{21}^{-1} \left(- \mathbf{T}_{21} \right) \end{cases}$$
(8)

由向量平行的充要条件有

$$\mathbf{O}_{c1} \mathbf{v}_{1} |_{O_{c1} x_{1} y_{1} z_{1}} \times \mathbf{O}_{c2} \mathbf{v}_{2} |_{O_{c1} x_{1} y_{1} z_{1}} = 0.$$
(9)

由于 v₁、v₂ 坐标存在噪声,(9)式一般情况下不成立。采用无约束非线性单纯型优化方法^[17],建立平行 度指标函数

$$F(f) = (\mathbf{v}_{1} |_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}} - \mathbf{O}_{c1} |_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}}) \times (\mathbf{v}_{2} |_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}} - \mathbf{O}_{c2} |_{O_{c1}x_{1}y_{1}z_{1}}) = [(u_{v_{1}} - u_{0})d_{x} (v_{v_{1}} - v_{0})d_{y} f]^{\mathsf{T}} \times (\mathbf{R}_{21}^{-1} [(u_{v_{2}} - u_{0})d_{x} (v_{v_{2}} - v_{0})d_{y} f]^{\mathsf{T}}),$$
(10)

$$f^* = \min_{f} F(f), \qquad (11)$$

用 3.2 节的初始标定结果 f_0 作为寻优的初始 值。寻优结果 f^* 使得向量 $O_{c1}v_1 = O_{c2}v_2$ 的平行度达 到极大值,从而最接近焦距 f 的真实值,可以作为 摄像机的内参数。

5 实验结果与分析

5.1 仿真实验

在仿真中设置摄像机的主点坐标为 u_0 = 450 pixel, v_0 = 300 pixel,等效焦距 $f_x = f_y = 300$ pixel。空间中一组平行线上各有两点,在世界坐标系中的三维坐标分别为 $A = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 0 \end{bmatrix}^T$, $B = \begin{bmatrix} 8 & 30 \\ 0 \end{bmatrix}^T$, $C = \begin{bmatrix} 15 & 10 & 0 \end{bmatrix}^T$, $D = \begin{bmatrix} 18 & 30 & 0 \end{bmatrix}^T$ 。在位置1 处摄像机相对于世界坐标系的旋转角和平移向量分别为 $\theta_1 = 10^\circ$, $\varphi_1 = 10^\circ$, $\phi_1 = 10^\circ$, $T_1 = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 \end{bmatrix}^T$, 位置2相对于位置1的旋转角和平移向量为 $\theta_{21} = 15^\circ$, $\varphi_{21} = 20^\circ$, $\phi_{21} = 25^\circ$, $T_{21} = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 20 \end{bmatrix}^T$ 。

5.1.1 图像噪声影响

为了验证本文算法对图像噪声的稳健性,分别 在两个消隐点图像坐标上加入幅值为 0~10 pixel 的随机噪声。设置步长为 0.1 pixel,在不同噪声水 平下进行 100 次蒙特卡洛独立试验,得到等效焦距 标定结果的均方差曲线如图 4(a)所示。由图可知 在不使用优化算法的条件下,对于图像噪声较大的 情况,本文方法的标定结果的均方差为真实值的 0.3%,效果良好。

5.1.2 优化算法仿真

利用第4节中阐述的优化方法,在与前一节相同的参数设置条件下进行试验。图4(b)对比了此次仿真标定参数的均方差曲线与无优化结果方差曲线,表明本文中的优化算法很大程度上抑制了图像噪声的影响,有效地提高了的标定精度(均方差最大值小于 0.28 pixel,为焦距真实值的 0.09%),增强了算法的稳健性。

5.1.3 相对旋转矩阵约束验证

为了验证本文算法对相对位置关系的约束要求较低,在仿真实验中分别设置俯仰、偏航、滚转角分别为 幅值从0°~200°的随机值,以1°为步长在不同情况的旋 转角下,利用蒙特卡洛方法进行200次独立重复实验, 得到标定结果与真实值的均方差曲线如图4(c)所示。 仿真结果表明对于不同的相对旋转矩阵,标定结果与 真实值几乎没有误差,体现了该算法的适用性。

5.1.4 相对旋转矩阵噪声影响

充分考虑现实物理设备中的旋转角不确定性, 对三个自由度的旋转角分别加入幅值为 0°~3°的随 机噪声,设置步长为 0.01°,在不同水平下进行 100 次独立实验。图 4(d)为仿真标定结果与真实值的 均方差曲线,表明在旋转角大噪声的情况下标定结 果仍在可接受的范围内,体现了该算法对相对旋转 的不确定性有较强的稳健作用。值得一提的是,在 相对旋转矩阵存在噪声时,(6)式中的两个方程的所



图 4 仿真结果

Fig. 4 Results of simulation

谓公共解并不精确相等,即存在近似解。在仿真中 标定结果取近似解的平均值。

另外,在 Matlab 中记录单次标定算法与优化步骤仿真运行时间分别为:0.004 s 和 0.036 s,体现了 该法良好的实时性。

5.2 实物图像实验

在实物实验中选取 Camera Calibration Toolbox for Matlab 中张正友教授所提供图像中的第7、9幅, 如表1所示。由于本文的焦距标定方法容许相对旋



表 1 实物实验图像数据 Table 1 Image and rotation data of physical experiment

转矩阵存在一定的噪声,故可以先利用工具箱中提供的传统标定方法计算出两个位置的外参数,从而 计算出第7、9幅图像拍摄位置的相对旋转矩阵,记 于表1。

利用工具箱中的标定方法预先标定出主点坐标 和畸变系数为[$u_0 = v_0$]=[301.15915 240.90538], 畸变系数 k_r =[-0.25619 = 0.15148],取标靶的 A、 B、C、D 四点构成平行线对。由角点提取算法可以得 到它们在第 7、9 幅图像中的二维坐标,从而计算出两 幅图像中的消隐点坐标,同样列写在表 1 中。

将表中的数据应用到本文的算法中,经过优化 后得到等效焦距的标定值为 f=655.739 pixel。以 标靶中的角点为实验点,在第7个拍摄位置重投影 后的图像坐标误差与工具箱中的方法结果相比较, 如图5所示。仿真结果表明相对于传统标定方法, 本方法的精度有了一定程度的提高。



图 5 重投影误差 Fig. 5 Error of reprojection

6 结 论

在摄像机主点坐标已知的情况下,提出了一种 基于消隐点之间的无穷远单应关系的摄像机焦距自 标定方法,并且利用消隐点与对应光心连线相互平 行的几何关系对标定结果进行优化,使其具有很高 的精度。大量仿真验证和实物图像实验验证了算法 的有效性,以及对图像噪声和旋转不确定性的稳健 性。该方法适用于视场辅助标定物单一、但摄像机 实时旋转参数可测的实际问题,例如无人机视觉辅 助着陆时,只利用平行的跑道信息就可以对摄像机 的焦距进行实时标定。

参考文献

- 1 Meng Xiaoqiao, Hu Zhanyi. Recent progress in camera selfcalibration [J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(1): 110-124.
 - 孟晓桥, 胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展[J]. 自动化

学报,2003,29(1):110-124.

2 Xu Yong, Guo Pengyu, Long Gucan, *et al.*. Research on fully automatic camera calibration method [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612007.

许 勇,郭鹏宇,龙古灿,等.摄像机全自动标定方法研究[J]. 光学学报,2013,33(6):0612007.

3 Fuqiang Zhou, Yexin Wang, Yi Cui, *et al.*. Camera calibration approach using circle-square-combined target [J]. Chin Opt Lett, 2012, 10(2): 021003.

4 Xue Junpeng, Su Xianyu. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0115001. 薛俊鹏,苏显渝. 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定

[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0115001.

- 5 S J Maybank, O D Faugeras. A theory of self-calibration of a moving camera [J]. International J Computer Vision, 1992, 8 (2): 123-151.
- 6 Hu Zhanyi, Wu Fuchao. A review on some active vision based camera calibration techniques [J]. Chinese J Computers, 2002, 25(11): 1149-1156.
 胡占义,吴福朝. 基于主动视觉摄像机标定方法[J]. 计算机学

胡占义, 吴福朝. 基于王动视觉摄像机标定万法[J]. 计算机字 报, 2002, 25(11): 1149−1156.

- 7 Zhengyou Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- 8 Jin Sun, Hongbin Gu, Xiaolin Qin, *et al.*. A new camera calibration based on vanishing point [C]. Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2008: 2371-2376.
- 9 B Caprile, V Torre. Using vanishing points for camera calibration [J]. International J Computer Vision, 1990, 4(2): 127-140.
- 10 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 465-472.
 霍 炬,杨 卫,杨 明. 基于消隐点几何特性的摄像机自标定 方法[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 465-472.
- 11 Wang Rui, Li Xin, Zhang Guangjun. A linear algorithm for determining intrinsic parameters of zoomed monocular camera in the vision based landing of an UAV [J]. Acta Aeronauticaet Astronautica Sinica, 2006, 27(4): 676-681.
 王 睿,李 欣,张广军.单目主动视觉无人机引导中摄像机内参数标定的线性方法[J]. 航空学报, 2006, 27(4): 676-681.
- 12 Jiang Guangwen, Chao Zhichao, Fu Sihua, *et al.*, High accurate camera calibration technique based on controllable rotation [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(5): 1308-1314.
 姜广文,晁志超,伏思华.基于可控旋转的像机高精度标定技术 [I].光学学报,2010, 30(5): 1308-1314.
- 13 Xu Song, Sun Xiuxia, Liu Shuguang, et al.. Model reference approaching method of camera distortion calibration [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0715001.
 徐 嵩,孙秀霞,刘树光,等. 摄像机畸变标定的模型参考逼近 方法[J]. 光学学报, 2013, 33(7): 0715001.
- 14 Wu Fuchao. Mathematical Methods in Computer Vision [M].
 Beijing: Since Press, 2008. 88-91.
 吴福朝. 计算机视觉中的数学方法[M]. 北京:科学出版社, 2008. 88-91.
- 15 Sun Fengmei, Wang Bo. A note on the roots distribution and stability of the PnP problem [J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(9): 1213-1219.
 孙凤梅,王 波.关于 PnP 问题多解的分布与解的稳定性的讨论[J]. 自动化学报, 2010, 36(9): 1213-1219.
- 16 R Hartley, A Zisserman. Multiple View Geometry in Computer Vision [M]. London: Cambridge University Press, 2003.
- 17 J C Lagarias, J A Reeds, M H Wright, *et al.*. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions [J]. SIAM J Optimization, 1998, 9(1): 112-147.