

基于压缩感知理论的 PIE 显微成像研究

何 靖¹ 刘 诚¹ 高淑梅¹ 王继成¹ 王跃科¹ 朱健强²

(¹ 江南大学理学院光信息科学与技术系, 江苏 无锡 214122)
(² 中科院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要 为了克服 PIE 成像中所面临的数据量过大的问题,将压缩感知理论用于 PIE 成像。将采样到的衍射斑稀疏变换并压缩后,可以显著减少需要存贮的数据量。再现过程中选用于空间匹配追踪算法(SP)或者正交匹配追踪算法(OMP)重构出散射斑的原始分布,用常规的 PIE 算法进行图像重建。模拟和实验结果均表明,当压缩采样率在 30% 的时候就能重构出很好的图像。和 OMP 重构算法相比,SP 算法更适合在 PIE 成像中应用。

关键词 图像处理;PIE 成像;稀疏;压缩感知;重构算法

中图分类号 TP751 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0511008

Microscopic PIE Imaging With Theory of Compressive Sensing

He Jing¹ Liu Cheng¹ Gao Shumei¹ Wang Jicheng¹ Wang Yueke¹ Zhu Jianqiang²

¹ Department of Photoelectric Information Science and Engineering, School of Science,
Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China

² Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

Abstract In order to overcome the problem of large amounts of data in PIE imaging, the theory of compressive sensing is adopted for PIE imaging. Diffraction patterns are sparsified and compressed, which can reduce the amount of data requiring save. The original distribution of scattering spot can be reconstructed with subspace pursuit (SP) or orthogonal matching pursuit (OMP) tuning algorithm in the retrieval process, then image reconstruction is realized using regular PIE algorithm. Simulation and experimental results show that the images can be reconstructed perfectly when the compression ratio is 30%. SP algorithm is more appropriate than OMP algorithm for PIE imaging.

Key words image processing; PIE imaging; sparse; compressive sensing; reconstruction algorithm

OCIS codes 110.3010; 180.5810; 050.1970; 350.5730

1 引 言

PIE 成像在 2004 年由英国谢菲尔德大学 Gerchberg 等^[1-4]提出,其本质上属于一种改进的相干衍射成像技术,它在对样品做横向精密扫描的同时记录下样品各个部分的衍射斑强度,然后利用类似于魏格纳滤波的方法迭代地重建出所观测样品的相位信息^[5-11]。与传统的相位恢复方法相比^[12-13], PIE 方法具有更快的重建收敛速度和大的视场。在扫描记录过程中 PIE 方法要求在相邻的两个扫描位置处,物体被照明的区域有一定比例重叠,这个重

叠在一定程度上起到了类似干涉技术中的参考光的作用,可以将两次被照明区域的相位关系锁定,这是 PIE 技术具有多种优点的最根本原因。但由于相邻的两次扫描需要有 60%~70% 的面积被重复照明,因此对样品的扫描是非常细密的,换句话说,PIE 的高速收敛和可靠性来源于数据的高冗余度。用 PIE 方法在可见光范围内对一个 1 mm×1 mm 的二维物体进行成像时,一般至少需要记录 100 幅以上的散射斑,若采用 4096 pixel×4096 pixel 的电荷耦合器件(CCD)记录数据,一个实验的数据量往往超过

收稿日期: 2013-12-17; 收到修改稿日期: 2014-01-10

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK2012548)、江南大学自主科研基金(JUSRP211A20)

作者简介: 何 靖(1991—),男,硕士研究生,主要从事光学测量方面的研究。E-mail: hejingwujia0@163.com

导师简介: 刘 诚(1971—),男,博士,研究员,主要从事光学成像与测量等方面的研究。

E-mail: cheng.liu@hotmail.co.uk(通信联系人)

2 GB,比其他成像方法的数据量高出几个数量级。如果将 PIE 技术和其他三维成像技术相结合实现层析成像,则一个实验就需要多达 100 GB 以上的数据存储空间。如此海量的数据对于 PIE 实验研究来说确是一个实实在在的麻烦,因此探索各种可行的方法以减小 PIE 成像的数据量有非常明显的现实意义。Candès 等^[14-16]在 2006 年提出的压缩感知(CS)理论可以用远低于奈奎斯特频率的采样率对信号进行采样,并通过一些非线性优化算法从相对少量的观测值中精确重构出原始信号。与传统的先采集后压缩的模式不同,CS 理论将采样与压缩同步进行,在采样环节只采集包含信号重要信息的少量数据,从而避免了大量冗余数据的产生。以 CS 理论为基础的成像技术,可大大缓解为获取高分辨率图像给探测、传输、存储和处理等环节所带来的压力,成为近年来研究的热点之一。

本文对压缩感知理论用于 PIE 成像的可行性进行了研究,通过用 CS 理论对所记录到的衍射斑信号进行不同比率的压缩采样,然后用两种 CS 重构算法分别对采样后的稀疏数据进行处理并进行 PIE 成像重建。在给出理论分析和数值模拟同时,用实验数据进行了验证。

2 基本原理

2.1 PIE 成像原理

图 1 为 PIE 成像基本光路,一束照明光(可见光、电子束或者 X 射线)经过针孔后形成发散球面波,经过一段距离后传播到待测物体面形成衍射斑并被 CCD 记录。待测样品相对于照明光在物平面 (x, y) 逐行逐列地移动,在样品第一个位置时, CCD 记录散射斑强度 $I_1(x, y)$,然后按一定的规则或方式移动样品,依次记录一系列的散射斑强度 $I_n(x, y)$,从而可以得到一系列的关于样品远场衍射的强度值。在对样品进行横向扫描时,保证每次移动的步骤都小于小孔的半径,使得每次样品被照明的区

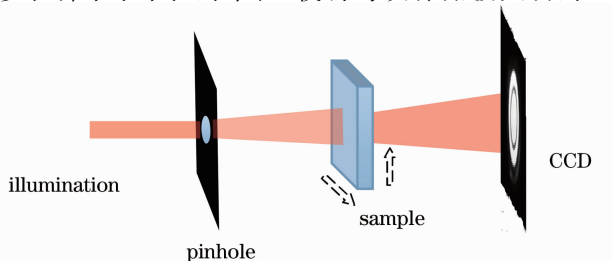


图 1 PIE 成像的基本原理

Fig. 1 Principle of PIE imaging method

域都与上一次有一定的重叠。这种重叠不仅可以提高再现的收敛速度,排除不必要的误差,更是 PIE 算法能够成功的关键。

在进行 PIE 成像再现时,先给被测量物体一个任意的初始猜想值 $O(x, y)$,然后遵循以下处理步骤:

1) 计算此物体的透射光场 $u_{n0}(x, y)$ 并将传播距离 z 后的 CCD 记录平面上得到光场记为 $u_n(k_x, k_y)$ 。 $u_{n0}(x, y)$ 为照明光 $P(x, y)$ 和物体的透射函数 $O_n(x, y)$ 的乘积。

2) 将 $u_n(k_x, k_y)$ 的模用所记录的 $I_n(k_x, k_y)$ 的平方根代替,同时令其相位保持不变,得到一个新的衍射函数 $u'_n(k_x, k_y)$ 。

3) 利用菲涅尔衍射公式把 $u'_n(k_x, k_y)$ 反向传播到物平面,得到新的透射光场函数 $u_n(x, y)$ 。

4) 将 $O_n(x, y)$ 按照下式进行更新,得到新的被测量物体的猜想值,

$$O_{n+1}(x, y) = O_n(x, y) + [u'_n(x, y) - u_n(x, y)] \times \frac{P^*(x, y) |P(x, y)|}{[|P(x, y)|^2 + \beta] |P_{\max}(x, y)|}, \quad (1)$$

式中 β 为一个实数,为避免分母为零,一般取 $0 \sim 1$ 中的一个常数, * 表示取共轭, $P_{\max}(x, y)$ 为照明光分布最大值。

5) 回到步骤 1) 重复迭代计算,直到得到满意的结果为止。

由于两次相邻的扫描之间存在一个共同部分,其客观上起到了类似全息中参考光作用,所以只需要有限几次的上述迭代运算便可以得到很准确的重建像。

2.2 压缩感知基本理论

压缩感知将压缩和采样两个过程同时进行,当信号具有稀疏性或可压缩性时就可以通过一个非自适应的线性测量过程将原信号映射到低维空间,得到少量的测量值,然后再通过求解一个稀疏最优化问题就能恢复出原始信号。因此,CS 理论框架基本可以概括为 3 个方面:信号的稀疏表示、测量矩阵的选取、重构算法的设计。

考虑一个长度为 N 的一维离散实值信号 x , 可以看作是 \mathbb{R}^N 空间中的一个 $N \times 1$ 维的列向量: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ 。假设 \mathbf{x} 在空间 \mathbb{R}^N 有一个基础的基, \mathbb{R}^N 空间的任何信号都可以用 $N \times 1$ 维的基向量 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 的线性组合表示。将这个问题简化,假设这些基是规范正交的,用向量 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 作为列向量形成 $N \times N$ 的基矩阵 $\Psi = [\psi_1 | \psi_2 | \dots | \psi_N]$, 则信号可以表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^N \psi_k s_k = \Psi^{-1} \mathbf{S}, \quad (2)$$

式中 \mathbf{S} 是投影系数 $s_k = \langle \mathbf{x}, \Psi_k \rangle$ 构成的 $N \times 1$ 维的列向量,可以看出 \mathbf{x} 是信号在时域表示, \mathbf{S} 是信号在 Ψ 域表示。若 \mathbf{S} 向量有 K ($K \ll N$) 个不为零系数且其他数为零或者非常小,则可以说 \mathbf{x} 在 Ψ 域是可压缩,这个过程称为信息的稀疏化。

合理的稀疏表示,可以提高信号采集速度,也为最后信号的重构降低难度。为了获得采样信号,通过设计一个 $M \times N$ ($M \ll N$) 的观测矩阵 Φ ,将稀疏信号投影到 Φ 上可得到一个比原始信号长度小得多的 $M \times 1$ 的观测向量 \mathbf{y} ,可表示为

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{S} = \Phi \Psi \mathbf{x} = \Theta \mathbf{x}, \quad (3)$$

式中 $\Theta = \Phi \Psi$ 是 $M \times N$ 的感知矩阵,压缩感知的线性测量过程是非自适应,观测矩阵 Φ 不需要随着信号 \mathbf{x} 的不同而改变。如果要保证信号重构时完整地恢复出原始信号,就必须要求测量过程中信息不丢失。假如测量矩阵满足一定条件: Θ 满足约束等距特性(RIP)^[17]时,就能够保证测量信号包含原信号的全部信息,RIP 条件如下:

$$1 - \epsilon_K \leq \frac{\|\Theta \mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} \leq 1 + \epsilon_K, \quad (4)$$

式中 ϵ_K 为等距常数, $\|\cdot\|_2$ 表示取 2 范数。

考虑到判定 RIP 条件的困难,Donoho 等^[18]提出相应的等价条件:稀疏变换的基 Ψ 和观测矩阵 Φ 不相关。本文选用随机高斯矩阵作为观测矩阵,它的最大优点在于基本上与所有的稀疏信号都不相关,因而所需的测量次数最少。

由于观测向量 \mathbf{y} 的维数远远低于信号 \mathbf{x} 的维数,(3)式是一个欠定方程组。如果 \mathbf{S} 具有稀疏特性并满足 $M \geq K$,可以确定出 \mathbf{S} 中的 K 个非零系数 s_k 的具体位置,又因为观测向量 \mathbf{y} 是这些非零系数对应的 K 个列向量的线性组合,通过(3)式的求逆可得到稀疏信号 \mathbf{S} ,进而恢复出原始信号 \mathbf{x} 。

贪婪算法作为简单实用的信号重构算法,基本思想是通过不断地迭代,每次迭代中均选择与原信号最为匹配的原子,通过多次迭代来逼近原信号。本文采用贪婪算法中较典型的正交匹配追踪算法(OMP)^[19]和子空间匹配追踪算法(SP)^[20]分别对 PIE 算法进行压缩重构,并分析对比了两种不同追踪算法的计算效率和误差。

3 数值模拟

PIE 成像方法由于要记录多个物体衍射斑信息,

导致传感器的压力和计算机运算负担过大,所以采用 CS 理论将一系列的衍射斑进行压缩采样。图 2 中的两幅 $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 大小的图片分别模拟样品的振幅和相位信息。为了更好地观察分析模拟结果,将样品扫描区域大小设为 $400 \text{ pixel} \times 400 \text{ pixel}$,图 2(a)中圆形为一系列扫描位置。模拟照明光波长为 632.8 nm ,样品到 CCD 的距离为 15 cm ,每次位移步长是 20 pixel 。在这些参数下,用传统的采样方法对样品进行 PIE 重建能够很好地恢复物体的振幅和相位信息。

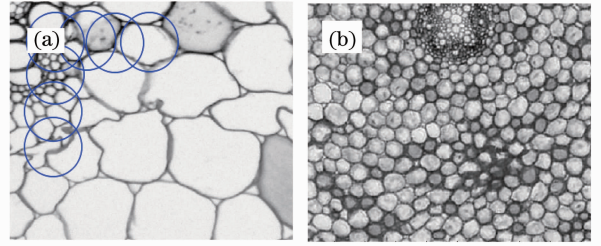


图 2 (a)样品的振幅;(b)样品的相位

Fig. 2 (a) Amplitude of the sample; (b) phase of the sample

将采集到的衍射斑用小波变换进行稀疏化,然后将稀疏后的信息进行压缩存储,再分别利用 OMP 和 SP 算法重构出不同采样率下的衍射斑,最后通过 PIE 算法恢复图像。图 3(a)~(c)是利用 OMP 算法在不同压缩采样率下的 PIE 重建结果,图 3(d)~(f)则是用 SP 算法下的结果。按不同的压缩采样率处理衍射斑分别用不同重构算法对样品进行 PIE 再现,图 3(a)和(d)、(b)和(e)、(c)和(f)分别表示两种重构算法经 20%、30%、50% 的压缩采样率后恢复的样品图像,从图 3(a)和(d)发现经 20% 的压缩采样率下可以重构出原始样品的大致轮廓。随着压缩采样率的增大,重建后的图像越来越清晰。在图 3(c)和(f)看出压缩采样率为 50% 下可以重构出原始样品信息,且经 SP 算法恢复的图像的分辨率比 OMP 算法更高。

为了量化地比较 SP 和 OMP 的重构效果,计算了两种算法所重建的图像的峰值信噪比(PSNR)和相对原始图像的误差随着压缩采样率的变化情况,并且还对比了两种算法完成重建所需的时间,结果如图 4 所示。图 4(a)横坐标是压缩采样率,左方纵坐标是重建图像的信噪比,右方纵坐标是重建误差,带“o”标志的曲线是 SP 法的重建结果,带“+”标志的是 OMP 的重建结果。从图中可以看出,在压缩采样率为 30% 的情况下,两种重建方法的峰值信噪

比都在 52 dB 左右,随着压缩采样率的增加,信噪比逐渐增加,同时相对误差快速下降。同时还可以发现,用 SP 法所得的重建结果的相对误差始终比 OMP 算法的相对误差小,同时其信噪比也比 OMP 的重建结果要高。这是由于 SP 算法和 OMP 算法都是从原子集中选出最匹配的原子,区别在于 OMP 算法每次迭代只能选出一个,而 SP 算法每次可以选出 K 个并且不断修正。两者所需运算时间在

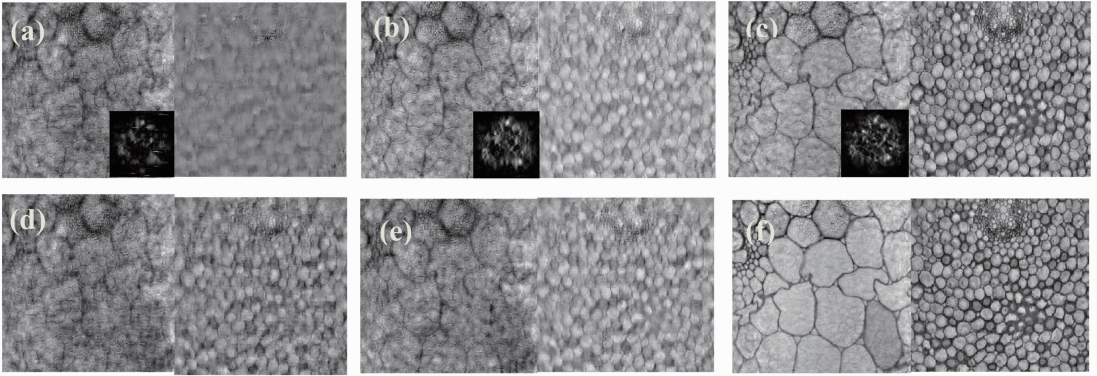


图 3 不同压缩采样率下重建再现的振幅和相位。(a)~(c) OMP 重建算法下当压缩采样率为 20%、30%和 50%时的重建结果;(d)~(f) SP 重建算法下当压缩采样率率为 20%、30%和 50%时的重建结果

Fig. 3 Amplitude and phase of reconstructed images under different compression ratios. (a) ~ (c) Results of OMP algorithm with compression ratio of 20%, 30% and 50%, respectively; (d) ~ (f) results of SP algorithm with compression ratio of 20%, 30% and 50%, respectively

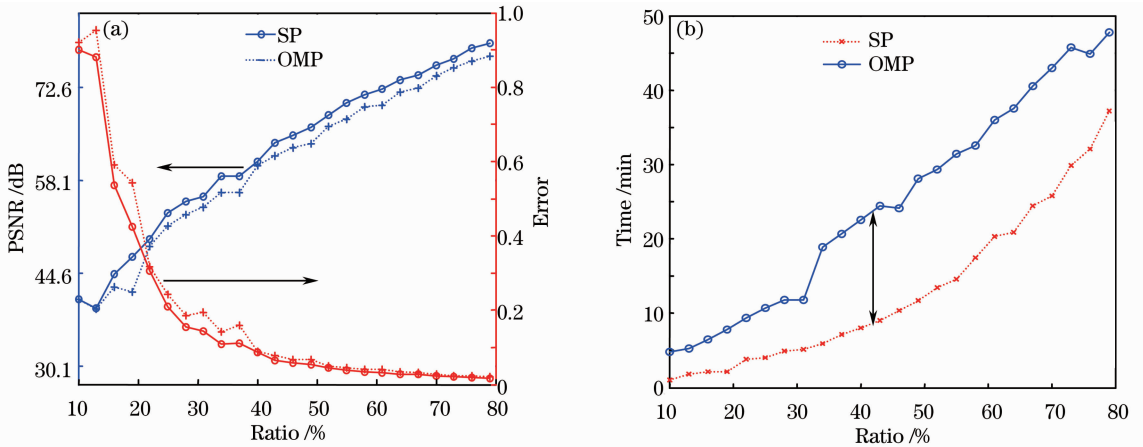


图 4 两种贪婪算法的性能对比。(a) SP 算法和 OMP 算法的峰值信噪比和重建误差;(b)计算时间随压缩采样率的变化
Fig. 4 Performance comparison of two greedy algorithms. (a) PSNR and reconstructed error of SP and OMP algorithms; (b) calculation time versus compression ratio

4 实验数据验证

第 3 节的模拟计算说明了在理想情况下压缩感知理论可以用于 PIE 成像,但在模拟计算中数据记录的噪声和扫描过程中的扫描台定位误差这些实际的影响因素都没有得以考虑,为了能实际检验压缩感知在 PIE 成像中的性能,搭建了一套 PIE 成像系

图 4(b)中给出,因为压缩采样率的增大会导致观测矩阵的原子集的扩增,所以 OMP 和 SP 算法的运行所需的时间都明显增加大,但 OMP 算法的运行时间明显要长于 SP 算法所需要的时间,如压缩采样率为 40%时,SP 算法相对于 OMP 最大缩短时间为 20 min。综合图 4 中的各项参数,SP 法比 OMP 法更适合用于 PIE 成像。

统。系统的主要部分是一台倒置 MI12 透射式显微镜,其载物台被换为 Thorlabs 公司生产的精密电控平移台 MLS203,基本光路如图 5(a)所示,图 5(b)为拍摄的实验装置图。波长为 632.8 nm 的激光器发射出的光进入显微镜,经显微镜的聚光系统将均匀的人射光照射到一个单子叶植物茎表面上,放置

样品的平移台可在 X 和 Y 方向细微移动,同时在整个成像系统的像面上放置一个边长为 3 mm 的方形孔的限制输出光孔径。为了实验的方便性,仍然对数字信号用压缩感知理论进行稀疏化并压缩,然后再用 SP 理论来重建散射斑,并用重建后的散射斑来进行 PIE 成像。如果改为对模拟信号进行处理,可在图 5 中

的 CCD 前面加一个数字微镜器件(DMD),DMD 上的微镜阵列以随机的方式开关并将 CCD 的光强积分求和即可。电动平移台在 X 方向和 Y 方向每次平移的步长为 0.02 mm,每一个方向平移 30 步,CCD 的分辨率为 $582 \text{ pixel} \times 782 \text{ pixel}$,每个像素边长为 $8.3 \mu\text{m}$,CCD 到样品实像的距离为 100 mm。

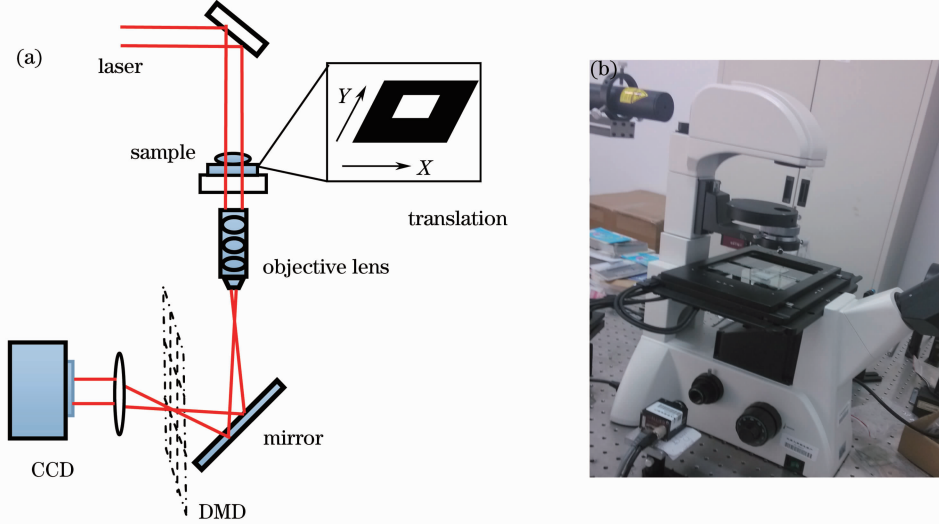


图 5 (a)实验光路示意图; (b)实验装置图

Fig. 5 (a) Experimental schematic of optical path; (b) experimental device

根据上面模拟计算的结果,选择性能较优的 SP 算法进行 PIE 成像。成像结果在图 6 中给出,图 6(a)、(e)、(i)、(b)、(f)、(j)、(c)、(g)、(k)和(d)、(h)、(l)是压缩采样率分别为 100% (普通 PIE)、20%、30%和 50%的再现结果。图 8(a)~(d)是相

应压缩采样率下的 CS 重建散射斑,图 8(e)~(h)是重建的强度像,图 8(i)~(l)是重建的相位像。和第 3 节的模拟结果一致,随着压缩采样率的增加图像质量明显改善,计算观测压缩采样率为 50%的再现结果和普通 PIE 再现结果的相对误差系数,所得结

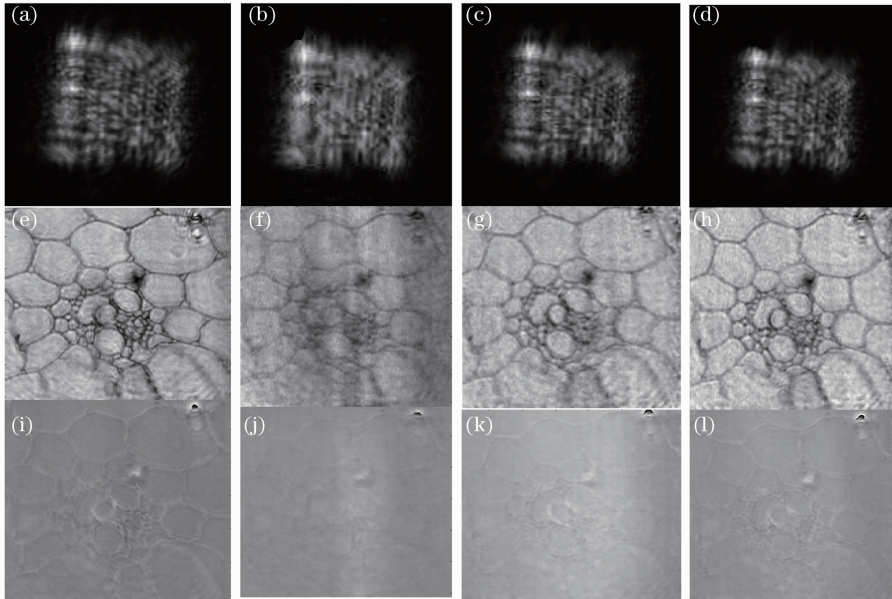


图 6 不同采样压缩率下重构再现的样品(a)~(d)衍射斑图像、(e)~(h)振幅和(i)~(l)相位

Fig. 6 (a)~(d) Diffraction spot, (e)~(h) amplitude and (i)~(l) phase of reconstructed images with different compression ratios

果低于 5%，从而充分证明压缩感知理论完全可以用于 PIE 成像。

5 结 论

模拟计算分析和实验结果表明,采用基于压缩感知理论的 PIE 相位恢复重现算法,能够很好地解决衍射信息采样数据量过大的难点,大大减轻了传感器采样数据量过大的负担。通过数值模拟计算选出一种性能良好的信息重构算法,压缩采样率在 30%时就能够模拟重构出与原始图像的相对误差系数低于 0.1 的图像,压缩采样率为 50%时的重构结果基本与原始图像相同。通过搭建基于倒置显微镜的 PIE 显微成像系统做进一步验证,结果表明这种算法切实可行、效果较好。

参 考 文 献

- 1 R Gerchberg. Super-resolution through error energy reduction [J]. *Journal of Modern Optics*, 1974, 21(9): 709–720.
- 2 J R Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Appl Opt*, 1982, 21(15): 2758–2769.
- 3 G J Williams, H M Quiney, B B Dhal, *et al.*. Fresnel coherent diffractive imaging [J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 97(2): 025506.
- 4 J C H Spence, U Weierstall, M Howells. Coherence and sampling requirements for diffractive imaging [J]. *Ultramicroscopy*, 2004, 101(2-4): 149–152.
- 5 J M Rodenburg, H M L Faulkner. A phase retrieval algorithm for shifting illumination [J]. *Appl Phys Lett*, 2004, 85(20): 4795–4797.
- 6 H M L Faulkner, J M Rodenburg. Movable aperture lensless transmission microscopy: a novel phase retrieval algorithm [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 93(2): 023903.
- 7 J M Rodenburg. Ptychography and related diffractive imaging methods [J]. *Advances in Imaging and Electron Physics*, 2008, 150: 87–184.
- 8 A M Maiden, J M Rodenburg, M J Humphry. Optical ptychography: a practical implementation with useful resolution [J]. *Opt Lett*, 2010, 35(15): 2585–2587.
- 9 A M Maiden, M J Humphry, F Zhang, *et al.*. Superresolution imaging via ptychography [J]. *Opt Soc Am A*, 2011, 28(4): 604–612.
- 10 Wang Baosheng, Gao Shumei, Liu Cheng, *et al.*. Influence of charge coupled device saturation on PIE imaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(6): 0611001.
王宝升, 高淑梅, 刘 诚, 等. 电荷耦合器件饱和效应对 PIE 成像质量的影响 [J]. *光学学报*, 2013, 33(6): 0611001.
- 11 Pan Xingchen, Lin Qiang, Liu Cheng, *et al.*. Influence of the partial coherence to the PIE imaging method [J]. *Scientia Sinica Phutial, Mechanica & Astronomica*, 2012, 42(9): 889–898.
潘兴臣, 林 强, 刘 诚, 等. 相干性对 PIE 成像方法的影响 [J]. *中国科学: 物理学力学天文学*, 2012, 42(9): 889–898.
- 12 J N Cederquist, J R Fienup, J C Marron, *et al.*. Phase retrieval from experimental far-field speckle data [J]. *Opt Lett*, 1988, 13(8): 619–621.
- 13 Huang Linxin, Yao Xin, Cai Dongmei, *et al.*. A high accuracy and fast iterative algorithm for phase retrieval [J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(5): 1218–1221.
黄利新, 姚 新, 蔡东梅, 等. 一种快速高精度的相位恢复迭代法 [J]. *中国激光*, 2010, 37(5): 1218–1221.
- 14 E J Candès, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- 15 E J Candès, J Romberg. Quantitative robust uncertainty principles and optimally sparse decompositions [J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2006, 6(2): 227–254.
- 16 D Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- 17 V Goyal, A Fletcher, S Rangan. Compressive sampling and lossy compression [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 48–56.
- 18 D L Donoho, Y Tsaig. Extensions of compressed sensing [J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 549–571.
- 19 J A Tropp, A C Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666.
- 20 Wei Dai, O Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230–2249.

栏目编辑: 史 敏