

# I 类倍频级联过程中的三色三组份纠缠

翟淑琴 杨 瑞

(山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006)

**摘要** 分析了用级联的两个 I 类倍频腔产生的三色三组份纠缠光源纠缠特性, 结果表明: 第一个腔的反射抽运场, 第二个腔的反射抽运场和第二个腔的输出倍频场之间是关联的, 并给出了纠缠度随各种实验参数的变化关系, 为多色纠缠光束的产生及其在量子测量与量子通信中的应用提供了参考。

**关键词** 量子光学; 谐波产生; 级联过程; 非线性光学; 量子信息

**中图分类号** O437.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0427002

## Three-Color and Tripartite Entangled State from Cascaded Type I Second-Harmonic Generations

Zhai Shuqin Yang Rui

(College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China)

**Abstract** The entanglement properties of three-color and tripartite entangled state produced from two cascaded type I second-harmonic generation cavities are analysed. It is shown that the reflected pump beam of the first cavity, the reflected pump beam and the output second-harmonic beam of the second cavity are entangled, and the dependence of the entanglement degree on various experimental parameters is also analyzed. The scheme provides a reference for generation of multicolor entangled state and its application in quantum measurement and quantum communication.

**Key words** quantum optics; harmonic generation; cascaded process; nonlinear optics; quantum information

**OCIS codes** 190.2620; 140.5965; 270.5585

## 1 引 言

近年来,随着量子信息科学的快速发展,纠缠作为量子信息的核心资源受到了人们的广泛关注<sup>[1-2]</sup>。量子测量的实施与量子信息网络的构建都需要以量子纠缠态作为基本载体<sup>[3-4]</sup>,因此,纠缠光源的研究与制备在实验和应用方面都有着重要的意义。随着量子信息和量子计算的发展,人们发现不同波长光场之间的纠缠在量子网络中是不可或缺的,并在理论和实验上做了大量的研究<sup>[5]</sup>。例如,光纤通信波长与碱金属原子吸收波长光场之间的多组份纠缠态在量子信息的存储与分发方面就是非常具有吸引力的研究热点<sup>[6-7]</sup>。

为了满足发展连续变量量子信息的需要,开展了制备多组份连续变量纠缠光束的理论实验研

究。双色两组份纠缠在理论和实验上被证明可以通过参量放大过程和谐波产生过程获得<sup>[8]</sup>。利用级联自发参量下转换过程能够产生三光子纠缠态,它们对应的三种不同波长在三方量子通信中有较好的应用<sup>[9]</sup>。产生于级联下转换过程的连续变量三色三组份纠缠也已经在理论上得到证明<sup>[10-11]</sup>,并于 2012 年在实验上实现<sup>[12]</sup>。此外,上转换过程,例如二次谐波过程也被证明是产生连续变量三组份纠缠的有效方法<sup>[13]</sup>,近年来这方面的研究在理论和实验上都取得了一定的进展<sup>[14-16]</sup>。2011 年,一种利用一个光学腔中准相位匹配的三次谐波过程产生三组份纠缠光束的方法被提出,得到的基频场、二次谐波场以及三次谐波场之间存在三色三组份纠缠<sup>[17]</sup>。目前,产生三组份纠缠态的方法可以大致分为两种:一种

收稿日期: 2013-10-25; 收到修改稿日期: 2013-11-14

基金项目: 国家 973 计划(2010CB923102)、国家自然科学基金(61008006, 61108003, 11274212)

作者简介: 翟淑琴(1975—),女,副教授,硕士生导师,主要从事量子光学、量子通信等方面的研究。

E-mail: xiaozhai@sxu.edu.cn

是通过在分束镜上耦合压缩态产生,但是由于分束镜是线性元件,所以这种方法只能产生单一频率的纠缠光;另一种方法是通过非线性过程产生,这种方法可以获得不同频率的纠缠光,它可以很好地用在量子通信网络中实现不同频率带宽的量子存储、传递和处理。此外,它与原子系统也有着非常紧密的联系<sup>[18]</sup>,比如利用原子作为理想的载体进行存储,而用纠缠光作为量子信息的载体传递信息,那么不同频率的纠缠光将是联系光电子和物理系统的基础<sup>[19]</sup>。近期,为了探索高速率量子通信的新方法,人们利用连续变量纠缠光场完成了量子密钥分发<sup>[20]</sup>、量子纠缠交换<sup>[21]</sup>、高效率无条件量子离物传送<sup>[22]</sup>等理论与实验研究。为了利于实际应用,有必要研制更为简单的多色多组份连续变量纠缠系统。

本文在非线性级联可以产生多色光束的基础上,提出了一种利用级联非线性光学腔产生多色多组份纠缠的方案。在此方案中,将两个独立的倍频腔(分别含有一块 I 类相位匹配的非线性晶体)级联起来,在理论上得到了第一个腔的反射抽运场(频率为  $\omega$ ),第二个腔的反射抽运场(频率为  $2\omega$ )和第二个腔的输出倍频场(频率为  $4\omega$ )之间的宽频三色三组份纠缠光束。由于 I 类倍频过程的实验技术比较成熟,系统结构相对简单,纠缠测量方法也比较成熟,因此较容易通过单独操控两个倍频腔实现两者的级联。此外,宽频纠缠源可以将两个或多个不同频带的系统联系到一起,架起了具有不同频率的远程通信窗口和多能级原子系统之间沟通的桥梁,在量子存储和量子信息处理方面都具有较高的应用价

值。并且由此可以延伸到利用多次级联产生多色多组份纠缠态,对于宽频多色非经典光场的产生也具有非常重要的意义。

## 2 物理系统及运动方程

### 2.1 物理模型

图 1 为级联 I 类倍频过程的物理系统,两个 I 类倍频腔均由法布里-珀罗腔中插入一块 I 类相位匹配的非线性晶体构成, $M_i (i=1, 2, 3, 4)$  是光学腔的输入输出耦合镜,每个腔中基频场和倍频场均同时共振。第一个腔(SHG1)由相干基频场  $\hat{a}_1^{\text{in}}$  (频率  $\omega_1 = \omega$ ) 抽运,通过 I 类相位匹配的倍频非线性过程产生倍频光  $\hat{a}_2^{\text{out}}$  (频率  $\omega_2 = 2\omega$ ),基频光与倍频光之间的量子噪声特性通过非线性晶体相互耦合形成纠缠, $\hat{a}_1^{\text{out}}$  是 SHG1 的基频光在  $M_1$  端的输出, $\hat{a}_2^{\text{out}}$  是倍频光在  $M_2$  端的输出。 $\hat{a}_2^{\text{out}}$  又作为第二个腔(SHG2)的抽运基频光  $\hat{a}_3^{\text{in}}$  (频率  $\omega_3 = 2\omega$ , 并且  $\hat{a}_2^{\text{out}} = \hat{a}_3^{\text{in}}$ ) 产生倍频光  $\hat{a}_4^{\text{out}}$  (频率  $\omega_4 = 4\omega$ ), $\hat{a}_3^{\text{out}}$  是 SHG2 的基频光在  $M_3$  端的输出, $\hat{a}_4^{\text{out}}$  是倍频光在  $M_4$  端的输出。也就是说两个独立的倍频腔通过  $\hat{a}_2^{\text{out}}$  级联起来,因此,SHG2 的抽运光不能再被当作相干光而是包含 SHG1 压缩参数的压缩光<sup>[23]</sup>,它的全部压缩特性将通过级联过程传递到 SHG2。基于内腔倍频过程中的能量守恒原理和谐振腔的模式选择作用,不同内腔模的频率之间存在着这样的关系: $\omega_2 = 2\omega_1, \omega_4 = 2\omega_3, \omega_2 = \omega_3$ 。分别探测各个光束的噪声,并进行联合测量就可以得到它们之间的关联特性。

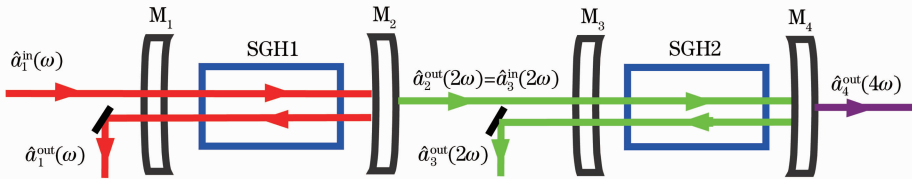


图 1 级联 I 类倍频产生三色三组份纠缠光的物理系统示意图

Fig. 1 Schematic of physical system for generation of three-color and tripartite entangled state from cascaded type I second-harmonic generation

### 2.2 运动方程

I 类相位匹配的倍频过程,腔内两个频率与偏振均简并的基频光子通过倍频过程转换为一个倍频光子,同时倍频光子也通过逆过程(参量下转换过程)反过来产生两个基频光子,基频光子与倍频光子在腔内发生非线性相互耦合,这就是 I 类相位匹配的倍频过程产生纠缠光的物理机制。SHG1 和 SHG2 的系统的哈密顿量可以分别写为<sup>[24]</sup>

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{sys}}^1 &= \hbar\omega_1 \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hbar\omega_2 \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \frac{i\hbar\kappa}{2} (\hat{a}_2 \hat{a}_1^{+2} - \hat{a}_2^+ \hat{a}_1^2), \\ \hat{H}_{\text{sys}}^2 &= \hbar\omega_3 \hat{a}_3^+ \hat{a}_3 + \hbar\omega_4 \hat{a}_4^+ \hat{a}_4 + \frac{i\hbar\chi}{2} (\hat{a}_4 \hat{a}_3^{+2} - \hat{a}_4^+ \hat{a}_3^2), \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\hat{a}_1$  和  $\hat{a}_2$  分别是 SHG1 基频场和倍频场的湮灭算符, $\hat{a}_3$  和  $\hat{a}_4$  分别是 SHG2 基频场和倍频场的湮灭算符, $\hat{a}_i^+$  是  $\hat{a}_i$  的厄米共轭算符( $i = 1, 2, 3, 4$ ), $\omega_i (i = 1,$

2,3,4) 是各模的光学频率,  $\kappa$  和  $\chi$  分别是 SHG1 和 SHG2 的非线性耦合常数。

在 I 类倍频腔中, 倍频场和两个基频场通过 I 类相位匹配的非线性介质相互耦合, 在海森堡表象下, 仅考虑完全相位匹配和无失谐的情况, 朗之万运动方程为<sup>[25-27]</sup>

$$\begin{aligned}\dot{\hat{a}}_1(t) &= -\gamma_1 \hat{a}_1(t) + \kappa \hat{a}_2(t) \hat{a}_1^\dagger(t) + \sqrt{2\gamma_1} \hat{a}_1^{\text{in}}(t), \\ \dot{\hat{a}}_2(t) &= -\gamma_2 \hat{a}_2(t) - \frac{\kappa}{2} \hat{a}_1(t)^2 + \sqrt{2\gamma_2} \hat{a}_2^{\text{in}}(t), \\ \dot{\hat{a}}_3(t) &= -\gamma_3 \hat{a}_3(t) + \chi \hat{a}_4(t) \hat{a}_3^\dagger(t) + \sqrt{2\gamma_3} \hat{a}_3^{\text{in}}(t), \\ \dot{\hat{a}}_4(t) &= -\gamma_4 \hat{a}_4(t) - \frac{\chi}{2} \hat{a}_3(t)^2 + \sqrt{2\gamma_4} \hat{a}_4^{\text{in}}(t),\end{aligned}\quad (2)$$

式中  $\tau$  为腔模在腔内循环一周的时间, 假设所有腔模的循环时间相同,  $\tau = 2L/c$  ( $L$  为有效腔长,  $c$  为光在真空中传播的速度),  $\hat{a}_i^{\text{in}}(t)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 是相应腔模的真空输入湮灭算符, 各输入场之间没有量子关联,  $\dot{\hat{a}}_i = \frac{d\hat{a}_i}{dt}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 表示内腔场算符对时间  $t$  的导数。方程中含有  $\gamma_j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ) 的项为衰减项, 表示由各种损耗造成的衰减, 为简单起见, 假设系统的全部损耗都由腔镜  $M_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 引入,  $\gamma_j$  为衰减常数, 它与振幅反射系数  $r_j$  和振幅透射系数  $t_j$  有关:  $r_j = 1 - \gamma_j$ ,  $t_j = \sqrt{2\gamma_j}$ 。(4) 式中各方程分别与腔内一个模式对应, 描述 4 个模式的动力学行为。

### 2.3 稳态解及正交分量起伏

为了分析量子纠缠, 需要计算(2)式所示的朗之

万方程组的稳态解, 忽略所有关联项及起伏项, 并令方程组各式等号左边等于零, 则平均场的稳态方程可以写为

$$\begin{aligned}0 &= -\gamma_1 \alpha_1 + \kappa \alpha_2 \alpha_1^* + \sqrt{2\gamma_1} \alpha_1^{\text{in}}, \\ 0 &= -\gamma_2 \alpha_2 - \frac{\kappa}{2} \alpha_1^2, \\ 0 &= -\gamma_3 \alpha_3 + \chi \alpha_4 \alpha_3^* + \sqrt{2\gamma_3} \alpha_3^{\text{in}}, \\ 0 &= -\gamma_4 \alpha_4 - \frac{\chi}{2} \alpha_3^2,\end{aligned}\quad (3)$$

式中  $\alpha_i = \langle \hat{a}_i \rangle$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 为实数, 代表各内腔场模  $\hat{a}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 的平均值,  $\alpha_i^* = \langle \hat{a}_i^\dagger \rangle$  表示  $\alpha_i$  的共轭量, 也为实数,  $\alpha_1^{\text{in}} = \langle \hat{a}_1^{\text{in}} \rangle$  和  $\alpha_3^{\text{in}} = \langle \hat{a}_3^{\text{in}} \rangle$  分别是 SHG1 和 SHG2 输入抽运场的平均值, 因为  $\hat{a}_2^{\text{in}}$  和  $\hat{a}_4^{\text{in}}$  为真空注入场, 所以它们的平均值为零, 即  $\alpha_2^{\text{in}} = \langle \hat{a}_2^{\text{in}} \rangle = \alpha_4^{\text{in}} = \langle \hat{a}_4^{\text{in}} \rangle = 0$ 。由(3)式可解得系统的自脉冲阈值  $\alpha_{1\text{th}}^{\text{in}} = \frac{2\gamma_1 + \gamma_2}{\kappa} \sqrt{2\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_2)}$ <sup>[23]</sup>, 定义抽运参数  $\sigma = \alpha_1^{\text{in}}/\alpha_{1\text{th}}^{\text{in}}$ , 则根据(3)式可以解出系统的稳态解为

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= -\frac{2^{2/3} \kappa \gamma_1 \gamma_2}{(3\xi_1)^{1/3}} + \frac{(2\xi_1)^{1/3}}{3^{2/3} \kappa^3}, \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{4\gamma_1}{3} - \frac{2 \times 2^{1/3} \kappa^4 \gamma_1^2 \gamma_2}{(3\xi_1)^{2/3}} \right] - \frac{(2\xi_1)^{2/3}}{3 \times 3^{1/3} \kappa^4 \gamma_2}, \\ \alpha_3 &= -\frac{2^{2/3} \gamma_3 \gamma_4}{(3\xi_2)^{1/3}} + \frac{(2\xi_2)^{1/3}}{3^{2/3} \chi^2}, \\ \alpha_4 &= \frac{1}{18} \left[ 12\gamma_3 - \frac{6 \times 6^{1/3} \chi^2 \gamma_3^2 \gamma_4}{\xi_2^{2/3}} - \frac{(6\xi_2)^{2/3}}{\gamma_4 \chi^2} \right],\end{aligned}\quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned}\xi_1 &= 18\kappa^6 \gamma_1^{2/3} \gamma_2 \sigma \sqrt{\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_2)} + 9\kappa^6 \gamma_2^2 \sigma \sqrt{\gamma_1 \gamma_2 (\gamma_1 + \gamma_2)} + \\ &\quad \sqrt{3[2\kappa^{12} \gamma_1^3 \gamma_2^3 + 108\kappa^{12} \gamma_1^3 \gamma_2^3 \sigma^2 (\gamma_1 + \gamma_2) + 108\kappa^{12} \gamma_1^2 \gamma_2^4 \sigma^2 (\gamma_1 + \gamma_2) + 27\kappa^{12} \gamma_1 \gamma_2^5 \sigma^2 (\gamma_1 + \gamma_2)]}, \\ \xi_2 &= 9\gamma_4 \alpha_2 \chi^4 \sqrt{\gamma_2 \gamma_3} + \sqrt{3\gamma_3 \gamma_4 \chi^6 (2\gamma_3^2 \gamma_4 + 27\gamma_2 \alpha_2^2 \chi^2)}.\end{aligned}$$

由腔的输入输出关系式可以求得对应的腔外输出场:  $\alpha_i^{\text{out}} = \sqrt{2\gamma_i} \alpha_i - \alpha_i^{\text{in}}$ 。

量子起伏的运动方程可以由在稳态解附近线性化经典运动方程来获得, 令  $\hat{a}_i(t) = \alpha_i + \delta \hat{a}_i(t)$ ,  $\hat{a}_i^{\text{in}}(t) = \alpha_i^{\text{in}} + \delta \hat{a}_i^{\text{in}}(t)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 需要注意的是

$\hat{a}_3^{\text{in}}(t) = \hat{a}_2^{\text{out}}(t) = \alpha_2^{\text{out}} + \delta \hat{a}_2^{\text{out}}(t)$ , 其中  $\delta \hat{a}_i$  是各模的起伏量。SHG1 的抽运场是相干场, 它的起伏与真空起伏相同, 而 SHG2 的抽运场是 SHG1 的输出场, 结合系统的朗之万方程并且忽略高阶项可以得到起伏量的运动方程:

$$\begin{aligned}\tau \delta \dot{\hat{a}}_1(t) &= -\gamma_1 \delta \hat{a}_1(t) + \kappa \alpha_2 \delta \hat{a}_1^\dagger(t) + \kappa \alpha_1^* \delta \hat{a}_2(t) + \sqrt{2\gamma_1} \delta \hat{a}_1^{\text{in}}(t), \\ \tau \delta \dot{\hat{a}}_2(t) &= -\gamma_2 \delta \hat{a}_2(t) - \kappa \alpha_1 \delta \hat{a}_1(t) + \sqrt{2\gamma_2} \delta \hat{a}_2^{\text{in}}(t), \\ \tau \delta \dot{\hat{a}}_3(t) &= -\gamma_3 \delta \hat{a}_3(t) + \chi \alpha_4 \delta \hat{a}_3^\dagger(t) + \chi \alpha_3^* \delta \hat{a}_4(t) + \sqrt{2\gamma_3} \delta \hat{a}_3^{\text{in}}(t), \\ \tau \delta \dot{\hat{a}}_4(t) &= -\gamma_4 \delta \hat{a}_4(t) - \chi \alpha_3 \delta \hat{a}_3(t) + \sqrt{2\gamma_4} \delta \hat{a}_4^{\text{in}}(t).\end{aligned}\quad (5)$$

为了分析不同模之间的纠缠特性,需要求出各模正交分量之间的起伏关系。根据正交振幅和正交位相算符的定义  $\hat{X} = a + a^+$ ,  $\hat{Y} = (a - a^+)/i$  能够求

得它们的起伏  $\delta\hat{X}_i$  与  $\delta\hat{Y}_i (i = 1, 2, 3, 4)$  的表达式,然后将它们代入(5)式就可以得到关于  $\delta\hat{X}_i$  和  $\delta\hat{Y}_i$  的运动方程,并经过傅里叶变换转换到频域内,即

$$\mathbf{M}_x \begin{pmatrix} \delta\hat{X}_1 \\ \delta\hat{X}_2 \\ \delta\hat{X}_3 \\ \delta\hat{X}_4 \end{pmatrix} = \mathbf{N}_x \begin{pmatrix} \delta\hat{X}_1^{\text{in}} \\ \delta\hat{X}_2^{\text{in}} \\ \delta\hat{X}_3^{\text{in}} \\ \delta\hat{X}_4^{\text{in}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_y \begin{pmatrix} \delta\hat{Y}_1 \\ \delta\hat{Y}_2 \\ \delta\hat{Y}_3 \\ \delta\hat{Y}_4 \end{pmatrix} = \mathbf{N}_y \begin{pmatrix} \delta\hat{Y}_1^{\text{in}} \\ \delta\hat{Y}_2^{\text{in}} \\ \delta\hat{Y}_3^{\text{in}} \\ \delta\hat{Y}_4^{\text{in}} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

式中

$$\mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} i\omega\tau + \gamma_1 - \kappa\alpha_2 & -\kappa\alpha_1 & 0 & 0 \\ \kappa\alpha_1 & i\omega\tau + \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\omega\tau + \gamma_3 - \chi\alpha_4 & -\chi\alpha_3 \\ 0 & 0 & \chi\alpha_3 & i\omega\tau + \gamma_4 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_y = \begin{pmatrix} i\omega\tau + \gamma_1 + \kappa\alpha_2 & -\kappa\alpha_1 & 0 & 0 \\ \kappa\alpha_1 & i\omega\tau + \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i\omega\tau + \gamma_3 + \chi\alpha_4 & -\chi\alpha_3 \\ 0 & 0 & \chi\alpha_3 & i\omega\tau + \gamma_4 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{N}_x = \mathbf{N}_y = \begin{pmatrix} \sqrt{2\gamma_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2\gamma_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2\gamma_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2\gamma_4} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

根据输入输出关系  $\delta\hat{X}(\hat{Y})_i^{\text{out}} = \sqrt{2\gamma_i}\delta\hat{X}(\hat{Y})_i - \delta\hat{X}(\hat{Y})_i^{\text{in}} (i = 1, 2, 3, 4)$ , 就可以得到输出场的正交分量起伏了。由于 SHG1 的输出倍频场  $a_2^{\text{out}}$  作为 SHG2 的输入抽运场,经过非线性过程以  $a_3^{\text{out}}$  的形式输出,所以这里考虑的是第一个腔频率为  $\omega$  的反射基频场  $a_1^{\text{out}}$ 、第二个腔频率为  $2\omega$  的反射基频场  $a_3^{\text{out}}$  以及频率为  $4\omega$  的倍频场  $a_4^{\text{out}}$  之间的三色三组份纠缠。

### 3 三色三组份纠缠特性

为了度量三色三组份纠缠,需要引入如下纠缠判据<sup>[28]</sup>:

$$S_1 = \langle \delta^2 (\hat{Y}_1^{\text{out}} - \hat{Y}_3^{\text{out}}) \rangle + \langle \delta^2 (\hat{X}_1^{\text{out}} + \hat{X}_3^{\text{out}} + g_4 \hat{X}_4^{\text{out}}) \rangle < 4,$$

$$S_2 = \langle \delta^2 (\hat{Y}_1^{\text{out}} - \hat{Y}_4^{\text{out}}) \rangle + \langle \delta^2 (\hat{X}_1^{\text{out}} + g_3 \hat{X}_3^{\text{out}} + \hat{X}_4^{\text{out}}) \rangle < 4,$$

$$S_3 = \langle \delta^2 (\hat{Y}_3^{\text{out}} - \hat{Y}_4^{\text{out}}) \rangle + \langle \delta^2 (g_1 \hat{X}_1^{\text{out}} + \hat{X}_3^{\text{out}} + \hat{X}_4^{\text{out}}) \rangle < 4, \quad (8)$$

式中  $S_i (i = 1, 2, 3)$  代表输出场之间的量子关联噪声谱,  $g_j (j = 1, 3, 4)$  是判据优化因子,调节  $g_j$  可以

使(8)式不等号左边的式子达到最小。任意满足其中两个不等式即可判定三组份纠缠,并且  $S_i$  的值越小,纠缠度越大。

在可行性实验参数选择条件下,计算了关联噪声谱  $S_i$  随归一化频率  $\Omega = \omega\tau/\gamma_i$  的变化关系,如图2所示,实线代表  $S_1$ ,虚线代表  $S_2$ ,点划线代表  $S_3$ ,  $\gamma_1 = 0.02, \gamma_2 = 0.09, \gamma_3 = 0.02, \gamma_4 = 0.05, \chi = \kappa = 1, \sigma = 0.45$ 。从图中可以看出  $S_1, S_2, S_3$  在很大范围内都低于散粒噪声极限 4, 也就是说选取适当

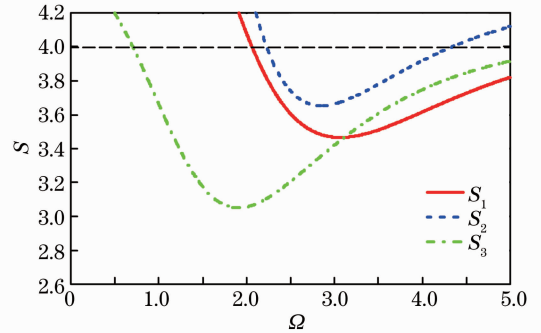


图2 关联谱随归一化频率  $\Omega$  变化关系

Fig. 2 Quantum correlation spectrum versus normalized frequency  $\Omega$

的腔参数时,系统在较宽的频率范围内都存在纠缠。

图3给出了量子关联谱随着抽运参数 $\sigma$ 的变化关系,实线代表 $S_1$ ,虚线代表 $S_2$ ,点划线代表 $S_3$ , $\gamma_1 = 0.02, \gamma_2 = 0.09, \gamma_3 = 0.02, \chi = 0.05, \kappa = 1, \Omega = 2.8$ 。结果表明,当级联腔运转于阈值以下时,噪声关联谱在较宽的抽运功率范围内均有同时低于散粒噪声极限的部分,而且在 $\sigma = 0.45$ 附近 $S_1$ 和 $S_2$ 取得最小值,也就是说此时的纠缠度最大。

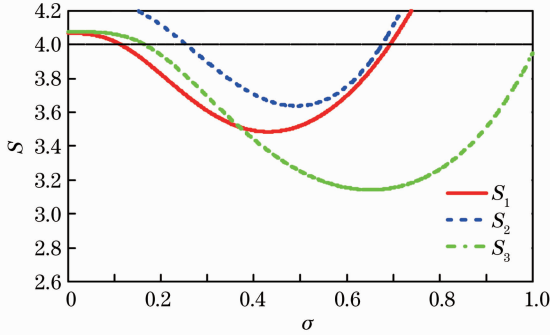


图3 关联谱关于抽运参数 $\sigma$ 的变化关系

Fig. 3 Quantum correlation spectrum versus pump parameter  $\sigma$

为了寻找最佳实验条件,腔参数对纠缠度的影响需要考虑在内,图4给出了关联谱随谐波损耗参数 $\gamma_4$ 变化的关系图。实线代表 $S_1$ ,虚线代表 $S_2$ ,点划线代表 $S_3$ , $\gamma_1 = 0.02, \gamma_2 = 0.09, \gamma_3 = 0.02, \chi = 0.05, \kappa = 1, \sigma = 0.45, \Omega = 2.8$ 。从图中可以看出,在所给的范围内谐波损耗参数对纠缠度的影响较大,因此,需要在实验可达的条件下选取合适的腔参数来得到三色三组份纠缠,这也表明了级联过程可以进行量子关联的传递。

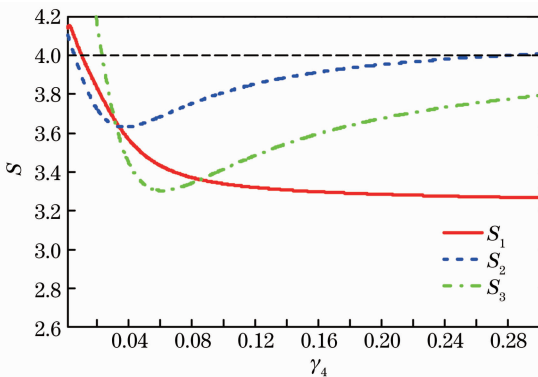


图4 关联谱关于谐波损耗参数 $\gamma_4$ 的变化关系

Fig. 4 Quantum correlation spectrum versus harmonic loss parameter  $\gamma_4$

在实验测量方面,根据以上结果,I类倍频级联过程产生的纠缠光频率不同,但具有总正交振幅负关联,相对正交相位正关联的特性,所以可以采用

联合测量的方法探测其纠缠度<sup>[29]</sup>。

## 4 结 论

提出了一种将两个独立的I类倍频腔级联起来产生宽频三色三组份纠缠光束的方法,根据I类相位匹配的倍频过程的运动方程,分析了I类级联倍频腔产生的连续变量三色三组份量子纠缠态的特性。结合三组份纠缠判据,给出了纠缠度随归一化频率、抽运参数和谐波损耗参数的变化曲线,结果表明在适当的条件下I类倍频级联过程可以产生宽频三色三组份纠缠光束。此方法在可行性实验参数下得出,较易操作,为其在量子通信和量子信息网络方面的应用提供参考。其不足是所用模型是两个腔的级联,因此需要在实际操作中尽量减小内腔损耗,避免影响纠缠度的测量。

## 参 考 文 献

- Zhao Yaping, Hao Shuhong, Su Xiaolong, *et al.*. Generation system of continuous-variable six-partite and eight-partite star cluster entangled states [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(6): 0627002.
- 赵亚平, 郝树宏, 苏晓龙, 等. 连续变量六组份和八组份星型 Cluster 纠缠态光场产生系统 [J]. *光学学报*, 2012, 32(6): 0627002.
- Liao Qinghong, Liu Ye, Jia Shulei. Study of entanglement sudden death between two atoms in the one-photon and two-photon Jaynes-Cummings models [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(6): 0618001.
- 廖庆洪, 刘 晔, 贾书磊. 单光子和双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子间纠缠突然死亡的研究 [J]. *中国激光*, 2012, 39(6): 0618001.
- Yu Yafei, Zhang Zhiming. Analysis on insecurity of quantum secret sharing based on smolin bound entangled states [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(3): 0556-0559.
- 於亚飞, 张智明. 束缚纠缠态量子秘密共享的不安全性分析 [J]. *光学学报*, 2008, 28(3): 0556-0559.
- Wang Juxia, Yang Zhiyong, An Yuying. Quantum information transfer via multi-photon interaction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(8): 1508-1512.
- 王菊霞, 杨志勇, 安毓英. 利用多光子相互作用实现量子信息传递 [J]. *光学学报*, 2007, 27(8): 1508-1512.
- Liu Tangkun, Wang Jisuo, Liu Xiaojun, *et al.*. Fidelity of quantum information in a pair atoms of entanglement state interacting with coherent state [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, 20(11): 1449-1455.
- 刘堂昆, 王继锁, 柳晓军, 等. 纠缠态原子与相干光场作用的量子信息保真度 [J]. *光学学报*, 2000, 20(11): 1449-1455.
- S Tanzilli, W Tittel, M Halder, *et al.*. A photonic quantum information interface [J]. *Nature*, 2005, 437(7055): 116-120.
- Tan Lei, Zhang Yuqing, Zhu Zhonghua. Entanglement dynamics of a moving multi-photon Jaynes-Cummings model in mixed states [J]. *Chin Phys B*, 2011, 20(7): 070303.
- N B Grosse, W P Bowen, K McKenzie, *et al.*. Harmonic entanglement with second-order nonlinearity [J]. *Phys Rev Lett*, 2006, 96(6): 063601.
- H Hübel, D R Hame, A Fedrizzi, *et al.*. Direct generation of photon triplets using cascaded photon-pair sources [J]. *Nature*,

- 2010, 466(7306): 601–603.
- 10 A H Tan, C D Xie, K C Peng. Bright three-color entangled state produced by cascaded optical parametric oscillators [J]. *Phys Rev A*, 2012, 85(1): 013819.
  - 11 D Wang, Y Zhang, M Xiao. Quantum limits for cascaded optical parametric amplifiers [J]. *Phys Rev A*, 2013, 87(2): 023834.
  - 12 X J Jia, Z H Yan, Z Y Duan, *et al.*. Experimental realization of three-color entanglement at optical fiber communication and atomic storage wavelengths [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 109(25): 253604.
  - 13 J Guo, H X Zou, Z H Zhai, *et al.*. Generation of continuous-variable tripartite entanglement using cascaded nonlinearities [J]. *Phys Rev A*, 2005, 71(3): 034305.
  - 14 S Q Zhai, R G Yang, K Liu, *et al.*. Bright two-color tripartite entanglement with second harmonic generation [J]. *Opt Express*, 2009, 17(12): 9851–9857.
  - 15 S Q Zhai, R G Yang, D H Fan, *et al.*. Tripartite entanglement from the cavity with second-order harmonic generation [J]. *Phys Rev A*, 2008, 78(1): 014302.
  - 16 Luo Yu, Li Ying, Pan Qing, *et al.*. Experimental generation of entangled lights from resonating frequency doubler [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(2): 0305–0310.  
罗 玉, 李 莹, 潘 庆, 等. 利用谐振倍频产生纠缠光束[J]. *光学学报*, 2006, 26(2): 0305–0310.
  - 17 Y B Yu, H J Wang, M Xiao, *et al.*. Directly produced three-color entanglement by quasi-phase-matched third-harmonic generation [J]. *Opt Express*, 2011, 19(15): 13949–13956.
  - 18 Lu Daoming. Entanglement between cavities in system of two atoms trapped in two distant cavities connected by optical fiber [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(11): 112701.  
卢道明. 原子-腔-光纤复合系统中腔场间的纠缠特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(11): 112701.
  - 19 A S Coelho, F A S Barbosa, K N Cassemiro, *et al.*. Three-color entanglement [J]. *Science*, 2009, 326(5954): 823–826.
  - 20 Luo Sixing, Yao Li, Yang Bojun. Generation of entangled photon pairs through photonic crystal fiber [J]. *Chinese J Lasers*, 2009, 36(2): 410–412.  
罗思行, 姚 立, 杨伯君. 利用光子晶体光纤产生纠缠光子对[J]. *中国激光*, 2009, 36(2): 410–412.
  - 21 E Megidish, A Halevy, T Shacham, *et al.*. Entanglement swapping between photons that have never coexisted [J]. *Phys Rev Lett*, 2013, 110(21): 210403.
  - 22 Hoi-Kwan Lau, Christian Weedbrook. Quantum secret sharing with continuous-variable cluster states [J]. *Phys Rev A*, 2013, 88(4): 042313.
  - 23 P D Drummond, K J McNeil, D F Walls. Non-equilibrium transitions in sub/second harmonic generation: I. Semiclassical theory [J]. *Optica Acta*, 1980, 27(3): 321–335.
  - 24 Z Y Ou. Quantum-nondemolition measurement and squeezing in type-II harmonic generation with triple resonance [J]. *Phys Rev A*, 1994, 49(6): 4902.
  - 25 C W Gardiner, M J Collett. Input and output in damped quantum systems: quantum stochastic differential equations and the master equation [J]. *Phys Rev A*, 1985, 31(6): 3761.
  - 26 Jia Xiaojun, Duan Zhiyuan, Yan Zhihui. Dependence of continuous variable entanglement enhancement on experimental parameters [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(2): 0227001.  
贾晓军, 段志园, 闫智辉. 连续变量纠缠增强对实验参量的依赖关系[J]. *光学学报*, 2013, 33(2): 0227001.
  - 27 M J Collett, C W Gardiner. Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification [J]. *Phys Rev A*, 1984, 30(3): 1386.
  - 28 P Van Loock, A Furusawa. Detecting genuine multipartite continuous-variable entanglement [J]. *Phys Rev A*, 2003, 67(5): 052315.
  - 29 K N Cassemiro, A S Villar, M Martinelli, *et al.*. The quest for three-color entanglement: experimental investigation of new multipartite quantum correlations [J]. *Opt Express*, 2007, 15(26): 18236.

栏目编辑: 史 敏