

Randon 变换在区域结构函数坍塌中的应用

安其昌^{1,2} 张景旭¹ 杨 飞¹

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)
² 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 为了更好地利用区域结构函数评价大口径反射镜表面面形, 引入了 Randon 变换作为区域结构函数坍塌的工具。对于使用 Randon 变换进行区域结构函数坍塌的具体实现方法进行了讨论; 之后考虑到 Zernike 多项式可以很好地模拟系统的低阶波像差, 故利用此方法对于 Zernike 多项式的区域结构函数进行坍塌; 然后将此方法应用于米级口径的反射镜表面面形检测数据以及 30 m 望远镜(TMT)三面镜仿真数据, 验证了理论的正确性与方法的可行性。对于大口径反射系统的设计、检测与加工都有较好的指导意义, 同时为 30 m 望远镜三面镜项目的最终完成提供助力。

关键词 光学设计; Randon 变换; 区域结构函数坍塌; Zernike 多项式

中图分类号 TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0423001

Area Structural Function Collapse with Randon Transformation

An Qichang^{1,2} Zhang Jingxu¹ Yang Fei¹

(¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract In order to evaluate surface of large aperture reflecting mirror, the Randon transformation is used to represent the area structural function collapse. The evaluation ways of algorithm for collapse are studied, and the specific step is expressed. Then this method is applied to the Zernike polynomial which can simulate the wave front perfectly. The algorithm is applied to the meter rank reflecting mirror and tertiary mirror of 30 m telescope (TMT) simulating data, the correctness and feasibility of the algorithm are certified. This research will supply good instructions at the design, measurement and manufacture of large mirrors, and will do good to the complement of tertiary mirror of 30 m telescope.

Key words optical design; Randon transformation; area structural function collapse; Zernike polynomial

OCIS codes 120.4640; 120.4620; 120.4800; 120.5050

1 引 言

随着光电探测系统口径的不断增大, 相应光学器件的检验难度也随之增大。尤其对于大口径反射镜这类光学元件, 其表面面形的检测与评价直接影响着其制造精度与成像质量^[1-11]。

结构函数最初是 20 世纪在自适应光学领域提出的数学概念, 是对于不同尺度的大气湍流进行评

价的有力工具。近年来, 欧美的一些专家将此方法应用于大口径反射镜面形的评价中, 描述不同尺度上反射镜面形的起伏情况, 即重力的印透效应, 取得了不错的效果^[12-14]。

一维结构函数具有简洁直观的特点, 之前使用的结构函数经验公式就是以一维结构函数的形式给出, 但使用该算法的代价是评价效率降低以及二维

收稿日期: 2013-09-24; 收到修改稿日期: 2013-11-05

基金项目: 中国科学院三期重大科研专项

作者简介: 安其昌(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事空间机构方面的研究。E-mail: anjj@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 张景旭(1964—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事大型光电望远镜结构总体技术方面的研究。

E-mail: zhangjx@ciomp.ac.cn

数据的利用率不足,更重要的是该方法对于空间频率接近的起伏分辨力有限,对于系统的精细加工与调整指导作用不足,给实际的科学研究与工程应用带来诸多问题^[15-16]。

区域结构函数具有二维数据利用率高,空间起伏分辨力强的特点,近年来越来越受到关注。在此引入一种二维结构函数坍塌的方法,既可以利用尽量多的波前信息,也可以保留一维结构函数简单直观的特点。

本文使用 Zernike 多项式来模拟镜面由于重力印透作用而产生的低阶面形起伏,并对于彗差项与四叶草项所模拟波前的区域结构函数进行坍塌。通过以上模拟,证明了该方法既保持了区域结构函数对于空间频率接近的起伏分辨力强的特点,又具有一维结构函数直观的特点;然后将此方法应用于米级口径的反射镜表面面形检测数据以及 30 m 望远镜(TMT)三镜(M3)仿真数据,得到了不同坍塌角度下镜面的起伏情况。

2 基本推导

2.1 区域结构函数

结构函数原本是 20 世纪为了研究各向异性,统计学不同源的大气湍流而引入的数学工具,近年来,越来越多地用于评价大口径反射镜的重力印透效应。区域结构函数具有对于空间频率接近的起伏分辨力高的特点,是继一维结构函数之后研究的重点。

一维结构函数表达式为

$$F^2(r) = \langle [\phi(x+r) - \phi(x)]^2 \rangle_x, \quad (1)$$

推广到二维情况:

$$\begin{aligned} F_{\lambda}^2(\tau_x, \tau_y) = & \langle [\phi(x+\tau_x, y+\tau_y) - \phi(x, y)]^2 \rangle_{x,y} = \\ & \langle \phi(x+\tau_x, y+\tau_y)^2 \rangle_{x,y} + \langle \phi(x, y)^2 \rangle_{x,y} - \\ & 2\langle \phi(x+\tau_x, y+\tau_y)\phi(x, y) \rangle_{x,y}. \end{aligned} \quad (2)$$

对(2)式进行变形,可得

$$F_{\lambda}^2(\tau_x, \tau_y) = 2[\sigma^2 - \text{cov}(\tau_x, \tau_y)]. \quad (3)$$

(3)式为区域结构函数的等效表达,由随机过程基本定理可得,当且仅当两个二阶矩过程 $\phi(x+r)$ 与 $\phi(x)$ 互相之间为严格线性关系时,两者的方差几何平均数等于两者协方差。当两者之间的线性不甚严格时,(3)式的值也保持在一个较低的水平,这就说明了随着表面的起伏减小,区域结构函数的值也会随之趋于零。

重新考虑(3)式, $2\sigma^2$ 等于表面方均根平方的二倍,而对于后面一项 $2\text{cov}(\tau_x, \tau_y)$,意味着当评价制度足够大时,由区域结构也可以得到反射镜面形表

面方均根,这从另外一个角度说明了区域结构函数作为大口径反射镜面形评价准则的优越性。

2.2 Randon 变换

Randon 变换是图像处理技术中,用来提取一维信息的基本算法。选取合理的坍塌中心与坍塌方向可以得到二维灰度图像中含有的直线元素。

对于离散的区域结构函数,其具体的坍塌表达式为

$$F_C^2(\theta, t) = \sum \sum F_{\lambda}^2(i, j) \delta(t - i \cos \theta / w - j \sin \theta / h), \quad (4)$$

式中 h, w 为单位长度中的采样点数。

在实际的计算中,如果使用双重循环进行计算,时空效率偏低。另一方面,对于不同的坍塌极点与方向,如果都进行一次计算,算法的实时性更难以保证,给实际的应用造成了不便。故提出了一种基于模板卷积的改进算法,利用快速傅里叶变换,更加有效地得到坍塌信息。

确定坍塌方向 θ , 之后利用 $\delta(i \cos \theta / w - j \sin \theta / h)$ 求解出所对应的时域矩阵模板;其坍塌中心设为坐标原点,大小为所需要的评价尺度 t 。通过补充零元素,使之与数据矩阵大小相等;为了对应不同坍塌中心的情况,将模板在区域结构函数数据矩阵上滑动。以上处理方法相当于二维卷积,故引入快速傅里叶变换,可以极大地提高算法速度:

$$\mathcal{F}(F_{CT}^2 * R_T) = \mathcal{F}(F_{CT}^2) \times \mathcal{F}(R_T). \quad (5)$$

利用上述方法处理得到的数据,就可以得到不同的坍塌极点与方向下镜面的印透效果。对于旋转对称孔径,可以选择其旋转对称中心作为坍塌中心;对于其他孔径,通过分析不同坍塌中心的结果,可以对整个面形做出更好的评价。

3 数值仿真

标准 Zernike 多项式是一组在单位圆上的正交基。对于系统低阶波像差,采用 Zernike 多项式进行拟合,这一方法在之前的主动光学技术研究中应用相当广泛。一般来说,系统的低阶像差总有由一种或几种 Zernike 像差模式构成。故分析单种模式 Zernike 多项式代表的波像差,对得到光学系统在低阶波像差下的评价方法有很好的指导作用。

对于彗差与四叶草对应的低阶面形,如果使用一维结构函数,由于平均作用,印透峰的区别不明显。采用 2.2 节所提出的方法,对于坍塌中心在原点,坍塌方向分别为 15° 、 25° 和 45° 使用本算法,得到

的坍塌结果如图 1、2 所示，横坐标为评价尺度的半径。

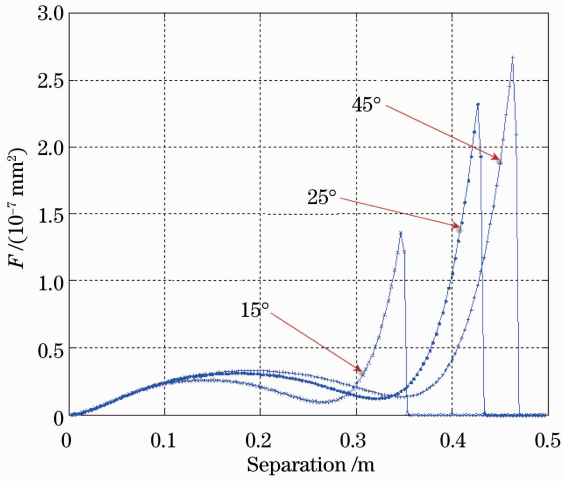


图 1 彗差区域结构函数坍塌

Fig. 1 Aera strutral fuction collapse of coma

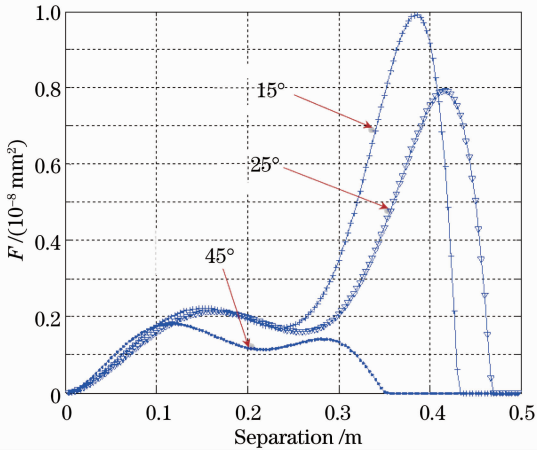


图 2 四叶草区域结构函数坍塌

Fig. 2 Aera strutral fuction collapse of four foil

通过图 1 可以看出随着角度的增加，低频起伏的尺度与幅度都有所增加。说明存在一个较大的凸起或凹陷，尺度几乎与波前的尺寸相当。类似地，通过分析图 2，也可以得到系统波面的起伏信息，即在周向方向上有着比彗差明显的起伏，这样就完成了与彗差的区分。

利用区域结构函数坍塌可以分辨出接近的低频起伏，通过分析可以及时调整支撑结构使镜面处于合理的印透形式；另一方面，使用本方法应用于主动光学等技术可以作为其评判标准，为其标定提供指导。

4 实际应用

将本方法应用于米级口径反射镜的检测数据，

如图 3 所示。以镜面中心为坍塌中心，可以得到不同坍塌角下其结构函数的坍塌，如图 4 所示。

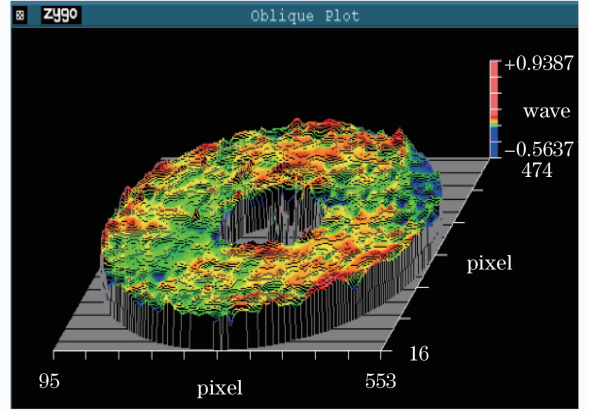


图 3 米级反射镜检测数据

Fig. 3 Testing data of reflecting meter rank mirror

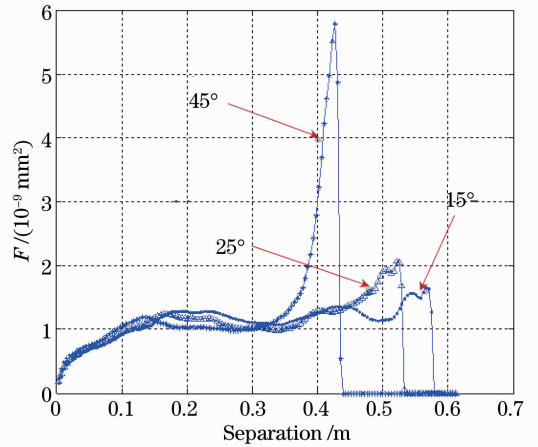


图 4 米级镜面结构函数坍塌

Fig. 4 Aera strutral fuction collapse of meter rank mirror

通过图 4 可以得出，在 45° 方向的起伏空间跨度较小，但是幅值较大。其峰值位置在 0.4 m 的位置，说明该处有一个印透存在。

30 m 望远镜计划于夏威夷莫纳克亚峰建造一个世界领先的 30 m 巨型光学红外观测设备。该计划是由美国加州理工学院、加州大学系统和加拿大大学天文研究联盟联合发起的国际合作项目。中国承担了三镜系统部分的设计与制造^[17-18]。其三镜为椭圆形平面镜(3.594 m×2.536 m, 包括压边)。其仿真数据归一化后如图 5 所示，镜面表面均方根(RMS)值为 120 nm, 对于如此巨大的平面镜，如果只是用 RMS 进行评价，将没有任何意义。

利用区域结构函数算法得到其区域结构函数如图 6 所示。利用前面讨论的方法，以镜面中心为坍塌中心，可以得到不同坍塌角下其结构函数，如图 7

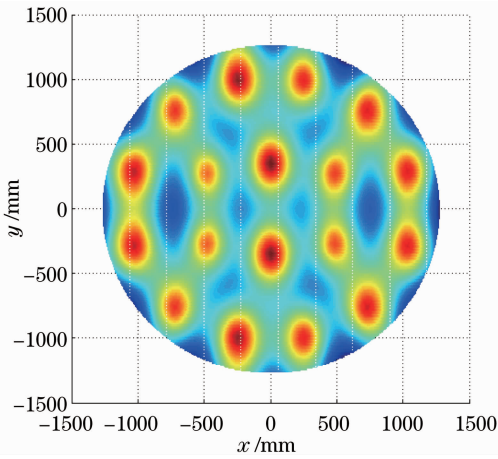


图 5 TMT M3 归一化后的变形图

Fig. 5 TMT M3 deformation after normalization

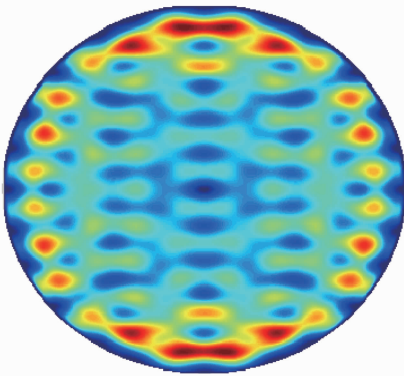


图 6 TMT M3 区域结构函数图

Fig. 6 Area structural function of TMT M3

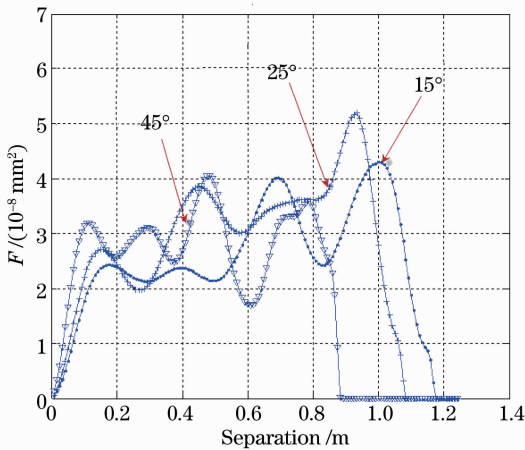


图 7 TMT M3 结构函数坍塌

Fig. 7 Area structural function collapse of TMT M3

所示。

由图 7 可知,通过分析坍塌后的结构函数,可以得到不同方向下的 30 m 望远镜三镜的印透效应,进而对于支撑方案的确定提供指导。对于此类大口径反射镜,重力印透是设计与检测中考虑的主要因素,利用此方法可以对其更好地进行控制。同时,对

比等口径下的 Zernike 多项式对应的印透峰,也可以很好地分辨出其基本的印透模式。

5 结 论

针对大口径反射镜提出了一种基于 Randon 变换的区域结构函数坍塌算法,该算法的时空效率有较为可观的提高;另一方面,将所提出的算法应于米级口径的反射镜表面面形检测数据以及 30 m 望远镜三镜仿真数据,验证了此算法不仅对于大口径反射镜的加工装调具有指导意义,同时对于实际的科学研究与工程应用更有价值。

参 考 文 献

- 1 Wang Jing, Wang Zhengfang, Sui Qingmei. Study of FBG stain distribution based on improved genetic algorithm dual constraint [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(3): 0305004.
王 静, 王正方, 隋青美. 基于改进遗传算法双重约束的应变分布重构研究[J]. 中国激光, 2012, 39(3): 0305004.
- 2 Zhang Limin, Zhang Bin, Yang Fei. Design and test of force actuator in active optical system [J]. Opt Precision Engineering, 2012, 20(1): 38-44.
张丽敏, 张 斌, 杨 飞. 主动光学系统力促动器得设计和测试 [J]. 光学精密工程, 2012, 20(1): 38-44.
- 3 Bi Yong, Zhai Jia, Wu Jinhui, et al.. One method for mirror surface figure treatment in optical instrument [J]. Optical Technique, 2009, 35(1): 10-17.
毕 勇, 翟 嘉, 吴金虎, 等. 一种光学仪器镜面面形的处理方法 [J]. 光学技术, 2009, 35(1): 10-17.
- 4 Wang Dong, Yang Hongbo, Chen Changzheng. Computer simulation of the optical surface [J]. Computer Simulation, 2007, 24(2): 298-301.
王 栋, 杨洪波, 陈长征. 光学表面面形的计算机仿真[J]. 计算机仿真, 2007, 24(2): 298-301.
- 5 Zhang Wei, Liu Jianfeng, Long Funian, et al.. Study on wavefront fitting using Zernike polynomials [J]. Optical Technique, 2005, 31(5): 675-678.
张 伟, 刘剑峰, 龙夫年, 等. 基于 Zernike 多项式进行波面拟合研究[J]. 光学技术, 2005, 31(5): 675-678.
- 6 Lin Xudong, Liu Xinyue, Wang Jianli, et al.. Perform of correction capability of 137-element deformable mirror [J]. Opt Precision Engineering, 2013, 21(2): 267-273.
林旭东, 刘欣悦, 王建立, 等. 137 单元变形镜的性能测试即校正能力实验[J]. 光学精密工程, 2013, 21(2): 267-273.
- 7 Zhang Jingxu. Overview of structure of technologies of large aperture ground based telescope [J]. Chinese Optics, 2012, 5(4): 327-336.
张景旭. 地基大口径望远镜系统结构技术综述[J]. 中国光学, 2012, 5(4): 327-336.
- 8 Ni Mingyang, Gong Yan. Design and analysis of kinematic lens positioning structure in lithographic projection objective [J]. Chinese Optics, 2012, 5(5): 476-483.
倪明阳, 巩 岩. 光刻投影物镜光学元件运动学支撑结构的设计与分析[J]. 中国光学, 2012, 5(5): 476-483.
- 9 Shao Liang, Yang Fei, Wang Fuguo, et al.. Design and optimization of supporting system for 1.2 m lightweight SiC primary mirror [J]. Chinese Optics, 2012, 5(3): 229-234.
邵 亮, 杨 飞, 王富国, 等. 1.2 m 轻量化 SiC 主镜支撑系统优化设计[J]. 中国光学, 2012, 5(3): 229-23.
- 10 Shi Xiaoyu, Feng Yong, Chen Yin. A novel predictive controller

- in the adaptive optics control system based on parallelization method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(8): 08010050.
- 史晓雨, 冯 勇, 陈 颖. 一种基于并行化方法的自适应光学闭环预测控制器 [J]. *光学学报*, 2012, 32(8): 08010050.
- 11 Zhao Hongchao, Zhang Jingxu, Yang Fei, *et al.*. Preloading eight-van spider for supporting structure of secondary mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2013, 21(5): 1199–1204.
- 赵宏超, 张景旭, 杨 飞, 等. 预紧式八翼梁次镜支撑结构动力学分析[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(5): 1199–1204.
- 12 Wolfgang Dierking. RMS slope of exponentially correlated surface roughness for radar applications [J]. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(3): 1451–1454.
- 13 Ross Zhelem. Specification of optical surface accuracy using the structure function [C]. *SPIE*, 2011, 8083: 808310.
- 14 Wang Qingfeng, Cheng Dewen, Wang Yongtian. Description of free-form optical curved surface using two-variable orthogonal polynomials [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0922002.
- 王庆丰, 程德文, 王涌天. 双变量正交多项式描述光学自由曲面 [J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0922002.
- 15 Wu Xiaoxia, Wang Minghao, Ming Ming, *et al.*. Calibration of thermal distortion for large aperture SiC lightweight mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(6): 1243–1249.
- 吴小霞, 王明浩, 明 铭, 等. 大口径 SiC 轻量化主镜热变形得定标[J]. *光学 精密工程*, 2012, 20(6): 1243–1249.
- 16 Wang Xu. Fabrication of SiC mirror in full aperture with optimized fixed abrasive polishing pad [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20(10): 2123–2131.
- 王 旭. 使用优化的固着磨料磨盘全口径加工碳化硅反射镜 [J]. *光学 精密工程*, 2012, 20(10): 2123–2131.
- 17 Cheng Jingquan. *Principles of Astronomical Telescope Design* [M]. Charlottesville: Springer, 2003.
- 18 TMT Group. Design Requirements Document for Tertiary Mirror System (M3S) [Z]. TMT. OPT. DRD. 07. 006. REL29. 2012.

栏目编辑: 韩 峰