# 基于偏振分束组件的同时偏振探测精度分析

### 李翠丽 孙晓兵 王 涵 韦 玮 舒存铭

(中国科学院安徽光学精密机械研究所通用光学定标与表征技术重点实验室,安徽 合肥 230031)

摘要 偏振分束组件是偏振探测系统的核心组成部分,组件中关键偏振光学元件的加工和装调误差直接影响偏振 测量精度。通过分析入射光与组件中偏振光学元件相互作用,推导了组件中部分偏振分束器的最佳分束比,其理 论值为78.9/21.1;在假定部分偏振分束器的分束比误差为±2%时,分析了入射光偏振测量误差随入射光偏振角 的变化情况,求解了偏振分束组件中1/2 波片及1/4 波片的安装角度误差对入射光偏振探测精度的影响。理论分 析表明,为满足±2%的偏振测量精度需求,部分偏振分束器的分束比误差应控制在±0.5%,1/2 波片的安装角度 误差应控制在±0.5°。1/4 波片的安装角度误差在±2°时,对偏振测量精度的影响可被忽略。

关键词 测量;偏振;传输矩阵;Mueller矩阵;测量误差

中图分类号 P161.3 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0412004

# AccuracyAnalysis of Simultaneous Polarized Measurement Based on Polarizing Beam Splitter

Li Cuili Sun Xiaobing Wang Han Wei Wei Shu Cunming

(Key Laboratory of Optical Calibration and Characterization, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China)

Abstract Polarizing beam splitter cube (PBSC) is the core of the polarization measurement system. The machining and assembly error of the optics component directly affects the polarimetric detection deviation. By analyzing the interaction between the incident light and the optics component, the ratio of the partially polarizing beam splitter cube is deduced, and the result theoretically shows that the best ratio is 78.9/21.1. The detection deviation of PBSC is presented with the change of the incident light polarization angle. The effect of half-wave plate (HWP) and quarter-wave plate (QWP) assembly angle deviation is included when splitting ratio deviation is  $\pm 2\%$ . It theoretically indicates that to meet the polarization detection deviation less than 2%, the ratio deviation of PBSC should be less than  $\pm 0.5\%$  and the HWP assembly angle deviation within  $\pm 0.5^{\circ}$ . The effect of QWP on the detection deviation can be strongly ignored when the assembly angle deviation is within  $\pm 2^{\circ}$ .

**Key words** measurement; polarization; transmission matrix; Mueller matrix; detection deviation **OCIS codes** 120.4640; 120.1000

1 引 言

偏振探测是目标识别领域的一项十分重要的技术<sup>[1]</sup>,目前已广泛应用于大气气溶胶和云的探测、矿物勘探、土壤分析、海洋探测、天文探测、医学诊断、 军事目标识别等领域<sup>[2]</sup>。由于传统分时偏振测量方 法中普遍存在转动部件或调制器部件,限制了它们 在测量快速变化目标方面的应用<sup>[3]</sup>。1982年, Azzam等<sup>[4]</sup>首次提出了一种利用振幅分割法实现 多信号同时偏振测量的多通道装置,该装置没有使 用任何转动部件和调制器,能够快速地实时测量出 待测偏振光的全部斯托克斯参数。其光路由一个镀 膜分光器和两块 Wollaston 棱镜组成,入射光经过

收稿日期: 2013-11-18; 收到修改稿日期: 2013-12-17

基金项目:国家 863 计划(2012AA7031021A)

作者简介:李翠丽(1988—),女,硕士研究生,主要从事偏振光学器件方面的研究。E-mail: lcl889120@126.com

**导师简介:**孙晓兵(1966—),男,研究员,主要从事光学偏振遥感技术及光谱偏振遥感信息处理分析与建模等方面的研究。E-mail: xbsun@aiofm.ac. cn

两次分光被分割成为4束,用4路光电探测器同时 完成对某一瞬时的光束偏振态的同时测量。目前各 国科学家投入大量精力研制更高分辨率、更高精度、 更高信噪比且工作稳定的偏振探测仪器<sup>[1]</sup>。

黎高平等<sup>[5]</sup>在研究光学镜头的起偏效应时曾得 出:以常用的光学玻璃进行分析计算,当入射角很小 的时候(小于 5°),角度每相差 1°,造成的偏振度测 量误差约为 0.01%~0.03%。由于所研究的系统 是小视场偏振探测系统,且透镜组与入射主光束方 向垂直放置,所以不考虑透镜组的起偏效应,偏振度 解析误差主要来源于偏振光学器件的加工误差及光 学器件的装调误差。本文通过理论计算与软件仿真 模拟比对,推导了所研究的偏振分束组件中部分偏 振分束器的最佳分束比;分析了部分偏振分束器的 分束比误差在±2%的情况下,入射光偏振测量误差 随入射光偏振角的变化情况;分析了偏振分束组件 对入射光偏振测量误差随波片安装角误差的变化 情况。

### 2 偏振分束组件的测量矩阵

完整地描述光波偏振态的方法有 4 种<sup>[6]</sup>:电矢 量表示法、琼斯(Jones)矢量法、斯托克斯(Stokes) 矢量法和 Poincarè 球图示法。其中,琼斯矢量法和 斯托克斯矢量法都是采用一个矢量来表示特定偏振 态的光,并利用矩阵描述介质对偏振光的传输特性, 利用矩阵间的运算,可以十分方便地将光线在介质 中的传输过程描述出来,相对于琼斯矢量,斯托克斯 矢量不仅可以描述完全偏振光,也可以描述部分偏 振光和完全非偏振光,而且 4 个元素均为实数,计算 时更为方便,因此在偏振光测量领域大多采用斯托 克斯矢量法来表征光的偏振状态。

所研究的偏振分束组件的原理如图 1 所示。在 对入射光的偏振态进行探测中:目标辐射光束通过 物镜到达部分偏振分束器(PBSC)后被分成相互垂 直的两路,一路被 1/2 波片(快轴与 X 轴夹角为 -22.5°)调制,然后通过偏振分光棱镜分离为振动 方向相互垂直的 P 分量和 S 分量,最后分别由探测 器 1、2 接收;另一路由 1/4 波片(快轴与 X 轴夹角 为 45°)调制,然后同样通过偏振分光棱镜分离为振 动方向相互垂直的 P 分量和 S 分量,最后分别由探 测器 3、4 接收,从而实现目标的全斯托克斯参量测 量。

上述偏振分束组件的每个通道的 Mueller 矩阵 可分别表示为



图 1 偏振分束组件原理图  
Fig. 1 Schematic of polarization analysis  
system  

$$M_{\text{path1}} = P(\text{trans}) \cdot R(-22.5^{\circ}, \lambda/2) \cdot P(\text{trans}),$$
  
(1)  
 $M_{\text{ratk2}} = P(\text{refl}) \cdot R(-22.5^{\circ}, \lambda/2) \cdot P(\text{trans}).$ (2)

 $M_{\text{path}3} = P(\text{trans}) \cdot R(45^\circ, \lambda/4) \cdot P(\text{refl}),$  (3)  $M_{\text{path}4} = P(\text{refl}) \cdot R(45^\circ, \lambda/4) \cdot P(\text{refl}),$  (4) 式中 $M_{\text{path}1}, M_{\text{path}2}, M_{\text{path}3}, M_{\text{path}4}$ 分别表示每个通道的 Mueller 矩阵, P(trans), P(refl)分别表示偏振分束 棱镜透射、反射时的 Mueller 矩阵;  $R(-22.5^\circ, \lambda/2), R(45^\circ, \lambda/4)$ 分别表示 1/2 波片、1/4 波片的 Mueller 矩阵; P(trans), P(refl)表示部分偏振分束 器在透射、反射时的 Mueller 矩阵。取每个通道 Mueller 矩阵的第一行即构成了该偏振分束组件的 测量矩阵。

## 3 偏振分束组件中元件的选择及误差 分析

在目前的偏振光学元件加工技术中,波片和偏振分光棱镜等常见的偏振光学元件都可以得到较高的加工精度,在视场不大的情况下可以忽略加工误差对偏振测量精度的影响。而偏振分束立方的分束比、分束比误差及波片的安装角度误差则成为偏振 探测中应主要考虑的误差来源。

#### 3.1 部分偏振分束器分光比的选择

对于条件是 A \* X = Y 的矩阵方程,矩阵 A 的 2 -范数的条件数是方程的解 X 对系数矩阵及右端 Y 中数据有微小扰动时敏感性的一种量度。2 -范 数的条件数越小,测量矩阵的测量误差对反演斯托 克斯矢量的影响就越小。假设部分偏振分束器对入 射光的 P 分量、S 分量的透射系数、反射系数分别为  $T_P$ 、 $T_s$ 、 $R_P$ 、 $R_s$ 。则当  $T_P = R_s = 78.9\%$ , $R_P = T_s =$ 21.1%或  $T_P = R_s = 21.1\%$ , $R_P = T_s = 78.9\%$ 时,测 量矩阵的 2 -范数的条件数有最小值 1.733。图 2 给出了测量矩阵的 2 -范数的条件数关于部分偏振 分束器的 P 分量、S 分量透射系数的图形。



图 2 P、S 不同分束比时测量矩阵的 2 -范数的条件数 Fig. 2 Different ration of the P light and S light to the 2norm condition number of the instrument matrix

在实际的应用中由于加工精度等原因多选用 80/20( $T_P = R_s = 80\%$ ,  $R_P = T_s = 20\%$ , 测量矩阵的 2-范数的条件数为 1.7678)的部分偏振分束器。当 选用 80/20 的部分偏振分束器时, 对于图 1 所示的偏 振分束组件, 由(1)~(4)式计算得到的测量矩阵为

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.15 & -0.2 & 0\\ 0.25 & 0.15 & 0.2 & 0\\ 0.25 & -0.15 & 0 & -0.2\\ 0.25 & -0.15 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}.$$
(5)

### 3.2 部分偏振分束器分束比误差对偏振测量精度 影响

在实际的光学元件加工中,部分偏振分束器的 分束比会有一定的误差。假设部分偏振分束器对入 射偏振光的 P 分量、S 分量的透射系数分别为  $T_P$ 、  $T_s$ (对 P 分量、S 分量的反射系数分别为 1- $T_P$ 、1- $T_s$ )。则上述偏振分束组件的测量矩阵为

$$\boldsymbol{M}' = \begin{bmatrix} \frac{T_{\rm P} + T_{\rm S}}{4} & \frac{T_{\rm P} - T_{\rm S}}{4} & \frac{-\sqrt{T_{\rm P} \cdot T_{\rm S}}}{2} & 0\\ \frac{T_{\rm P} + T_{\rm S}}{4} & \frac{T_{\rm P} - T_{\rm S}}{4} & \frac{\sqrt{T_{\rm P} \cdot T_{\rm S}}}{2} & 0\\ \frac{2 - T_{\rm P} - T_{\rm S}}{4} & \frac{-T_{\rm P} + T_{\rm S}}{4} & 0 & \frac{-\sqrt{(1 - T_{\rm P}) \cdot (1 - T_{\rm S})}}{2}\\ \frac{2 - T_{\rm P} - T_{\rm S}}{4} & \frac{-T_{\rm P} + T_{\rm S}}{4} & 0 & \frac{\sqrt{(1 - T_{\rm P}) \cdot (1 - T_{\rm S})}}{2} \end{bmatrix}.$$
(6)

由光的传输理论<sup>[7]</sup>,光与物质相互作用后,出射 光与入射光的斯托克斯参量间存在如下的线性关系:  $S_{out} = M \cdot S_{in}$ . (7)

在实际偏振测量应用中,反演入射光斯托克斯参量 时可建立方程组

$$\boldsymbol{S}_{\text{out}} = \boldsymbol{M}' \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{S}'_{\text{in}}, \qquad (8)$$

式中 S'<sub>in</sub>为实际入射光的斯托克斯参量、M'是仪器的测量矩阵。结合(7)式和(8)式,可求得入射光斯 托克斯矢量的测量值与真实值之间的关系可表示为

$$S'_{in} = M^{-1} \cdot M' \cdot S_{in}.$$
 (9)  
地物发射或反射光的斯托克斯矢量可用偏振度 P  
(线偏  $P_L$  + 圆偏  $P_C$ )和偏振角  $\theta$  表示<sup>[8]</sup>,表示为

 $I[1, P_L \cos(2\theta), P_L \sin(2\theta), P_C]^T$ ,则由(9)式可知斯 托克斯矢量的测量值与真实值偏振度、偏振角的关 系可以表示为

$$\frac{\mathbf{I}'}{\mathbf{I}} \begin{bmatrix} 1 \\ P'_{\mathrm{L}} \cos 2\theta' \\ P'_{\mathrm{L}} \sin 2\theta' \\ P'_{\mathrm{C}} \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{M}' \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ P_{\mathrm{L}} \cos 2\theta \\ P_{\mathrm{L}} \sin 2\theta \\ P_{\mathrm{C}} \end{bmatrix}.$$

(10)

由(10)式可知测量偏振度  $P'(P'_{L},P'_{C})$  与真实偏振 度  $P(P_{L},P_{C})$  之间的关系可表示为

$$\begin{cases} P'_{\rm L}(T_{\rm P}, T_{\rm S}, P_{\rm L}, \theta) = \frac{5}{6} \sqrt{4[(T_{\rm P} + T_{\rm S} - 1) + (T_{\rm P} - T_{\rm S})P_{\rm L}\cos 2\theta]^{2} + 9[\sqrt{T_{\rm P}T_{\rm S}}P_{\rm L}\sin 2\theta]^{2}} \\ P'_{\rm C} = \frac{5}{2} \sqrt{(1 - T_{\rm P})(1 - T_{\rm S})}P_{\rm C} \\ P' = \sqrt{P_{\rm L}^{2} + P_{\rm C}^{2}} \end{cases}$$
(11)

偏振度 P'的实际测量值是关于部分偏振分束 器对入射光 P 分量、S 分量的透射系数 T<sub>P</sub>、T<sub>s</sub> 和入 射光的偏振度 P、偏振角 θ 的函数。则部分偏振分 束器对入射光 P 分量、S 分量的透射系数 T<sub>P</sub>、T<sub>s</sub> 的 误差所引起的偏振度误差可以表示为

$$\Delta P' = \left| \frac{\partial P'}{\partial \boldsymbol{\xi}} \right|_{T_{\mathrm{P}} = \boldsymbol{\xi}, T_{\mathrm{S}} = \boldsymbol{\eta}} \times \Delta \boldsymbol{\xi} \left| + \left| \frac{\partial P'}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right|_{T_{\mathrm{P}} = \boldsymbol{\xi}, T_{\mathrm{S}} = \boldsymbol{\eta}} \times \Delta \boldsymbol{\eta} \right|.$$
(12)

考虑在实际应用中,常用偏振分束器的分束比 通常为  $\xi = 80\%$ , $\eta = 20\%$ ,分束比误差  $\Delta \xi = \pm 2\%$ ,  $\Delta \eta = \pm 2\%$ ,(即分束比为  $80 \pm 2/20 \mp 2$ )。由(12)式 可知入射光偏振测量误差随入射光偏振角的变化曲 线如图 3 所示。

从图 3 中可以看出,在部分偏振分束器分束比 误差一定的前提下,偏振测量误差随入射光偏振态 的变化而变化,对偏振度较大的入射光束易产生较 大的偏振测量误差,当入射光偏振角接近 0°、90°时, 部分偏振分束器的加工误差对偏振测量误差的影响 相对较大,在入射偏振光的偏振角接近 45°、135°时, 部分偏振分束器的加工误差对偏振测量误差的影响 相对较小,几乎为零。

由图 3 可知,如要满足对所有入射光的偏振测 量达到±2%的误差精度要求,部分偏振分束器的分





Fig. 3 Degree of polarization deviation varies with the angle of polarization of the incident light curve

束比误差应保持在±0.5%(如果在测量中使用的是 80/20分束比的偏振分束器,则±2%的偏振测量精 度允许的分束比变化范围为:(79.5-80.5)/(20.5-19.5),因此在实际应用前,必须准确测量部分偏振 分束器的分束比)。

#### 3.3 波片快轴与 X 轴夹角误差对偏振度的影响

该偏振分束组件中要求 1/2 波片与 1/4 波片快 轴与 X 轴夹角分别为-22.5°和 45°时,当 1/2 波片 与 1/4 波片快轴与 X 轴夹角不是准确的-22.5°和 45°时,假设它们快轴与 X 轴夹角分别为 *a*,*b*,此时 系统矩阵为

	$\lceil 3\cos(4a)/20 + 1/4 \rceil$	$\cos(4a)/4 + 3/20$	$\sin(4a)/5$	0 -	]	
M'' =	$1/4 - 3\cos(4a)/20$	$3/20 - \cos(4a)/4$	$-\sin(4a)/5$	0		(13)
	$1/4 - 3\cos^2(4a)/20$	$3\cos^2(4a)/20 - 3/20$	$\cos(2b)\sin(2b)/5$	$-\sin(2b)/5$		
	$1/4 + 3\cos^2(4a)/20$	$-3\cos^2(4a)/20-3/20$	$-\cos(2b)\sin(2b)/5$	$\sin(2b)/5$		

由(9)式,可以求得入射光斯托克斯矢量的测量值与真实值之间的关系式为

$$\boldsymbol{S}''_{\text{in}} = \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{M}'' \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{S}_{\text{in}}, \qquad (14)$$

即

$$\boldsymbol{S}''_{\text{in}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3\cos(4a)/4 & -5\cos(4a)/4 & -\sin 4a & 0 \\ 3\cos^2(2b)/4 & -5\cos^2(2b)/4 & -\cos 2b\sin 2b & \sin 2b \end{bmatrix} \boldsymbol{S}_{\text{in}}.$$
 (15)

由(15)式可以看出,波片装调角度误差对入射光斯 托克斯矢量的 $S_0$ 、 $S_1$ 分量无影响。1/2 波片的装调角 度误差只影响 $S_2$ 分量,1/4 波片的装调角度误差只 影响 $S_3$ 分量。这是由于偏振分光棱镜的检偏角度分 别为水平和垂直, $S_0$ 、 $S_1$ 分量的计算所需要的也是 水平和垂直的偏振分量,所以 $S_0$ 、 $S_1$ 分量的计算不 需要通过波片对入射光的偏振相位做调制。由(15) 式得到的入射光偏振测量误差随波片安装角度误差 (在±2°内<sup>[8-9]</sup>)的变化曲线如图 4 所示。

由图 4(a)可以看出为满足偏振测量 $\pm 2\%$ 的精 度指标要求,1/2 波片的安装误差必须保持在  $\pm 0.5°$ 之内。由图 4(b)可知,1/4 波片的安装误差



图 4 (a) 1/2 波片和(b) 1/4 波片角度误差对 偏振度影响

Fig. 4 Degree of polarization deviation varies with angle deviation of (a) 1/2 wave plate and (b) 1/4 wave plate

在±2°内时,对偏振测量精度的影响不大,可以忽略。

4 结 论

通过对偏振分束组件中偏振光学元件的研究分 析可知:作为偏振分束组件的主要偏振部件一部分 偏振分束器的最佳分束比为 78.9/21.1,且其分束 比误差对入射光偏振度的影响随偏振角的变化而变 化,总体影响偏大。为满足±2%的偏振度测量精度 要求,部分偏振分束器的分束比误差应控制在 ±0.5%,组件装调时 1/2 波片的快轴方向与 X 轴 夹角误差应保持在±0.5°内。对于1/4波片来说, 其快轴方向与 X 轴夹角误差在±2°内对偏振度的 测量精度影响不大,可忽略。因此,在偏振分束组件 加工及时装调时必须保证偏振分束立方的分束比及 1/2 波片的装调精度。

#### 参考文献

1 Tan Zuojun, Li Jun, Chen Haiqing. Application of polarization measurement in the dentification of the space targets [J]. Laser & Infrared, 2007, 37(3): 200-203.

谭佐军,李 俊,陈海清.偏振探测技术在空间目标识别中的应用[J].激光与红外,2007,37(3):200-203.

- 2 Zhang Chaoyang, Cheng Haifeng, Chen Zhaohui, et al.. The present research and developing trend of polarization remote sensing [J]. Laser & Infrared, 2007, 37(12): 1237-1240. 张朝阳, 程海峰, 陈朝辉, 等. 偏振遥感的研究现状及发展趋势 [J]. 红外与激光工程, 2007, 37(12): 1237-1240.
- 3 Du Xiliang, Dai Jingmin. New grating-based division-of-amplitude photo polarimeter [J]. Opto-Electronic Engineering, 2006, 33(7): 57-62.
  杜西亮,戴景民.光栅分振幅光偏振测量系统的研制[J].光电
- 工程, 2006, 33(7): 57-62. 4 R M A Azzam. Division-of-amplitude photopolarimeter (DOAP) for the simultaneous measurement of all four Stokes parameters of light [J]. Opt Act: International J Optics, 1982, 29(5): 685-689.
- 5 Li Gaoping, Wang Lei, Xie Yi. Research on measurement technolgy for degree of polarization of optical lens [J]. J Astronautic Metrology and Measurement, 2009, 29(5): 55-57.
  黎高平,王 雷,谢 毅. 光学镜头偏振度测试技术研究[J]. 宇航计测技术, 2009, 29(5): 55-57.
- 6 R M A Azzam, N M Bashara. Ellipsometry and Polarized Light [M]. New York: North-Holland Publishing Company, 1977.
- 7 Liao Yanbiao. Polarization of Optics [M]. Beijing: Science Press, 2003. 243-244.

廖延彪. 偏振光学[M]. 北京:科学出版社, 2003. 243-244.

- 8 Chen Ligang, Hong Jin, Qiao Yanli, *et al.*. Accuracy analysis on a sort of polarized measurement in remote sensing [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2008, 28(10): 2384-2387. 陈立刚,洪 津,乔延利,等. 一种高精度偏振遥感探测方式的 精度分析[J]. 光谱学与光谱分析, 2008, 28(10): 2384-2387.
- 9 Li Yubo, Zhang Peng, Zeng Yuxiao, et al.. Remote sensing measurement by full-Stokes-vector based on opto-electronic modulator [J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(2): 335-338,345.

李宇波,张 鹏,曾宇骁,等.基于电光调制器的全 Stokes 矢量 的遥感测量[J]. 红外与激光工程,2010,39(2):335-338,345. 栏目编辑:韩 峰