

由轴锥镜折射阴影区产生的泊松衍射斑

马国鹭 赵 斌

(华中科技大学机械学院仪器系, 湖北 武汉 430074)

摘要 为完善轴锥镜衍射场分布描述与认识, 根据积分渐进理论处理了含大数且稳相点不在积分域中的衍射场积分函数, 获得了轴锥镜折射阴影区的近轴域衍射场的近似解析解, 且发现了该衍射场分布服从泊松散射分布这一新奇的发现。实验结果表明: 在其阴影近轴区域的光强分布很好地服从零阶贝塞尔函数, 并且中心光斑直径正比于传播距离, 但其强度随纵面传播而衰减。由于照射光束与衍射斑的直径都随传播距离线性增大, 二者永远不会重叠, 所以理论上这个泊松衍射可传播到无穷远。相对于传统的圆屏衍射实现方式, 轴锥镜透镜为超远距离空间中泊松衍射斑的产生提供了一种新的、更便捷的方法。

关键词 衍射; 泊松衍射斑; 轴锥镜; 衍射场; 阴影区

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0405001

Poisson Diffraction Spot Generated in Shadow Area of Axicon

Ma Guolu Zhao Bin

(Instruments Department of Mechanical College, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract In order to describe and cognize the distribution of the diffraction field of axicon completely, according to the theory of asymptotic expansion, the diffraction integral function with large number and non-stationary end-point in integral domain is processed, the approximate analytical solution of intensity distribution in the shadow paraxial area of axicon is obtained, and a novel phenomenon that the distribution is Poisson diffraction spot is found. The experimental results show that the intensity distribution of diffraction spot follows zeroth-order Bessel function in shadow paraxial region, and the diffraction spot diameter increases linearly with the propagation distance, although its energy in longitudinal section has attenuation along with propagation. The illuminated beam and Poisson diffraction spot never overlap for both of their diameters increase linearly with propagation distance, so in theory this Poisson diffraction spot can be propagated to infinity. Compared with common methods, which through circular screen to generate Poisson diffraction spot, axicon provides a new convenient way for the production of Poisson diffraction spot in large-scale space.

Key words diffraction; Poisson diffraction spot; axicon; diffraction field; shadow area

OCIS codes 050.1940; 050.1220; 070.2580

1 引 言

轴锥镜由 McLeod^[1-2] 于 1954 年将希腊语中的 $\acute{\alpha}\xi\omega\nu\alpha\zeta$ (轴) 和 $\epsilon\lambda\kappa\acute{o}\nu\alpha$ (图形) 合成杜撰而成, 广义上指的是绕轴旋转对称的光学元件, 可以用作反射或透射, 是一种侧面呈圆锥形的经典光学元器件。随着无衍射光束的发现^[3-4]、研究^[5-10] 与在各领域的

广泛应用^[11-14], 轴锥镜被用作合成近似无衍射光束最简洁的方式^[1], 近年来学者们对圆锥透镜后的无衍射区的衍射场做了深入的理论与实验研究^[15-16], 而鲜有对临界点外的几何阴影区的衍射场进行关注。

泊松衍射斑是置于平面波中的非透明圆屏在其

收稿日期: 2013-10-10; 收到修改稿日期: 2013-11-14

基金项目: 国家 973 计划(2013CB035405)

作者简介: 马国鹭(1981—), 男, 博士研究生, 主要从事光学精密测量方面的研究。E-mail: maguolu999@163.com

导师简介: 赵 斌(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事激光光电检测方面的研究。E-mail: zhaobin63@sohu.com (通信联系人)

后阴影区所产生的衍射斑^[17]。其截面上的光强服从零阶贝塞尔函数分布,被用于长距离的准直^[18]。然而,要获得较高质量的泊松衍射斑,除了需要照射光束相干性好、平面波波阵面理想外,还要求照射光束的截面尺寸远大于非透射光屏及精准的同轴条件,否则需将光束与圆屏的中心重合,因为非对称照射会导致衍射斑非对称畸变(偏离中心对称)。

本文发现在轴锥镜的几何近轴阴影区,尽管强度相对于其无衍射区大大下降,但仍存在环状的衍射光斑,且其周期随传播距离的增大而增大,截面光强分布也服从零阶贝塞尔函数。因此,这是一种用透明光学元件产生泊松衍射斑的更好的方法。

2 轴锥镜阴影区的无稳相点积分渐近近似

用轴锥镜产生泊松衍射斑的结构如图 1 所示,平行激光束垂直于轴锥镜底面照射时,其透射率函数为^[19]

$$t(r) = \begin{cases} \exp[-ik(n-1)r\theta], & r < R, \\ 0, & r \geq R, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, R 为轴锥镜的半径, θ 为锥面母线与底平面的夹角, n 为轴锥镜的折射率, k 为波数。

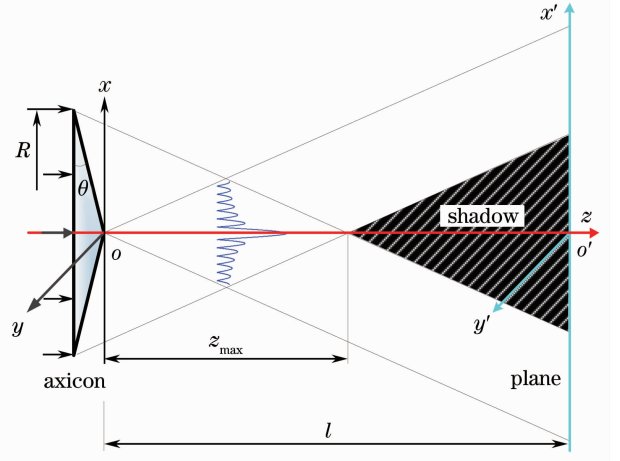


图 1 轴锥镜阴影区示意图

Fig. 1 Schematic diagram of axicon shadow area

当入射平面波垂直照射在轴锥镜底面时,根据菲涅耳衍射理论,在轴锥镜后距其顶点 o 在 z 处纵向截平面 $o'x'y'$ 上的光强衍射积分可描述为

$$E_z = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_{\delta} t(r) \exp\left\{i \frac{k}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2]\right\} dx dy = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_{\delta} t(r) \exp\left\{i \frac{k}{2z} [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\omega - \omega')]\right\} r dr d\omega, \quad (2)$$

式中的 $(r, \omega), (r', \omega')$ 分别表示在平面 $oxy, o'x'y'$ 上的极径与极角, δ 为出射波面积分区域, λ 为波长。将(1)式代入(2)式可得

$$E_z = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_{\delta} \exp[-ik(n-1)r\theta] \exp\left\{i \frac{k}{2z} [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\omega - \omega')]\right\} r dr d\omega = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_0^R \left\{ \int_0^{2\pi} \exp\left[-i \frac{kr r'}{z} \cos(\omega - \omega')\right] d\omega \right\} \exp\left\{i \frac{k}{2z} [r^2 + r'^2] - ik(n-1)r\theta\right\} r dr d\omega. \quad (3)$$

第一类零阶贝塞尔函数的定义式为

$$\int_0^{2\pi} \exp[ix \cos(\xi - \xi_0)] d\xi = 2\pi J_0(x). \quad (4)$$

(3)式可化为

$$E_z = \frac{2\pi \exp(ikz)}{i\lambda z} \int_0^R J_0\left(k \frac{rr'}{z}\right) \exp\left\{i \frac{k}{2z} [r^2 + r'^2] - ik(n-1)r\theta\right\} r dr = \frac{2\pi \exp(ikz)}{i\lambda z} \int_0^R \varphi(r) \exp[ikf(r)] dr, \quad (5)$$

式中 $f(r) = \frac{r^2 + r'^2}{2z} - (n-1)r\theta, \varphi(r) = r J_0\left(k \frac{rr'}{z}\right)$ 。

对(5)式振荡函数积分渐近积分近似处理,其稳相点 $r_p = (n-1)\theta z$,即为在 $f'(r) = 0$ 时的解。由于在轴锥镜的光学几何阴影区,即 $z > z_{\max}$ (z_{\max} 为由轴锥镜合成无衍射光束的临界区域^[17], $z_{\max} \approx R / [(n-1)\theta]$), $r_p > R$,稳相点不在 r 的积分区 $[0, R]$,在积分区域无稳相点,故(5)式不能采用稳相法进行近似。因此根据

对含大数 $k=2\pi/\lambda$ 的一维振荡函数积分进行渐近积分展开^[20-22], 采用分步积分可做如下近似处理:

$$\int_a^\beta \varphi(x) \exp[ikf(x)] dx = \sum_{l=1}^{N-1} (-1)^{l-1} (ik)^{-l} \exp[i\lambda f(x)] \left[\frac{1}{f'(x)} - \frac{d}{dx} \right]^{l-1} \frac{\varphi(x)}{f'(x)} \Big|_a^\beta + \delta(k^{-N}), \quad (6)$$

式中 N 为分步积分的次数, $\delta(k^{-N})$ 为 k 的 N 阶无穷小, $[\alpha, \beta]$ 为对 x 的积分区域, $f'(x)$ 的一阶导数。由于式中 $k=2\pi/\lambda \gg 1$, 因此可将(6)式积分近似为(仅保留第一项, 也即 $N=2$)

$$E_z \approx \frac{2\pi \exp(ikz)}{i\lambda z} (ik)^{-1} \exp[ikf(r)] \frac{\varphi(r)}{f'(r)} \Big|_0^R + O(k^{-2}) \approx \frac{R}{(n-1)z\theta - R} J_0\left(\frac{kRr'}{z}\right) \times \exp\left\{ ik \left[z + \frac{r'^2}{2z} + \frac{R^2}{2z} - (n-1)\theta R \right] \right\}. \quad (7)$$

在 z 处截面的光强分布为

$$I_z \approx \left[\frac{R}{(n-1)z\theta - R} J_0\left(\frac{kRr'}{z}\right) \right]^2. \quad (8)$$

3 光强分布实验验证

为了验证上述理论分析, 进行实验。实验参数如下: 轴锥镜锥角 $\theta=0.5^\circ$, 半径 $R=12.7$ mm, 折射率 $n=1.54$, 图像传感器光敏面大小为 7.15 mm \times 5.28 mm, 其像素尺寸为 4.4 μm \times 4.4 μm , 照射波长 $\lambda=632.8$ nm。

图 2 是图像传感器沿轴锥镜传输光轴, 在不同距离截面上捕获的光强分布图像, 其光轴半径为 1.32 mm, 曝光时间为 t 。在确保中心光斑达到饱和且其他参数不变的情况下, 图像传感器的曝光时间

近似正比于距离的平方, 即在轴锥镜的折射阴影区中心光斑的强度按距离的平方衰减。实际上, 此衍射斑是一种纯粹的硬边圆环衍射, 传播距离越远衍射斑的质量越依赖于轴锥镜在半径为 R 锥面环上的微观形貌质量^[23-25], 因此随着传播距离的增加轴锥镜折射阴影区的衍射斑的环形纹理边缘存在一些起伏。图 2(c)~(f) 中过衍射斑中心光强的起伏分布如图 3 所示。

图 3 中描述了在不同距离处过光斑中心时的理论光强与实验捕获的衍射斑光强分布。在图 3(a) 与图 3(d) 中泊松衍射斑的中心光强刚好达到图像传感器的饱和值, 吻合程度较高, 而图 3(b) 与图 3(c) 中由于图像传感器曝光过度, 使得实际光强分布与理论有所偏离, 但是并不影响对衍射斑光强

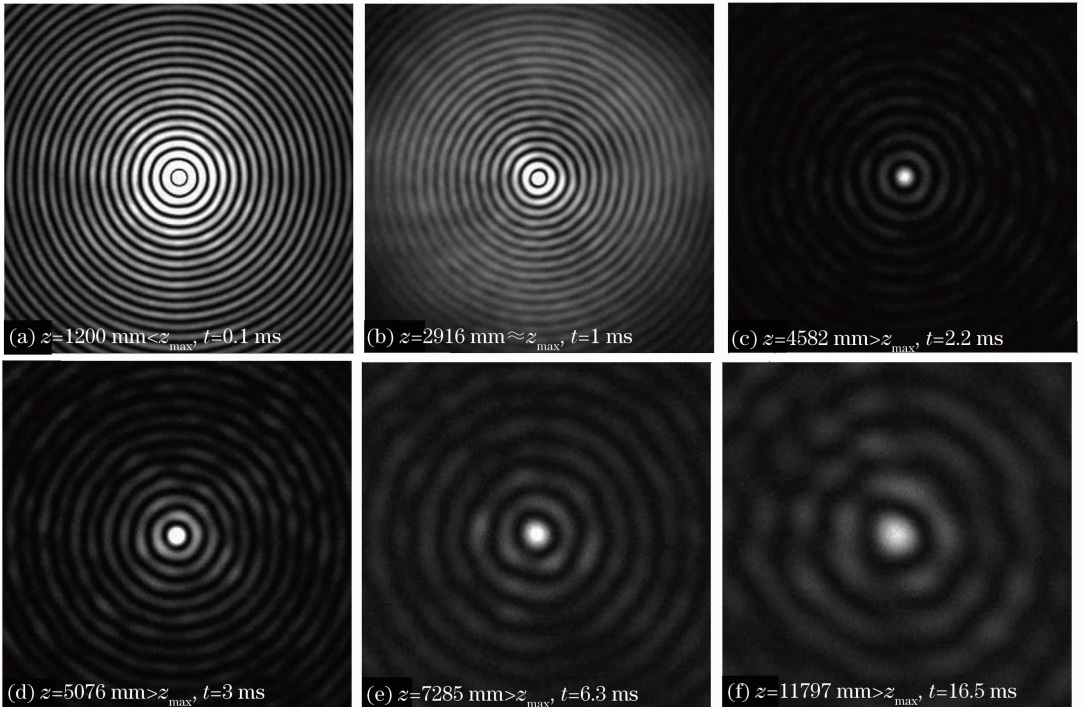


图 2 不同传播距离上轴锥镜近轴阴影后的光强分布

Fig. 2 Distributions of intensity in paraxial region of shadow area of axicon at different distances of longitudinal section

服从零阶贝塞尔函数分布特征的判断。在不同衍射截距处捕获衍射光斑图像,并统计中心光斑的大小,

其结果如图 4 所示。

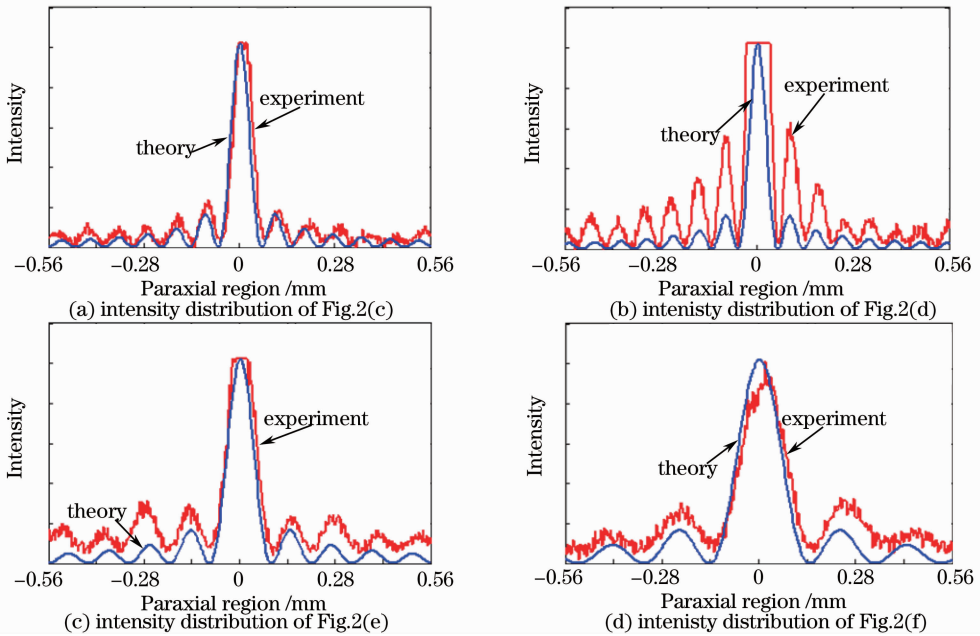


图 3 轴向不同位置截面处的理论与实验光强分布曲线

Fig. 3 Theoretical and experimental intensity distribution curves at different positions of axial section

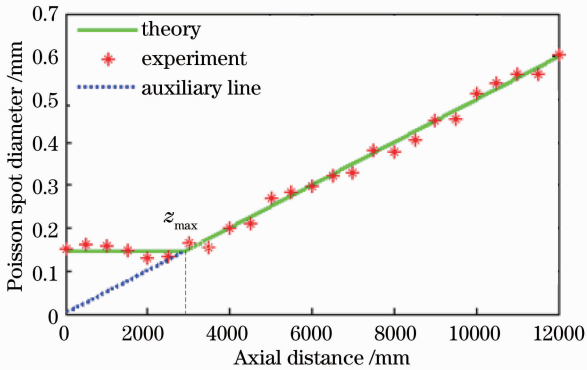


图 4 轴锥镜折射阴影区泊松衍射斑直径随距离变化的趋势

Fig. 4 Diameter of Poisson diffraction spot produced in the refraction shadow area of axicon versus axial distance

图 4 表明在轴锥镜折射阴影区所产生的拉格-泊松衍射光斑的中心直径正比于传播距离,由于轴锥镜的特殊几何特性,在无衍射区域内中心光斑直径大小保持不变,因此实验所得光斑直径随距离延长线经过零点。上述的所有实验数据与理论分析相吻合。

4 结 论

研究发现由透明轴锥镜在阴影区可以产生与圆屏衍射类似的泊松衍射斑,其与圆屏衍射相比有如

下优点:

- 1) 圆屏衍射要求照射光束直径远大于圆屏,而轴锥镜方式只需照射光束不小于透光孔径,且可以随时更换更小的孔径光阑以调节衍射斑的大小。
- 2) 为保证衍射斑的对称性,圆屏衍射理论上要求照射光束与圆屏同心,而轴锥镜的实现方式无此要求。
- 3) 圆屏安装需要特殊的悬挂或支撑装置,往往会破坏衍射的对称性,而轴锥镜方式与普通透镜一样,简单、方便,更便于在普通光学系统中实现。

传统的圆屏泊松衍射斑随着传播距离的增大,衍射斑中心光斑直径也会随之线性增大,当在传播距离达到一定程度时,宽于圆屏的照射平面波将与衍射中心光斑重叠,导致遮挡阴影区的衍射斑被遮掩,其应用距离受到限制;该方法中直射光束的半径也随距离线性增大,尽管阴影区域泊松衍射斑也随距离线性增大,但是直射光束与泊松衍射斑永远不会重合,则应用距离理论上趋于无穷。因此,提供了一种在长距空间中由硬环边引起的拉格-泊松衍射斑的理想实现方式,便于工程应用,譬如作大尺度空间中的直线基准。

参 考 文 献

1 John H Mcleod. The axicon: a new type of optical element [J]. J Opt Soc Am, 1954, 44(8): 592-597.

- 2 John H Mcleod. Axicon and theirs uses [J]. J Opt Soc Am, 1960, 50(2): 166–169.
- 3 J Durnin, J J Miceli, J Eberly. Diffraction-free beams [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(15): 1499–1501.
- 4 J Durnin. Exact solution for nondiffracting beams. I. the scalar theory [J]. J Opt Soc Am, 1987, 4(4): 651–654.
- 5 Brittingham, James Neill. Focus waves modes in homogeneous Maxwell's equations: transverse electric mode [J]. J Appl Phys, 1983, 54(3): 1179–1189.
- 6 M Rioux, R Tremblay, P A Bélanger. Linear, annular, and radial focusing with axicons and applications to laser machining [J]. Appl Opt, 1978, 17(10): 1532–1536.
- 7 Z Ding, H Ren, Y Zhao, *et al.*. High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens [J]. Opt Lett, 2002, 27(4): 243–245.
- 8 Fang Xiang, Chen Jing, Wu Fengtie, *et al.*. Generation of long-distance quasi-nondiffracting beam using a concave axicon [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0508002.
方翔, 陈婧, 吴逢铁, 等. 产生长距离近似无衍射光束的凹锥透镜 [J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0508002.
- 9 Liu Lan, Wu Fengtie. Description of bottle beam and reconstruction of Bessel beam based on diffraction integral theory [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(2): 369–374.
刘岚, 吴逢铁. 衍射理论对局域空心光束及无衍射光束重建的描述 [J]. 光学学报, 2008, 28(2): 369–374.
- 10 Lu Wenhe, Wu Fengtie, Zheng Weitao. Generation of non-diffraction Bessel-liked beam using a lens axicon [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(6): 1618–1621.
卢文和, 吴逢铁, 郑维涛. 透镜轴锥产生近似无衍射贝塞尔光束 [J]. 光学学报, 2010, 30(6): 1618–1621.
- 11 I Manek, B Ovchinnikov Yu, R Grimm. Generation of a hollow laser beam for atom trapping using an axicon [J]. Opt Commun, 1998, 147(1-3): 67–70.
- 12 Carl Paterson, Robin Smith. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms [J]. Opt Commun, 1996, 124(1): 121–130.
- 13 C W Mccutchen. Generalized aperture and the three-dimensional diffraction image [J]. J Opt Soc Am, 1964, 54(2): 1579–1890.
- 14 Guolu Ma, Bin Zhao, Yiyang Fan. Non-diffracting beam based probe technology for measuring coordinates of hidden parts [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 51(5): 585–591.
- 15 G Indebetouw. Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis [J]. J Opt Soc Am, 1989, 6(1): 150–152.
- 16 Bin Zhao, Zhu Li. Diffraction property of an axicon in oblique illumination [J]. Appl Opt, 1998, 37(13): 2563–2568.
- 17 Frank L Pedrotti, Leno S Pedrotti, Leno Matthew Pedrotti. Introduction to Optics [M]. Hedwood; Benjamin Cummings, 2006. 68–75.
- 18 L V Griffith, R F Schanz, G E Sommargren. Magnetic alignment and the Poisson alignment reference system [J]. Rev Scient Instrum, 1990, 61(8): 2138–2154.
- 19 Z Zhai, B Zhao. Diffraction intensity distribution of an axicon illuminated by polychromatic light [J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2007, 9(10): 862–867.
- 20 Oto Brzobohaty, TomášČizmar, Pavel Zemánek. High quality quasi-Bessel beam generated by round-tip axicon [J]. Opt Express, 2008, 16(17): 12688–12700.
- 21 Jakob J Stamnes. Waves in Focal Regions: Propagation, Diffraction, and Focusing of Light, Sound, and Water Waves [M]. Boca Raton; CRC Press, 1986. 91–97.
- 22 E T Copson. Asymptotic Expansions [M]. New York: Cambridge University Press, 1965. 27–35.
- 23 Zhao Bin, Li Zhu. The focus diffraction property of axicon illuminated by inclined plane wave [J]. Acta Optica Sinica, 1999, 19(3): 299–305.
赵斌, 李柱. 同轴共轭透镜对斜入射平行光的聚焦衍射特性 [J]. 光学学报, 1999, 19(3): 299–305.
- 24 Zhou Liping, Zhao Bin, Li Zhu. Influence of manufacture error of an axicon on beam transmission [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2001, 29(3): 61–63.
- 25 Jiang Xinguang, Wu Fengtie, Liu Bin. Modification of aberration nondiffraction beams in manufacture error of elliptical axicon [J]. Chinese J Lasers, 2007, 34(11): 1538–1542.
江新光, 吴逢铁, 刘彬. 轴锥椭圆加工误差产生畸变无衍射光束的修正 [J]. 中国激光, 2007, 34(11): 1538–1542.

栏目编辑: 史敏