

一种变频相移干涉测量的相位提取算法

刘 剑 田爱玲 刘丙才 王红军

(西安工业大学陕西省薄膜与检测技术重点实验室, 陕西 西安 710032)

摘要 相位提取的精度直接影响相移干涉测量的精度。在变频相移干涉测量中,相移量由干涉腔长和波长变化量决定,必须对测试系统进行相位标定,但常因相位标定不精确而引入相移误差,影响相位提取的精度。运用一种基于迭代的相位求解算法,该算法无需对测试系统进行相位标定,可以在被测相位和相移量均未知的情况下,通过交替迭代法求解出被测相位。通过仿真比较了传统四步相移和基于迭代的相位求解算法的相位提取精度,结果表明,基于迭代的相位求解算法的相位提取精度优于传统四步相移算法的精度。

关键词 测量;变频相移;相移干涉;相位提取;迭代算法

中图分类号 TH741 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0312001

A Phase Extraction Algorithm in Wavelength Tuning Interferometry

Liu Jian Tian Ailing Liu Bingcai Wang Hongjun

(Shaanxi Province Key Laboratory of Thin Film Technology and Optical Test,
Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710032, China)

Abstract Phase extraction precision directly affects the accuracy of phase-shift interferometry. In the wavelength tuning interferometry, a phase calibration is necessary for the test system, because phase shift is determined by interference cavity length and wavelength variation. But an accurate phase calibration is not easy to achieve. The phase shift error can be caused by an inaccurate calibration, which can decrease the phase extraction precision. A phase extraction algorithm based on iteration is proposed. This iteration algorithm does not need to calibrate the phase of the test system, and it can obtain the testing phase and phase shifts through alternate iteration method under the condition that the testing phase and phase shift are unknown. A series of simulations are done to compare the phase extraction accuracy, and the results suggest that the phase extraction accuracy of the proposed algorithm is quite better than that of the traditional four-step phase shift algorithm.

Key words measurement; wavelength tuning phase shift; phase-shift interference; phase extraction; iterative algorithm

OCIS codes 120.3180; 050.5080; 100.5070

1 引 言

相移干涉测量技术是光学表面面形检测的重要手段之一。通常,相移方法可以分为两类:硬件相移和变频相移。变频相移干涉是通过光源频率的改变来实现相位调制,其光源采用波长可调谐激光器。该方法测量装置简洁,可靠度高,测量精度高,能减少由环境变化引起的误差,消除传统硬件相移中由推动压电陶瓷(PZT)而引起的非线性误差^[1-5]。

在等步长或定步长变频相移干涉中,移相步进

量由测试波长和干涉腔长共同决定。在不同的干涉腔长下,测试波长的值是不一样的,加载在激光器上对应的电压也是不一样的。因此,应该对相位进行标定^[6],使得在不同腔长下,相移量为一定值,从而减少干涉测量中由相位步进引起的误差,提高测量精度。

通常,变频相移干涉系统的相位标定过程比较复杂,且标定精度受标定算法及外界环境的影响较大。目前所用到的标定方法均存在标定误差,继而

收稿日期: 2013-08-15; **收到修改稿日期**: 2013-10-22

基金项目: 国家自然科学基金(51075322)、陕西省教育厅高精度小平面对干涉仪研制基金(12JS048)

作者简介: 刘 剑(1987—),女,硕士研究生,主要从事光学检测方面的研究。E-mail: liujianxiuzi0011@126.com

导师简介: 田爱玲(1964—),女,博士,教授,主要从事现代光学制造与检测方面的研究。E-mail: tian21964@sohu.com

(通信联系人)

会在测量过程中引入相移误差,这样会大大地影响测量精度,甚至无法求解出真实的被测面面形。因此,相位提取算法的选取是提高测试精度的一个关键因素^[7-10]。据此,杨牧等^[11-13]给出了一种基于最小二乘迭代的随机移相相位求解方法,该算法运用最小二乘迭代原理求解随机相位。本文参考迭代算法^[14]求解相位,与上述方法的不同之处在于结合变频相移的特点进行相位提取研究,以简化操作、提高测量精度。与杨牧的算法相比,该算法的优点有:1)满足本实验室实际测量中的要求,利用测量中第一幅相移干涉图的相移量为0的特点,简化了算法公式,加快了运算速度,而杨牧提出的算法中,第一幅相移干涉图的相移量是由迭代求解出的,这样会引入误差,影响测量精度;2)文献^[11]中的算法是由相移干涉图直接迭代求解相位,而文中算法是由差值干涉图迭代求解相位,这样可以抑制噪声和背景对

测量精度的影响。该算法在相移量和相位都未知的情况下,通过不断迭代求取,同时确定相移量和被测相位。测量中,无需对系统进行相位标定,并且测量对相移误差不敏感,操作简单,精度高。

2 基本原理

2.1 变频相移干涉的基本原理

在变频相移干涉测量中,假设背景光强为 $I_0(x,y)$, $\gamma_0(x,y)$ 为调制度, $h(x,y)$ 为干涉腔长,第 t 步相移的光强表达式为

$$I_t(x,y) = I_0(x,y) \left\{ 1 + \gamma_0(x,y) \cos \left[\frac{4\pi h(x,y)}{\lambda_t} \right] \right\}, \quad (1)$$

式中 $\lambda_t = \lambda_0 + t\Delta\lambda$ 表示第 t 步相移所对应的测试波长值, λ_0 为波长可调谐半导体激光器起始输出波长(即中心波长), $\Delta\lambda$ 是波长移相的步进量,(1)式可近似为

$$I_t(x,y) = I_0(x,y) \left\{ 1 + \gamma_0(x,y) \cos \left[\frac{4\pi h(x,y)}{\lambda_0} - \frac{4\pi h(x,y)}{\lambda_0^2} \cdot t \cdot \Delta\lambda \right] \right\}, \quad (2)$$

$\varphi_{ij} = \frac{4\pi h(x,y)}{\lambda_0}$ 为被测相位, $\delta_t = -\frac{4\pi h(x,y)}{\lambda_0^2} \cdot t$ 。 $\Delta\lambda$ 为第 t 步相移的相移量。

由(2)式可知,在变频相移干涉测量中,第 t 步相移的相移量是由干涉腔长和波长步进量共同决定的。测量中,在不同干涉腔长下,要使相移量为一定值,就必须进行相位标定。而运用迭代算法求解被测相位时,它可以在相移量和相位都未知的情况下,通过不断迭代求取,同时确定相移量和被测相位,无需对测量系统进行标定,这样就能提高测量精度,消除标定误差对测试精度的影响。

2.2 迭代算法的基本原理

将(2)式简化为

$$I_{ijt} = A_{ij} + B_{ij} \cos(\varphi_{ij} - \delta_t), \quad (3)$$

式中 ij 表示干涉图中的每个像素点的位置, t 表示第 t 幅干涉图,且 $A_{ij} = I_0(x,y)$, $B_{ij} = I_0(x,y)\gamma_0(x,y)$ 。

下面进行光强差分,即将后续相移干涉图的光强依次减去第一幅干涉图的光强,得到

$$\psi_{ijt} = I_{ijt} - I_{ij1}, \quad (4)$$

利用三角公式化简(4)式,可得

$$\psi_{ijt} = C_{ij} (\cos \delta_t - 1) + D_{ij} \sin \delta_t, \quad (5)$$

式中 $C_{ij} = B_{ij} \cos \varphi_{ij}$, $D_{ij} = B_{ij} \sin \varphi_{ij}$, $\delta_1 = 0$ 。

令 $\hat{\psi}_{ijt}$ 为光强测量值,设定误差评估式为

$$E_{ij} = \sum_{t=1}^m (\psi_{ijt} - \hat{\psi}_{ijt})^2 = \sum_{t=1}^m [C_{ij} (\cos \delta_t - 1) + D_{ij} \sin \delta_t - \hat{\psi}_{ijt}]^2, \quad (6)$$

式中 m 为测量中相移干涉图像的幅数,且相移量小于 2π ,运用最小二乘法可求得

$$\varphi_{ij} = \arctan \left(\frac{D_{ij}}{C_{ij}} \right), \quad (7)$$

$$\delta_t = \arctan \left(\frac{\sin \delta_t}{\cos \delta_t} \right). \quad (8)$$

给定一组初始相移量,交替迭代即可求解出被测相位值和相移量。

3 仿真实验与分析

设定仿真的被测面面形峰谷(PV)值为 $1.47 \times 10^{-2}\lambda$ 、均方根(RMS)值为 $2.14 \times 10^{-3}\lambda$,仿真实验包括以下几个步骤:

- 1) 由被测面得到具有不同相移量的变频相移干涉图,且均含有均值为0、方差为0.01的随机误差;
- 2) 分别运用迭代算法、四步相移算法求解被测相位;
- 3) 对求解出的包裹相位图进行解包裹、Zernike波面拟合运算,得出被测面的PV值和RMS值。

3.1 相移量为任意值

设相移步进为任意值(移动四步,每步相移量为任意值),利用上述迭代法求得的相移量与理论相移量如表 1 所示,迭代次数为 63 次。

由上述结果可知,迭代法求得的相移量值与理论相移量值相比,其误差在 10^{-5} 数量级,表明采用该迭代算法求解相移量精度较高,能减少干涉测量时由步进误差引入的测量误差。

图 1(a)为模拟波面图,图 1(b)为求得的包裹相

表 1 迭代法求得的相移量与理论相移量(相移量为任意值)

Table1 Phase shift by iteration method and the theoretical phase shift (arbitrary phase shift)

Step	1	2	3	4
Theoretical phase shift /rad	0.9424778	2.1991149	4.3982297	5.3407075
Phase shift by iteration method /rad	0.9424857	2.1990673	4.3982923	5.3407257

位图,对其进行解包裹、Zernike 拟合后得到的被测面面形如图 1(c)所示。

3.2 相移量为 $\pi/2$ 的四步相移

若用迭代法求解四步相移(即相移四步,每步相移量均为 $\pi/2$),求得的相移量与理论相移量如表 2 所示,迭代次数为 35 次。

经解包裹、拟合后得到的被测面的面形如图 2(a)所示,图 2(b)为运用四步相移算法求解所得的被测面面形。

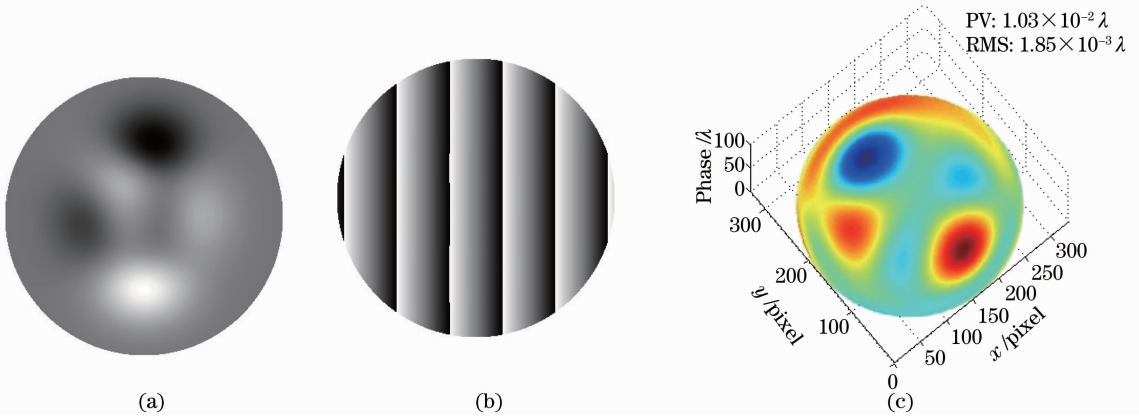


图 1 (a)模拟波面图; (b)包裹相位图; (c)拟合后的面形图

Fig. 1 (a) Simulative wavefront image; (b) wrapped phase image; (c) surface image by Zernike fitting

表 2 迭代法求得的相移量与理论相移量($\pi/2$ 相移)

Table 2 Phase shift by iteration method and the theoretical phase shift ($\pi/2$ phase shift)

Step	1	2	3
Theoretical phase shift /rad	1.570796	3.141593	4.712389
Phase shift by iteration method /rad	1.577669	3.141608	4.719262

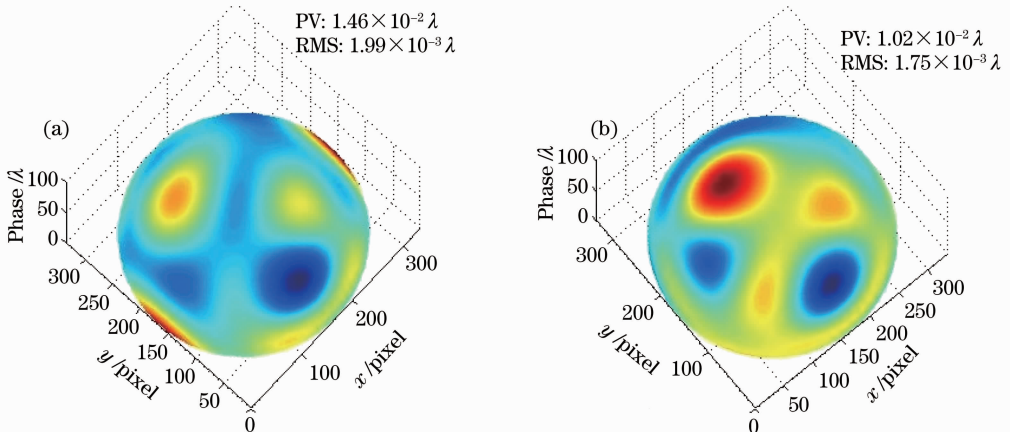


图 2 (a)迭代法求解的被测面面形图; (b)四步相移算法求解的被测面面形图

Fig. 2 (a) Testing surface by iteration method; (b) testing surface by four-step phase shift

3.3 相移量为 $\pi/2$ 且存在相移误差

表 3 为不同相移误差时,迭代法和四步相移所得的结果。

不同相移误差下,迭代算法求解得出的被测面

表 3 不同相移误差时,迭代法与四步相移法所得结果

Table 3 Simulations of iteration method and four-step phase shift method under different phase-shift errors

Phase shift error		0.01π	0.02π	0.05π	0.1π
Iteration method	PV $/\lambda$	1.46×10^{-2}	1.46×10^{-2}	1.47×10^{-2}	1.48×10^{-2}
	RMS $/\lambda$	2.05×10^{-3}	2.04×10^{-3}	2.14×10^{-3}	2.05×10^{-3}
Four-step phase shift algorithm	PV $/\lambda$	1.50×10^{-2}	2.44×10^{-2}	5.21×10^{-2}	7.23×10^{-2}
	RMS $/\lambda$	2.07×10^{-3}	2.83×10^{-3}	5.47×10^{-3}	7.67×10^{-3}

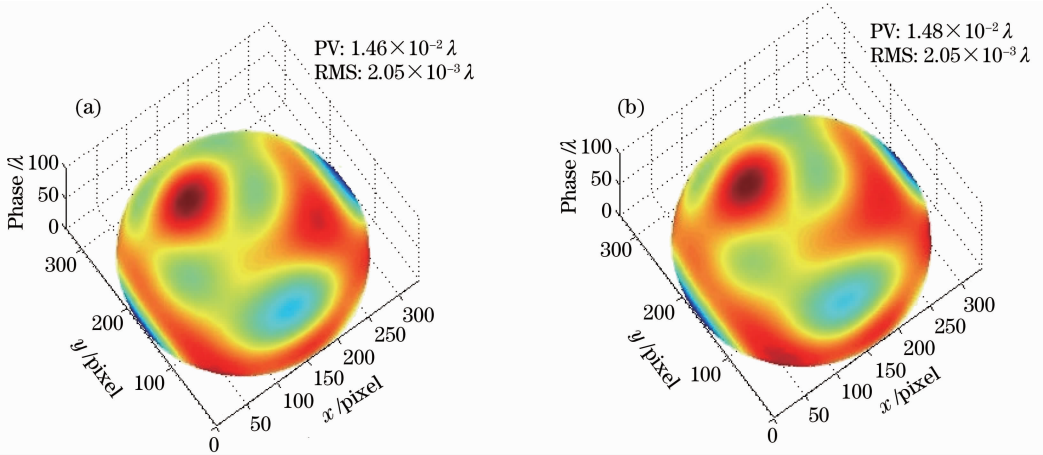


图 3 迭代法解出的面形。(a)相移误差为 0.01π ; (b)相移误差为 0.1π

Fig. 3 Surface images obtained by iteration method. (a) Phase-shift error is 0.01π ; (b) phase-shift error is 0.1π

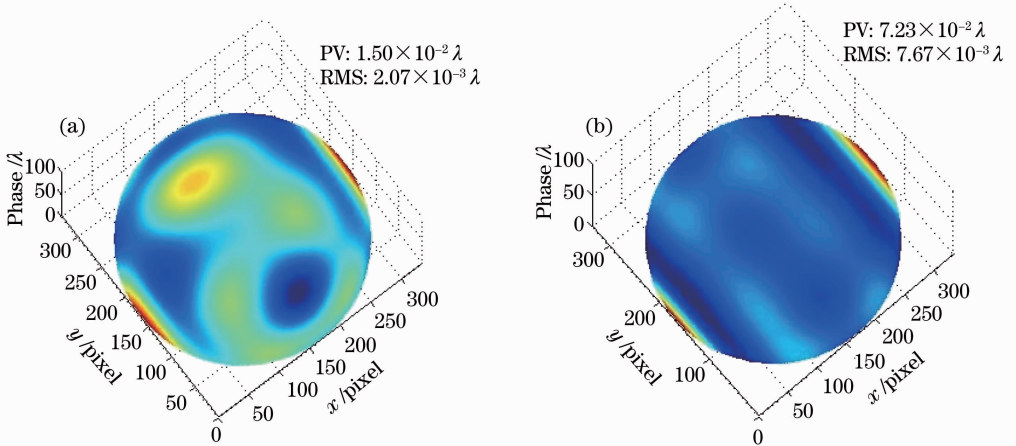


图 4 四步相移法解出的面形。(a)相移误差为 0.01π ; (b)相移误差为 0.1π

Fig. 4 Surface images obtained by four-step phase shift algorithm. (a) Phase-shift error is 0.01π ;

(b) phase-shift error is 0.1π

由图 1 可知,采用迭代算法求解包裹相位,再对包裹相位进行解包裹、Zernike 拟合后所得的求得面形的 PV 值为 $1.03 \times 10^{-2} \lambda$, RMS 值为 $1.85 \times 10^{-3} \lambda$, 其与被测面面形的理论 PV 值的差值为 $4.4 \times 10^{-3} \lambda$, 而杨牧文中随机移相算法的仿真误差的 PV 值为 0.2λ ^[11]。这表明本文算法具有较高的测量精度,因

的面形如图 3 所示。

图 4 为不同相移误差下,采用四步相移法求解得出的被测面的面形。

此该算法也可以在系统未进行相位标定的前提下,获得较高的测量精度。

由图 2 可知,当相移量为 $\pi/2$ 时,由迭代算法求解所得面形的 PV 值为 $1.46 \times 10^{-2} \lambda$, RMS 值为 $1.99 \times 10^{-3} \lambda$; 而由四步相移算法求解得到的面形的 PV 值为 $1.02 \times 10^{-2} \lambda$ 和 RMS 值为 $1.75 \times 10^{-3} \lambda$ 。

显然,即使当相位精确标定时,前者的测试精度也明显高于后者。

在实际测量中,相移量的精确标定是难以实现的,不可避免地会产生相移误差,从而影响测量精度。由表 3、图 3 和图 4 可知,当测量过程中存在相移误差时,四步相移法受相移误差的影响较大,而迭代法基本不受相移误差的影响,因此迭代法的测量精度优于四步相移法。

4 结 论

在变频相移干涉测量中,采用该方法求解被测相位,无需对测试系统进行相位标定,且测量对相移误差并不敏感。仿真结果表明,在测试系统未标定时,该方法可获得较高的测量精度;同时在系统未进行精确的相位标定(即存在相移误差)的情况下,所得面形的 PV 值和 RMS 值均优于四步相移算法求得的结果。且迭代法和四步相移法一样,均能抑制随机噪声对测量结果的影响。由于迭代算法自身的不稳定性,其测量精度受迭代初始值(不包含第一幅相移干涉图)的影响较大。测量中,迭代初始值是根据相移器(即变频激光器)出厂时的标定值确定的,这样就满足了迭代初始值应尽量接近实际相移量的要求。结果表明,该算法可以用于实际测量中。

参 考 文 献

- 1 de Groot P. Measurement of transparent plates with wavelength-tuned phase-shifting interferometry [J]. *Appl Opt*, 2000, 39(16): 2658–2663.
- 2 J Burke, K Hibino, R Hanayama, *et al.*. Simultaneous measurement of several near-parallel surfaces with wavelength-shifting interferometry and a tunable phase-shifting method [J]. *Opt & Lasers in Eng*, 2007, 45(2): 326–341.
- 3 K Hibino, R Hanayama, J Burke, *et al.*. Tunable phase-extraction formulae for simultaneous shape measurement of multiple surfaces with wavelength-shifting interferometry [J]. *Opt Express*, 2004, 12(23): 5579–5594.
- 4 K Hibino, J Burke, B F Oreb. Measurement of surface figure and optical thickness variation of a thin parallel plate in wavelength-

- scanned interferometry with minimized laser tuning range [C]. *SPIE*, 2004, 5180: 421–428.
- 5 Jan Burke, Kenichi Hibino, Ryohei Hanayama, *et al.*. Interferometric measurement of optical thickness variation of a multiple-surface object by a wavelength tuning interferometer [C]. *SPIE*, 2004, 6024: 602400.
- 6 Li Wenzhe. Phase Calibration Method of Wavelength-Shifting Interferometry [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009.
李文喆. 波长相移干涉的标定方法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2009.
- 7 Yuan Qun, Gao Zhishan, Li Jianxin, *et al.*. The multiple beam interference phase extraction algorithm based on the average $\pi/4$ phase shift [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(11): 1112004.
袁 群, 高志山, 李建欣, 等. 基于 $\pi/4$ 相移平均的多光束干涉相位提取算法[J]. *光学学报*, 2011, 31(11): 1112004.
- 8 Xu Jiancheng, Shi Qikai, Chai Liqun, *et al.*. Multiple surface interference fringe analysis based on iterative least squares [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(7): 1307–1312.
徐建程, 石琦凯, 柴立群, 等. 基于最小二乘迭代的表面干涉条纹分析[J]. *光学学报*, 2008, 28(7): 1307–1312.
- 9 Hui Mei, Niu Hanben, Li Qingxiang, *et al.*. The phase extraction algorithm by using the characteristic polynomial [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(7): 874–878.
惠 梅, 牛慈笨, 李庆祥, 等. 用特征多项式构造相移干涉相位提取算式[J]. *光学学报*, 2003, 23(7): 874–878.
- 10 Zhang Min, Tang Feng, Wang Xiangchao, *et al.*. Phase retrieval errors analysis of interferogram using two dimensional fast Fourier transform method [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(3): 0308002.
张 敏, 唐 锋, 王向朝, 等. 二维快速傅里叶变换干涉图相位提取误差分析[J]. *中国激光*, 2013, 40(3): 0308002.
- 11 Yang Mu. The Research on the Wavelength-Tuned Phase-Shifting Interferometry with Long Cavity [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2012.
杨 牧. 大腔长波长调谐干涉测试技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2012.
- 12 Guo Renhui, Li Jianxin, Zhu Rihong, *et al.*. Research on the randomly phase shifting algorithm with wavelength tuning [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(5): 0508002.
郭仁慧, 李建欣, 朱日宏, 等. 波长调谐随机相移算法的研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(5): 0508002.
- 13 Guo Renhui, Li Jianxin, Zhu Rihong, *et al.*. An adaptive phase selecting method of wavelength tuning at long interference cavity length [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(1): 0112004.
郭仁慧, 李建欣, 朱日宏, 等. 长干涉波长移相计算的自适应相位筛选法[J]. *光学学报*, 2013, 33(1): 0112004.
- 14 I B Kong, S W Kim. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting [J]. *Opt Eng*, 1995, 34(1): 183–188.

栏目编辑: 何卓铭