

利用四元数方法研究各态遍历偏振态发生器

刘岚岚 吴重庆 李政勇

(北京交通大学理学院光信息科学与技术研究所, 发光与光信息技术教育部重点实验室, 北京 100044)

摘要 各态遍历偏振态发生器(PSG)是偏振测量不可或缺的基本设备,偏振态和偏振器件的描述对于编写偏振态发生器的控制算法是至关重要的。采用四元数来描述和分析各态遍历偏振态发生器中偏振态与偏振控制器,导出了三级偏振控制器的四元数公式,得到了描述其旋转轴与旋转角度的公式。实验测量了单级偏振控制器的四元数,得到了普通单模光纤受挤压时对应的应力四元数公式以及改变电压时的四元数公式,利用该公式编制的算法,实现了各态遍历的偏振态发生器。

关键词 光纤光学;偏振态发生器;各态遍历;四元数;偏振旋转

中图分类号 O436; TN253 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0306002

Investigation of Polarization State Generation with Ergodicity of Polarization States Based on the Quaternion Approach

Liu Lanlan Wu Chongqing Li Zhengyong

(Key Laboratory of Luminescence and Optical Information Technology, Ministry of Education, Institute of Optical Information, School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract The polarization state generator (PSG) with ergodicity of polarization states (EPS) is an important instrument for measurement of polarization state, and the descriptions of polarization state and polarization devices are the base for control algorithm. A new description of PSG using the quaternion method is proposed and analyzed. A quaternion of three polarization controller is derived, and the equations of rotation axis and rotation angle are obtained. In the experiment, the quaternions of single-stage polarization controller are measured, and the corresponding equations of stress quaternions are obtained when the single-mode fiber is squeezed and the voltage of piezoelectric transducer (PZT) is changed. Finally, using these quaternions, the polarization state generator can be achieved.

Key words fiber optics; polarization state generator; ergodicity of polarization states; quaternion; polarization rotation

OCIS codes 0060.2310; 0060.2340; 0120.2130; 0060.2380

1 引 言

光偏振态的检测与控制装置,是光纤通信与光纤传感系统必备的检测工具,是偏振复用^[1-3]、偏振编码通信^[4-6]最基本的测试手段,也是光纤传感^[7-10]、生物^[11-12]、化学^[13]等领域中利用光纤检测旋光现象进行生化分析的最基本工具,有广泛的应用前景。一个偏振光学器件(部件、系统)的测量系统,正如电子器件(部件、系统)的测量一样,通常需

要一个产生偏振态的信号源(偏振态发生器)、中间控件(偏振控制器)以及检测装置(偏振分析仪),因此偏振态发生器是偏振测量不可或缺的基本设备。

偏振态发生器(PSG)通常由一个激光器配备多个电动偏振控制器组成,激光器发出功率和偏振态均稳定的连续光。偏振控制器根据需要,改变输出光的偏振态,产生任意的固定或者连续变化的偏振态。

收稿日期: 2013-09-13; **收到修改稿日期**: 2013-11-11

基金项目: 国家自然科学基金(61275075, 11274037)

作者简介: 刘岚岚(1970—),女,博士研究生,副教授,主要从事光纤通信方面的研究。E-mail: llliu@bjtu.edu.cn

导师简介: 吴重庆(1944—),男,教授,主要从事光纤通信、光纤传感、全光网络、全光信息处理、量子光通信等方面的研究。E-mail: cqwu@bjtu.edu.cn(通信联系人,中国光学学会会员号: s0404200675)

偏振态发生器的基本要求是:不仅输出的偏振态是稳定的,而且输出的光功率也是稳定的,也就是要求“两稳”,而不是“一稳”。当光源偏振态发生漂移时,经过起偏器之后的偏振态虽然稳定了,但是输出功率却变化了。因此,采用起偏器产生不同偏振态的方法是不可取的。偏振态发生器的另一个基本要求是必须具有各态遍历性,也就是可以输出由用户设定的连续或者离散变化的偏振态,可完成偏振态在庞加莱球的赤道上、纬线上以及经线上旋转。

为了保持输出偏振态的稳定,可采用反馈控制方案。将电动的偏振控制器与驱动电路、偏振态检测装置以及计算机控制系统组成一个闭环的反馈系统。由偏振态检测单元测量出当前的偏振态,然后送入计算控制系统与设定的偏振态进行比对,可以得出矫正量,并输出相关信息去控制偏振控制器与激光器的驱动电路,以此达到稳定的效果。

本文提出用四元数来描述偏振态与偏振控制器,引出合理而简洁的算法,实验上实现了各态遍历的偏振态发生器(EPGS)。

2 偏振控制的四元数表述

斯托克斯参数成功地描述了光的偏振态,这组参数不仅是实数,而且是完全可测量的量,广泛应用于偏振光学之中。偏振光学中的另一种描述方法是庞加莱球方法,将偏振态看成庞加莱球上的一个点,形象地描述了偏振态的演化过程。但是,细心的观察这两个描述形式,它们之间仍然存在微小的差别。在四维斯托克斯参数中,4个参数的地位是相同的,而在庞加莱球法中, s_0 是作为归一化的分母出现的,而 (s_1, s_2, s_3) 显示的是一个矢量,可简写为

$$\mathbf{S} = (s_1, s_2, s_3)^T, \quad (1)$$

这表明,斯托克斯参数天然地表现为一个数量 s_0 与一个三维矢量 \mathbf{S} 的组合,用四元数来描述偏振光是非常恰当的,即 $\mathcal{Q} = s_0 + \mathbf{S}$ 。对于完全偏振光, $s_0 = |\mathbf{S}|$;而对于部分偏振光, $s_0 > |\mathbf{S}|$;对于自然光, $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$,表明 s_0 与 \mathbf{S} 可能是两个独立的量,利用四元数才能更完整地描述偏振态。

为区分三维矢量,用花体来表示四元数。四元数是1843年由著名的数学家汉密尔顿提出的^[14],目的是解决矢量乘法运算不封闭的问题。众所周知,两个矢量相乘,会得到一个数量(标量积)和一个矢量(矢量积),而且矢量也不能进行除法运算。这说明矢量代数是不完备的。同样,矢量也不能进行幂运算,因此也不能构造超越函数,比如指数函数

等。汉密尔顿天才地提出了四元数的概念,成功地解决了这个问题。

四元数(花体)定义为一个数量(斜体)与一个矢量(黑体斜体)之和

$$\mathcal{A} = a_0 + \mathbf{A}. \quad (2)$$

两个四元数相乘(乘号用小圈表示)满足如下规则:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \circ \mathcal{B} &= (a_0 + \mathbf{A}) \circ (b_0 + \mathbf{B}) = (a_0 b_0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) + \\ & (a_0 \mathbf{B} + b_0 \mathbf{A} + \mathbf{A} \times \mathbf{B}). \end{aligned} \quad (3)$$

不难验证,如此定义的四元数,满足加法的交换律、结合律,也满足乘法的结合律与对加法的分配率,但由于叉乘运算不满足交换律,所以四元数的乘法一般也不满足交换律。

定义四元数的共轭值为 $\overline{\mathcal{A}} = a_0 - \mathbf{A}$,注意它不是 $\mathcal{A}^* = a_0^* + \mathbf{A}^*$,不难演算

$$\mathcal{A} \circ \overline{\mathcal{A}} = (a_0 + \mathbf{A}) \circ (a_0 - \mathbf{A}) = a_0^2 + |\mathbf{A}|^2, \quad (4)$$

它被定义为四元数的模的平方。这样,还引申出四元数的逆

$$\mathcal{A}^{-1} = \overline{\mathcal{A}} / |\mathcal{A}|^2 = (a_0 - \mathbf{A}) / (a_0^2 + |\mathbf{A}|^2). \quad (5)$$

由此,可以定义出四元数的任意整数次幂 $\mathcal{A}^n, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$,于是可以用来构造四元数的超越函数,其中最重要的是指数函数

$$\mathcal{A} = \exp(\mathbf{n}\theta) = \cos \theta + \mathbf{n} \sin \theta. \quad (6)$$

将(6)式与隶美佛公式 $z = \exp(i\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$ 相比,可认为四元数的矢量空间是将复数的虚数部分拓展到三维空间的一种数。

关于四元数在偏振光学中的应用,早在2004年,Karlsson等^[15]就曾经使用过四元数分析光纤的偏振模色散和偏振相关增益。此后,丁光涛^[14]也曾提出四元数可用于分析偏振态。

利用四元数来描述偏振态的另一个优点在于,偏光器件的性能也可以同时用四元数描述。这样,一个偏光系统的性能,就可以通过一系列偏光器件对应的四元数对偏振光所对应的四元数的简单代数运算得到。

文献[16-17]已经证明,一个偏光器件的性能,可用一个对偶四元数描述。假定这个偏光器件的旋转轴为单位矢量 \mathbf{n} ,绕该轴旋转的角度为 θ ,那么描述这个偏光器件的四元数为

$$\mathcal{T} = \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{n} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (7)$$

经过偏光器件后输出的三维矢量 \mathbf{S}_{out} 与输入三维矢量 \mathbf{S}_{in} 之间存在简单的四元数乘法关系:

$$\mathbf{S}_{\text{out}} = \mathcal{T} \circ \mathbf{S}_{\text{in}} \circ \mathcal{T}^{-1}. \quad (8)$$

由于 $|\mathcal{T}| = 1$,所以 $\mathcal{T}^{-1} = \overline{\mathcal{T}} = \cos \frac{\theta}{2} - \mathbf{n} \sin \frac{\theta}{2}$,于是

$$\mathbf{S}_{\text{out}} = \mathcal{T} \mathbf{S}_{\text{in}} \bar{\mathcal{T}}. \quad (9)$$

为了实现各态遍历性,必须改变 \mathcal{T} 。这里有两种方法:一种是同时改变四元数 \mathcal{T} 的单位矢量 \mathbf{n} 和绕该轴旋转的角度 θ ;另一种是采用多级偏光器件,每一级的旋转轴矢量 \mathbf{n}_i 固定不变,而 θ_i 根据需要改变。本文采用了后一种方法,采用了三级偏光器件:

$$\mathcal{T}_i = \cos \frac{\theta_i}{2} + \mathbf{n}_i \sin \frac{\theta_i}{2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

三级偏光器件的整体四元数 $\mathcal{T}_{\text{total}}$ 为

$$\mathcal{T}_{\text{total}} = \mathcal{T}_3 \mathcal{T}_2 \mathcal{T}_1. \quad (11)$$

计算三个四元数的连乘是比较复杂的,以两个四元数的乘积为例,它为

$$\mathcal{T}_2 \mathcal{T}_1 = \left(\cos \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_1 \sin \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) + \left(\mathbf{n}_2 \sin \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} + \mathbf{n}_1 \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} + \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1 \sin \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right). \quad (12)$$

为了化简,令 $\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_1 = 0$, 并不妨设 $\mathbf{n}_3 = \mathbf{i}, \mathbf{n}_2 = \mathbf{j}, \mathbf{n}_1 = \mathbf{k}$, 于是, $\mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1 = \mathbf{i}$ 。这样

$$\mathcal{T}_2 \mathcal{T}_1 = \cos \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} + \left(\mathbf{j} \sin \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} + \mathbf{k} \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} + \mathbf{i} \sin \frac{\theta_1}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \right). \quad (13)$$

同理可得

$$\mathcal{T}_{\text{total}} = \cos \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} - \sin \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} + \mathbf{i} \left(\cos \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} + \sin \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) + \mathbf{j} \left(\cos \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} - \sin \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) + \mathbf{k} \left(\sin \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} + \cos \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right). \quad (14)$$

显然 $|\mathcal{T}_{\text{total}}| = 1$, 于是

$$\bar{\mathcal{T}}_{\text{total}} = \cos \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} - \sin \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} - \mathbf{i} \left(\cos \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} + \sin \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) - \mathbf{j} \left(\cos \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} - \sin \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) - \mathbf{k} \left(\sin \frac{\theta_3}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} + \cos \frac{\theta_3}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right). \quad (15)$$

于是,三级偏振系统输出偏振态的四元数,与输入偏振态的四元数的关系,可以简写为

$$\mathbf{S}_{\text{out}} = \mathcal{T}_{\text{total}} \mathbf{S}_{\text{in}} \bar{\mathcal{T}}_{\text{total}}. \quad (16)$$

对于偏振态发生器,当前输入的三维矢量 \mathbf{S}_{in} 是已知的,而由用户设定的输出三维矢量 \mathbf{S}_{out} 也是已知的,因此问题就转化为寻找一个合适的 $\mathcal{T}_{\text{total}}$, 使它满足代数方程

$$\mathbf{S}_{\text{out}} \mathcal{T}_{\text{total}} = \mathcal{T}_{\text{total}} \mathbf{S}_{\text{in}}. \quad (17)$$

根据这个要求,设计合适的算法,可以快速地获得用户所需要的偏振态输出。

3 实验

实验的偏振态发生系统如图 1 所示,实验的目的是要测定实际偏光器件的四元数,并将这个四元数用于计算偏振控制器的驱动电压,最终实现各态遍历性。

图 1 中,激光器采用 1550 nm 的光源,输出偏振态在短时间内是稳定的,但有一定的漂移。作为关键器件,图中的偏振控制器采用了挤压光纤式偏振控制器,参见图 2。其原理是:按一定角度布置的 3 个电控压电陶瓷(PZT)对光纤进行挤压,在其内部

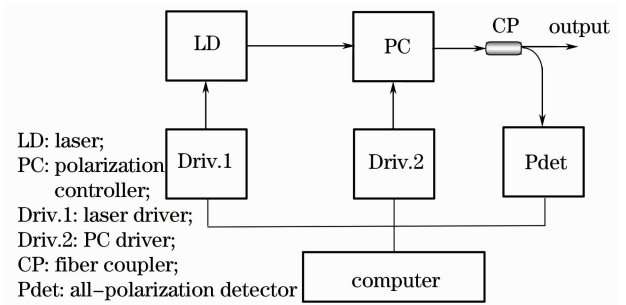


图 1 具有反馈控制的各态遍历的偏振态发生器
Fig. 1 Ergodicity-polarization-states generator with feedback control

产生应力从而形成双折射,导致偏振态旋转。其旋转轴由 PZT 的空间方位角所决定,并可在调节架上进行微调,以确保旋转轴 \mathbf{n}_i 正交。

偏振控制器旋转的角度由与压力严格成正比的双折射大小所决定。为了精确控制旋转角度,采用了 Li 等^[18]提出的测量 Mueller 矩阵法(MM),参见图 3。在测量时使用了带有 FGV-200HX 型测力计的标准挤压装置(挤压长度为 5 mm,精度可达 0.1 N),在 1~39 N 范围内的双折射引起的相移 $\Delta\beta$ 与 PZT 压力之间的关系,测定的结果表明双折射引起的相移 $\Delta\beta$ 与压力 P 呈严格的线性关系,即

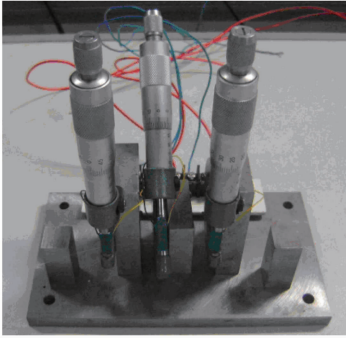


图 2 挤压光纤式偏振控制器

Fig. 2 Polarization controller based on squeezed fiber

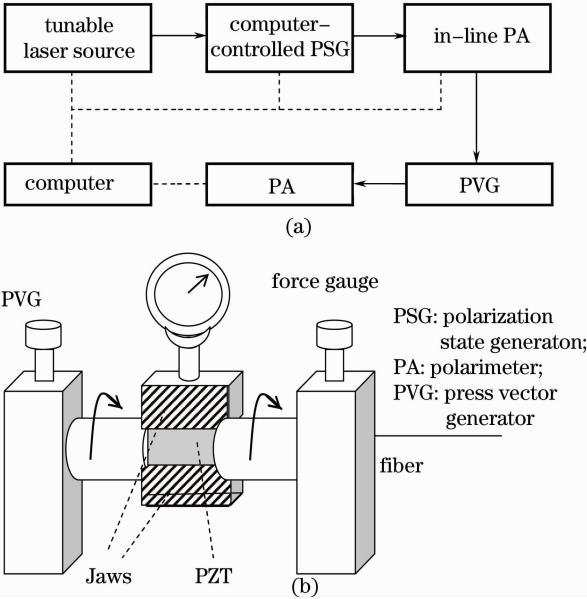


图 3 光纤双折射测量的 MM 法。(a)系统框图；

(b)挤压测力装置

Fig. 3 MM method for measurement of fiber birefringence.

(a) System diagram; (b) measuremental equipment of squeezed fiber

$$\Delta\beta = 0.2826P + 0.0130. \quad (18)$$

由(18)式可知,在实际的光纤中,当侧压力为零时双折射却不为零,说明光纤本身具有一定的残余应力双折射引起的相移,其值大约为 0.013 rad(或 0.745°)。

这样,每一级偏振控制器所对应的四元数为

$$\mathcal{T}_i = \cos \frac{0.2826P + 0.0130}{2} + \mathbf{n}_i \sin \frac{0.2826P + 0.0130}{2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (19)$$

当驱动电压在 0~70 V 范围时,产生的挤压压力为 0.2819 N/V,在 0~140 V 时其值为 0.2894 N/V,每伏偏差小于 0.008 N/V。取其平均,并将这个结果代入(19)式,可得到

$$\mathcal{T}_i = \cos \frac{0.04814V_i + 0.0130}{2} + \mathbf{n}_i \sin \frac{0.04814V_i + 0.0130}{2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (20)$$

(20)式就是实际系统中挤压光纤式偏振控制器的四元数,其中 V_i 是施加在 PZT 上的电压。由(20)式可知,要获得 0~2π 的旋转角度,电压应在 0~200 V 之间变化。残余应力对偏振控制器四元数的影响,利用公式 $\cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{n} \sin \frac{\theta}{2} = \exp(\mathbf{n}\theta)$, 可将(20)式改写为指数形式,即

$$\mathcal{T}_i = \exp\left(\mathbf{n}_i \frac{0.04814V_i + 0.0130}{2}\right), \quad i = 1, 2, 3. \quad (21)$$

于是,

$$\mathcal{T}_i = \exp(\mathbf{n}_i 0.02407V_i) \exp(\mathbf{n}_i 0.0065) = \mathcal{T}_i(V) \mathcal{T}_{i0}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (22)$$

式中 $\mathcal{T}_i(V)$ 表示与施加在 PZT 上的电压相关项, \mathcal{T}_{i0} 表示与残余应力相关项。由于二个四元数的矢量部分相同,所以该乘法可以交换次序,且适用于指数函数对于乘法的分配率。

在考虑残余应力时,(11)式变为

$$\mathcal{T}_{\text{total}} = \mathcal{T}_3(V_3) \mathcal{T}_{30} \mathcal{T}_2(V_2) \mathcal{T}_{20} \mathcal{T}_1(V_1) \mathcal{T}_{10}. \quad (23)$$

根据(14)~(17)式和(20)式,编制一定的控制算法,产生不同的驱动电压,即可得到偏振态在庞加莱球上的运动轨迹。

该系统的测量结果如图 4 所示,仅使用了两个偏振控制器,图中显示的是分别调节两个偏振控制器得到的偏振态输出轨迹。可见,这两个轨迹分别近似沿着经线与纬线旋转,这表明两个偏振控制器的偏振轴几乎完全正交。因此,对于任意的输入偏振态,通过两次旋转可以到达庞加莱球的任意一点,从而实现偏振态的各态遍历。理论上,只需两个偏振控制器就可以实现各态遍历。但在实际上,由于存在自然双折射,尽管两个偏振控制器的空间方向是正交的,但由于有残留双折射的存在,调节两个偏振控制器所获得的轨迹并不是正交的,略有一点偏离。为了更准确地获得所需的偏振态,需要用第 3 个偏振控制器进行微调。

当考虑两个偏振控制器的时候,总的四元数为

$$\mathcal{T}_{\text{total}}^{(2)} = \mathcal{T}_2(V_2) \mathcal{T}_{20} \mathcal{T}_{10} \mathcal{T}_1(V_1), \quad (24)$$

式中

$$\mathcal{T}_{20} \mathcal{T}_{10} = \cos^2 0.0065 + \frac{1}{2} [\mathbf{j} \sin 0.013 + \mathbf{k} \sin 0.013 + \mathbf{i} (1 - \cos 0.013)], \quad (25)$$

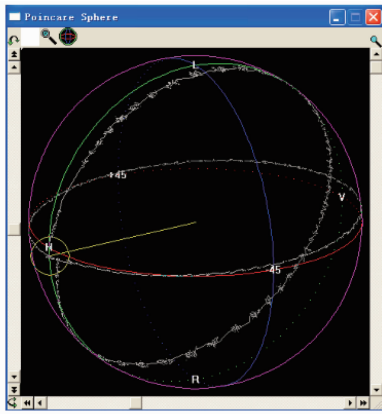


图4 调节两个偏振控制器而产生偏振态运动的轨迹

Fig. 4 Trajectory of polarization states generated by adjusting two polarization controllers

或者 $\mathcal{T}_{20} \mathcal{T}_{10} = 0.99996 + (j0.0065 + k0.0065 + i0.00008)$ 。由于它的存在,使得原先正交的两个轨迹稍稍偏离了正交性。

4 结 论

针对各态遍历的偏振态发生器,利用四元数理论分析了三级级联的挤压光纤式偏振控制器,并导出了三级偏振控制器的四元数公式。与以前用三个 Mueller 矩阵的连乘相比,四元数方法显得更简洁,概念更清晰,旋转轴与旋转角度都清楚地反映在四元数中。另外,还实测了单级偏振控制器的四元数,得到了普通单模光纤受挤压时应力相应的四元数公式,以及改变电压时的四元数公式;利用该公式编制的算法,实现了各态遍历的偏振态发生器。

参 考 文 献

- 1 Wang Lutang, Fang Nian, Wang Ying, *et al.*. Dual-channel PolSK optical transmissions using SOA-based all-optical polarization modulations [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(1): 138–144.
王陆唐,方捻,王颖,等.基于SOA全光偏振调制的双信道PolSK光传输系统[J].*光学学报*,2009,29(1):138–144.
- 2 He Wen, Jinxin Liao, Xiaoping Zheng, *et al.*. 160-Gb/s polarization-multiplexing optical NRZ-DQPSK transmission using differential detection [J]. *Chin Opt Lett*, 2011, 9(10): 100607.
- 3 Tiecheng Wang, Shoufeng Lan, Junfeng Jiang, *et al.*. A novel method of polarization state control for polarization division multiplexing system [J]. *Chin Opt Lett*, 2008, 6(11): 812–814.
- 4 Tang Zhilie, Li Ming, Wei Zhengjun, *et al.*. The quantum key distribution system based on polarization states produced by phase modulation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 56(6): 2534–2539.
唐志列,李铭,魏正军,等.相位-偏振编码的量子保密通信系统的研究[J].*物理学报*,2005,56(6):2534–2539.
- 5 Zhang Guangyu, Yang Zhe, Zhang Chenglong, *et al.*. Dynamic polarization-basis compensation for free-space quantum communications [J]. *China Communications*, 2013, 10(2): 27–32.

- 6 Wei Jia, Jing Hongmei, Zhou Jing, *et al.*. One channel hit-miss transform with zero threshold by polarization encoding [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(10): 1479–1482.
韦嘉,景红梅,周静,等.利用偏振编码实现取零阈值的单通道击中与否运算[J].*光学学报*,2006,26(10):1479–1482.
- 7 Li Jianzhong, Rao Yunjiang, Ran Zengling. Distributed fiber-optic intrusion sensor system based on POTDR [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, 38(11): 2789–2794.
李建中,饶云江,冉曾令.POTDR分布式光纤传感及其在安防监测中的应用[J].*光子学报*,2009,38(11):2789–2794.
- 8 Qian Shuo, Dai Zhiyong, Zhang Xiaoxia, *et al.*. Distributed optic fiber sensors based on polarization-optical time domain reflectometry [J]. *Laser & Infrared*, 2012, 42(11): 1205–1209.
钱铄,代志勇,张晓霞,等.基于偏振光时域反射技术的分布式光纤传感器[J].*激光与红外*,2012,42(11):1205–1209.
- 9 Yang Shuangshou, Wu Chongqing, Li Zhengyong, *et al.*. Measurement of bend radius based on PPC-assisted POTDR [J]. *J China Railway Society*, 2012, 34(2): 47–51.
杨双收,吴重庆,李政勇,等.基于压电偏振控制器辅助POTDR的光纤弯曲半径测量研究[J].*铁道学报*,2012,34(2):47–51.
- 10 Zhou Xiaojun, Gong Junjie, Liu Yongzhi, *et al.*. Analysis of white-light interference distributed optic fiber sensor by polarized modes coupling [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(5): 605–608.
周晓军,龚俊杰,刘永智,等.白光干涉偏振模耦合分布式光纤传感器分析[J].*光学学报*,2004,24(5):605–608.
- 11 Gao Hongfang, Ren Yuxuan, Liu Weiwei, *et al.*. Rotation dynamics of yeast cell in vortex optical tweezers [J]. *Chinese J Lasers*, 2011, 38(4): 0404002.
高红芳,任煜轩,刘伟伟,等.酵母细胞在涡旋光阱中的旋转动力学研究[J].*中国激光*,2011,38(4):0404002.
- 12 Dai Yuehua, Tai Shunzhang, Wang Chong. Content determination of sisomicin in sisomicin sulfate and sodium chloride injection by polarimetry [J]. *China Pharmacy*, 2012, 23(41): 3906–3907.
戴月华,邵顺章,王冲.旋光法测定硫酸西索米星氯化钠注射液中西索米星的含量[J].*中国药房*,2012,23(41):3906–3907.
- 13 Yin Yuying. The helix structure and opticity activity [J]. *Chemistry*, 1993, (10): 1–9.
尹玉英.螺旋结构和旋光性[J].*化学通报*,1993,(10):1–9.
- 14 Ding Guangtao. Quaternion method in polarization optics [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(7): 0726001.
丁光涛.偏振光学的四元数方法[J].*光学学报*,2013,33(7):0726001.
- 15 M Karlsson, M Petersson. Quaternion approach to PMD and PDL phenomena in optical fiber systems [J]. *J Lightwave Technol*, 2004, 22(4): 1137–1146.
- 16 Chen Guimin, Song Wenchao, Jia Jianyuan. Quaternion representation of reflection and refraction laws [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(3): 141–144.
陈贵敏,宋文超,贾建援.四元数方法表示的反射和折射定律[J].*光电工程*,2006,33(3):141–144.
- 17 Zhang Ze, Duan Guangren, Sun Yong. Algorithm for relative position and attitude of RVD based on dual-quaternion [J]. *J Shanghai Jiaotong University*, 2011, 45(3): 398–402.
张泽,段广仁,孙勇.基于对偶四元数的交会对接相对位姿测量算法[J].*上海交通大学学报*,2011,45(3):398–402.
- 18 Li Zhengyong, Wu Chongqing, Shang Chao, *et al.*. Mueller-matrix-based differential rotation method for precise measurement of fiber birefringence vector [J]. *Chin Phys Lett*, 2010, 27(10): 104201.