

基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 理论的光谱降维方法研究

何颂华¹ 刘真² 陈桥^{1*}

(¹ 深圳职业技术学院媒体与传播学院, 深圳 广东 518055)
(² 上海理工大学出版印刷与艺术设计学院, 上海 200093)

摘要 针对传统光谱降维方法的缺点, 提出一种基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 理论的线性光谱降维方法。该方法在 Cohen 定义的矩阵 \mathbf{R} 理论上提出修正矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$, 可将物体光谱反射率分解为基本光谱和同色异谱黑光谱, 再分别对两者进行线性降维。基本光谱的三个基向量由颜色匹配函数与光源的乘积再进行正交化得到, 其三个基向量的累积贡献率可达 100%。同色异谱黑光谱的基向量由主成分分析推导, 取前三个特征向量作为同色异谱黑光谱的基向量。实验结果表明, 使用该方法构建的六维线性模型能在光谱和色度两个方面较好地表征原始高维光谱反射率, 满足光谱颜色复制的要求。

关键词 光谱色彩学; 光谱颜色复制; 光谱降维; 低维线性模型; 同色异谱黑

中图分类号 TP391.4; O432.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0233001

Research of Spectral Dimension Reduction Method Based on Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ Theory

He Songhua¹ Liu Zhen² Chen Qiao¹

(¹ Institute of Media and Communication, Shenzhen Polytechnic, Shenzhen, Guangdong 518055, China)
(² Institute of Publishing and Printing and Art Design, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract Aiming at the defect of traditional spectral dimension reduction method, a new method based on the matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ theory is presented. The matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ is the revision of the matrix \mathbf{R} theory defined by Cohen. Object spectral reflectance can be decomposed into the fundamental spectrum and the metamer black spectrum, and then linear dimension reduction is carried respectively. Three basis functions of the fundamental spectrum whose percent variance reach 100% are the orthogonal result of the color-matching functions multiplied with illuminant. The basis functions of the metamer black are derived by principal component analysis. Results of experiment show that the proposed model improves spectral and colorimetric accuracy of reconstructed spectra and satisfies the requirement of spectral color reproduction.

Key words spectral color science; spectral color reproduction; spectral dimension reduction; low dimension linear model; metamer black

OCIS codes 330.1715; 330.1720; 100.4145; 110.3010; 110.4234

1 引 言

近年来, 可避免“同色异谱”的光谱颜色复制技术正成为颜色科学研究的热点^[1]。准确地记录物体

或场景的光谱反射率信息是实现光谱颜色复制的先决条件, 通常是在可见光谱内即 380~780 nm 之间按一定间隔对光谱反射率进行采样, 由于采样间隔

收稿日期: 2013-08-09; **收到修改稿日期**: 2013-09-09

基金项目: 国家自然科学基金(61108087)、深圳市基础研究计划(JC200903180754A)

作者简介: 何颂华(1977—), 男, 博士研究生, 副教授, 主要从事光谱图像处理与光谱颜色复制方面的研究。

E-mail: hdh1818@szpt.edu.cn

导师简介: 刘真(1953—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事印刷光学工程、色彩再现理论与应用方面的研究。

E-mail: lunaprint@163.com

* **通信联系人**。E-mail: qiaochen@szpt.edu.cn

不同,获取的光谱反射率维度也不同。用于颜色复制的光谱反射率最少维度为31维(在400~700 nm之间每隔10 nm进行采样),相比传统的红绿蓝(RGB)图像的3维数据,31维的光谱图像在进行图像色彩再现时,其计算复杂度高、占用存储空间大、运算时间长,这也成为光谱图像颜色复制的一大瓶颈问题。因此,对光谱图像降维是光谱图像色彩复制的一项关键技术。

光谱反射率降维最早用于遥感光谱数据方面,该方法并不能直接用于面向颜色复制的光谱图像降维,两者之间的主要区别在于面向颜色复制的光谱反射率降维注重的是图像的色彩内容和场景的渲染质量,而遥感则是侧重于获得来自物体数据的非图像信息,如地下资源成分、天气状况等。

在对高维光谱进行面向颜色复制的降维处理时,主要用到一些多元统计方法,如主成分分析(PCA)^[2-4]和独立成分分析(ICA)^[5-6],以及在PCA基础上的改进算法^[7-11]。这些方法大多通过数学统计方法建立,并通过均方根误差来评判光谱重构精度。均方根误差反映的是重构光谱对于原始光谱的一个数学逼近,而图像颜色是光源、标准观察者、景物的光谱反射特性三者共同作用的结果,光源和标准观察者对整个光谱带上不同波长的光谱的作用是不同的,所以最后结果就会出现某些重构的光谱精度很高,但色度精度不高的情况。单纯地采用传统的PCA、ICA等降维法通常并不能获得好的颜

色匹配结果。本文将以同色异谱黑和矩阵 \mathbf{R} 理论为基础,分析如何将物体光谱反射率分解为基本光谱和同色异谱黑,由基本光谱决定光谱的色度信息,保证颜色复制的色差最小,由同色异谱黑决定光谱精度,并分别寻找基本光谱和同色异谱黑的基向量,建立相关的低维线性模型。同时还研究了在所建模型中不同维数的基向量组合在色度匹配和光谱匹配两方面的误差。

2 同色异谱黑与矩阵 \mathbf{R} 理论

2.1 同色异谱黑理论

1953年,Wyszecki^[12]提出同色异谱黑理论,对一确定的光源 $E(\lambda)$ 和标准观察者 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$,同色异谱黑光谱反射率 $s_b(\lambda)$ 的三刺激值计算为零,即满足

$$\begin{cases} \int_{\lambda} E(\lambda) s_b(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda = 0 \\ \int_{\lambda} E(\lambda) s_b(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda = 0 \\ \int_{\lambda} E(\lambda) s_b(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

由于同色异谱黑的三刺激值为零,而光源和标准观察者光谱为正值,因此所有的同色异谱黑具有一个重要的特征,即其光谱值在某些波长为负,在某些波长为正,这样的同色异谱黑在物理上是不存在的,如图1所示。

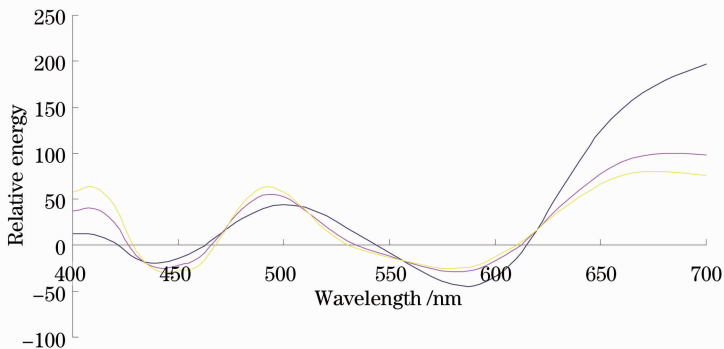


图1 一组同色异谱黑的例子

Fig. 1 An example of a set of metameric blacks

利用同色异谱黑这种特性可构建一组同色异谱的光谱组,具体做法是将一同色异谱黑 $s_b(\lambda)$ 加权后再添加到使三刺激值不为零的光谱反射率 $s_0(\lambda)$ 上,即

$$s(\lambda) = s_0(\lambda) + l s_b(\lambda), \quad (2)$$

式中权值 l 是一尺度因子。在确定光源 $E(\lambda)$ 下,

$s_0(\lambda)$ 和 $s(\lambda)$ 的三刺激值计算相等,所以互为同色异谱色,并且随着尺度因子 l 的取值而不同,从而可以构建一组与 $s_0(\lambda)$ 同色异谱的光谱。

2.2 实现颜色刺激分解的矩阵 \mathbf{R} 理论

根据同色异谱黑的光谱特性,Wyszecki^[12-13]进一步提出任何一个颜色刺激的光谱能量分布,均由

一个基本颜色刺激和一个同色异谱黑刺激构成。由于同色异谱黑刺激计算得到的三刺激值为零,因此颜色的三刺激值完全由基本颜色刺激决定。Cohen等^[14-15]在 Wyszecki 假设的基础上提出一个正交投影的数学方法,称之为矩阵 \mathbf{R} 理论,使用 \mathbf{R} 矩阵能将任何一个颜色刺激针对某一光源分解成基本颜色刺激和同色异谱黑刺激,其具体过程如下。

将颜色匹配函数矩阵(CMF)定义成一个 $n \times 3$ 的矩阵:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{y}_1 & \bar{z}_1 \\ \bar{x}_2 & \bar{y}_2 & \bar{z}_2 \\ \bar{x}_3 & \bar{y}_3 & \bar{z}_3 \\ \dots & \dots & \dots \\ \bar{x}_n & \bar{y}_n & \bar{z}_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 n 是光谱维数, \mathbf{M}_a 被定义成 CMF 矩阵右乘到它的转置上,是一个 3×3 的对称矩阵,为

$$\mathbf{M}_a = \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_3 & \dots & \bar{x}_n \\ \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \bar{y}_3 & \dots & \bar{y}_n \\ \bar{z}_1 & \bar{z}_2 & \bar{z}_3 & \dots & \bar{z}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{y}_1 & \bar{z}_1 \\ \bar{x}_2 & \bar{y}_2 & \bar{z}_2 \\ \bar{x}_3 & \bar{y}_3 & \bar{z}_3 \\ \dots & \dots & \dots \\ \bar{x}_n & \bar{y}_n & \bar{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \bar{x}_i^2 & \sum \bar{x}_i \bar{y}_i & \sum \bar{x}_i \bar{z}_i \\ \sum \bar{x}_i \bar{y}_i & \sum \bar{y}_i^2 & \sum \bar{y}_i \bar{z}_i \\ \sum \bar{x}_i \bar{z}_i & \sum \bar{y}_i \bar{z}_i & \sum \bar{z}_i^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

则 \mathbf{M}_a 的逆阵 \mathbf{M}_e 为

$$\mathbf{M}_e = \mathbf{M}_a^{-1}, \quad (5)$$

在(5)式两边右乘矩阵 \mathbf{A} ,并令其等于矩阵 \mathbf{M}_f :

$$\mathbf{M}_f = \mathbf{A} \mathbf{M}_e = \mathbf{A} \mathbf{M}_a^{-1} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}. \quad (6)$$

对一组某光源下互为同色异谱色的颜色刺激函数 $\eta_1(\lambda)$ 、 $\eta_2(\lambda)$ 、 \dots 、 $\eta_m(\lambda)$,将其表示成矢量形式为 $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \dots, \boldsymbol{\eta}_m$,每个 $\boldsymbol{\eta}_i$ 是 n 维矢量。它们满足同色异谱匹配,有关系式

$$\mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_2 = \dots = \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_m = \boldsymbol{\Gamma}, \quad (7)$$

矢量 $\boldsymbol{\Gamma}$ 表示三刺激值 $(X \ Y \ Z)^T$,是一个 3×1 的矢量。颜色刺激函数是标准光源相对能量分布与样品的光谱反射率的乘积,即

$$\boldsymbol{\eta}_i(\lambda) = \mathbf{E}(\lambda) s_i(\lambda). \quad (8)$$

(7)式两边同乘 \mathbf{M}_f ,有

$$\mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_2 = \dots = \mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_m = \mathbf{M}_f \boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\Gamma}. \quad (9)$$

令

$$\mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_1 = \mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_2 = \dots = \mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_m = \mathbf{M}_f \boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (10)$$

由于 $\mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_m$ 即 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\boldsymbol{\eta}_m$ 具有相同的三刺激值,即

$$\mathbf{A}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{A}^T \mathbf{M}_f \mathbf{A}^T \boldsymbol{\eta}_m = \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma}, \quad (11)$$

因此称 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为这一组同色异谱颜色刺激 $\eta_1(\lambda)$ 、 $\eta_2(\lambda)$ 、 \dots 、 $\eta_m(\lambda)$ 的基本颜色刺激。

Cohen 将矩阵 $\mathbf{M}_f \mathbf{A}^T$ 定义为矩阵 \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \mathbf{M}_f \mathbf{A}^T = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T. \quad (12)$$

这样就通过矩阵 \mathbf{R} 将颜色刺激的光谱分成两个部分,即基本颜色刺激光谱 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和同色异谱黑刺激

$\boldsymbol{\kappa}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R} \boldsymbol{\eta}_i, \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\eta}_i - \mathbf{R} \boldsymbol{\eta}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{R}) \boldsymbol{\eta}_i, \quad (14)$$

式中 \mathbf{I} 是单位矩阵。

从(13)式可以看出,矩阵 \mathbf{R} 为正交投影算子,将 $\boldsymbol{\eta}_i$ 投影到三维的颜色刺激空间。

从(14)式可以看出同色异谱黑刺激 $\boldsymbol{\kappa}$ 实际是颜色刺激与基本颜色刺激的残差。

同色异谱黑刺激的三刺激值为零,有关系式:

$$\mathbf{A}^T \boldsymbol{\kappa} = [0 \ 0 \ 0]^T. \quad (15)$$

$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{R} \boldsymbol{\eta}_i$ 表明任何一组某光源下的同色异谱颜色刺激函数都有一个共同的基本颜色刺激函数 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 。 $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\varepsilon}$ 表明任何一组同色异谱颜色刺激函数都具有不同的同色异谱黑刺激 $\boldsymbol{\kappa}$ 。反过来,如果知道基本颜色刺激 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和同色异谱黑刺激 $\boldsymbol{\kappa}$ 则可重构颜色刺激函数

$$\boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\kappa}. \quad (16)$$

3 基于修正矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 的光谱降维方法

3.1 基于修正矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 的物体光谱反射率分解

Cohen 定义的矩阵 \mathbf{R} 是对颜色刺激函数 $\boldsymbol{\eta}(\boldsymbol{\eta} = \mathbf{E}s)$ 的分解,而不是物体表面光谱反射率 s 的分解。本文在 Cohen 定义的矩阵 \mathbf{R} 基础上提出修正矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$,以实现物体光谱反射率的分解,具体做法如下。

将三刺激值表示成光源、颜色匹配函数和物体光谱反射率的简单矩阵形式为

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{k} \mathbf{A}^T \mathbf{E} s. \quad (17)$$

对(17)式中各量进行组合,有三种表示形式:

$$\Gamma = k\mathbf{A}^T(Es), \quad (18)$$

$$\Gamma = k(\mathbf{A}^T E)s, \quad (19)$$

$$\Gamma = k(\mathbf{A}^T s), \quad (20)$$

对于(19)式的形式,可以定义矩阵 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^T E$, 矩阵 \mathbf{A} 定义了照明光源 E 下的人眼视觉子空间,

$$\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^T E = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_3 & \cdots & \bar{x}_n \\ \bar{y}_1 & \bar{y}_2 & \bar{y}_3 & \cdots & \bar{y}_n \\ \bar{z}_1 & \bar{z}_2 & \bar{z}_3 & \cdots & \bar{z}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \bar{x}_1 & e_2 \bar{x}_2 & \cdots & e_n \bar{x}_n \\ e_1 \bar{y}_1 & e_2 \bar{y}_2 & \cdots & e_n \bar{y}_n \\ e_1 \bar{z}_1 & e_2 \bar{z}_2 & \cdots & e_n \bar{z}_n \end{bmatrix}. \quad (21)$$

对一组同色异谱色的颜色物体光谱 $s_1(\lambda)$, $s_2(\lambda), \dots, s_m(\lambda)$ 将其表示成矢量形式为 s_1, s_2, \dots, s_m , 每个 s_i 是 n 维矢量。它们满足同色异谱匹配, 有关系式

$$\mathbf{A}^T s_1 = \mathbf{A}^T s_2 = \cdots = \mathbf{A}^T s_m = \Gamma. \quad (22)$$

在上式两边同乘 $\mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$, 同理可得到

$$\mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T s_1 = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T s_2 = \cdots =$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T s_m = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \Gamma = \mathbf{N}. \quad (23)$$

这里 \mathbf{N} 就是颜色物体的基本光谱。定义 $\tilde{\mathbf{R}}$ 矩阵为

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T. \quad (24)$$

这样通过矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 将颜色物体光谱分成两个部份: 基本反射率光谱 \mathbf{N} 和同色异谱黑光谱 \mathbf{K} :

$$\mathbf{N} = \tilde{\mathbf{R}}s_i, \quad (25)$$

$$\mathbf{K} = s_i - \mathbf{N} = s_i - \tilde{\mathbf{R}}s_i = (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{R}})s_i. \quad (26)$$

从(26)式可以看出同色异谱黑 \mathbf{K} 实际上是颜色物体光谱反射率 s_i 与基本光谱 \mathbf{N} 的残差。

通过以上方式就可完成对矩阵 \mathbf{R} 的重新修正得到矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$, 再利用 $\tilde{\mathbf{R}}$ 即可实现对物体反射率光谱的分解。

3.2 基于矩阵 \mathbf{R} 的光谱降维方法实现

利用修正矩阵 \mathbf{R} 分解原始光谱, 则由 $\mathbf{A}^T \mathbf{S} = \Gamma$ 和 $\mathbf{S} = \mathbf{N} + \mathbf{K}$ 得:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} = \mathbf{A}^T (\mathbf{N} + \mathbf{K}) = \mathbf{A}^T \mathbf{N} + \mathbf{A}^T \mathbf{K} = \Gamma. \quad (27)$$

分析(27)式可见三刺激值是基本光谱 \mathbf{N} 在 \mathbf{A}^T 行向量组成的空间(三维空间)上的投影, \mathbf{A}^T 是投影算子。而同色异谱黑 \mathbf{K} 则正交于 \mathbf{A}^T 行向量组成的空间, 所以其投影值为零, 即 $\mathbf{A}^T \mathbf{K} = 0$ 。

因此可以重新用 \mathbf{A}^T 行向量也即 \mathbf{A} 列向量组成的空间线性表示 \mathbf{N} , 即

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}\mathbf{W}, \quad (28)$$

式中 \mathbf{A} 是一个 $n \times 3$ 的基向量组, 系数矩阵 \mathbf{W} 是一

或者可将其看成是一个加权的颜色匹配函数, 它反映的是光源对人眼视觉空间的修改, 是一个 $3 \times n$ 的矩阵。由于其直接作用到物体光谱上, 因此本文将其称为物体颜色匹配函数:

个 3×1 的向量。

由(21)式可知, \mathbf{A}^T 行向量是颜色匹配函数 \mathbf{A} 与光源 E 的乘积, 而矩阵 \mathbf{A} 是一个 $n \times 3$ 的矩阵, n 为光谱维数, 所以矩阵 \mathbf{A} 为非奇异矩阵, 不能直接求其逆阵。系数矩阵 \mathbf{W} 则必须根据最小二乘法由下式求出:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{N}. \quad (29)$$

由于 \mathbf{A} 的列向量并非正交的, 为了消除冗余, 可先对其进行正交化处理。正交化处理意味着 \mathbf{A} 的列向量向基向量的转化具有唯一性。

将(28)式代入到(26)式中, 同色异谱黑为

$$\mathbf{K} = \mathbf{S} - \mathbf{N} = \mathbf{S} - \mathbf{A}\mathbf{W}. \quad (30)$$

再对同色异谱黑进行主成分分析, 推导其余的基向量, 根据精度要求取前几个基向量来线性表示同色异谱黑光谱。

这样在新的低维线性模型中, 前三个基向量由颜色匹配函数 \mathbf{A} 与光源 E 的乘积再进行正交化得到。这三个基向量将保证与颜色物体源光谱的三刺激值匹配, 而要实现源光谱的光谱匹配, 则需要对同色异谱黑进行主成分分析, 推导其余的基向量。

总结以上过程, 将高维光谱反射率降维到低维空间的算法如下:

1) 先确定面向颜色复制的高维光谱图像进行色彩再现时的光源 E , 根据 CIE 标准观察者颜色匹配函数 \mathbf{A} , 利用(21)式计算颜色物体匹配函数 \mathbf{A} 。

2) 根据(24)式计算矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$, 再利用矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 将源光谱反射率数据分解成基本反射率光谱 \mathbf{N} 和同色异谱黑光谱 \mathbf{K} , 注意这里的基本反射率光谱 \mathbf{N} 和同色异谱黑光谱 \mathbf{K} 仍为高维光谱数据。

3) 取矩阵 \mathbf{A} 的列向量进行正交化处理, 可在 Matlab 中使用 orth 命令将三个列向量进行正交化, 并将这三个基向量作为基本光谱线性空间。再

根据(29)式计算与这个三个基向量对应的系数矩阵,完成对基本光谱的降维,记为 C_N 。

4) 由(30)式得到同色异谱黑,对其采用 PCA 方法进行降维,根据精度要求保留前几个主成分,记为 C_K 。

5) 将步骤 3) 和步骤 4) 获得的两组低维数据 C_N 和 C_K 组合,形成降维后数据 C 。

从低维数据 C 重构光谱反射率的过程如下:

1) 从低维数据 C 中提出 C_N ,采用(28)式重构得到基本光谱。

2) 从低维数据 C 中提出 C_K ,采用 PCA 法重构同色异谱黑光谱。

3) 将重构得到基本光谱和同色异谱黑光谱相加得到原始光谱 S_i 的重构光谱 \hat{S}_i 。

4 实验结果及分析

为验证算法的有效性,实验选取由 Parkkinen 等^[16] 测量的1269个Munsell色块光谱反射率数据

集和一幅光谱反射率图进行验证。Munsell 色样具有代表性,基本上涵盖自然界常见颜色,所选光谱反射率图是一幅 2000 pixel \times 2000 pixel 的景物图(图 2),其目的是为验证算法的普适性。两个实验样本在可见光范围 400~700 nm 之间每隔 10 nm 采样,数据维数为 31 维。对光谱降维方法的评价分别从色度精度和光谱精度两方面进行。色度精度采用典型光照下的 CIELAB 标准色差公式 ΔE_{ab}^* 进行评价,光谱精度评价采用光谱均方根误差(sRMS)^[1]。

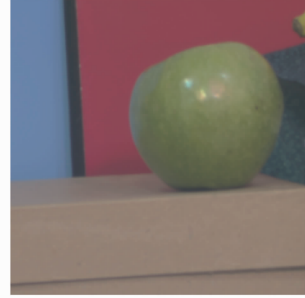


图 2 光谱反射率图合成的 RGB 图

Fig. 2 RGB image derived from spectral image

表 1 重构基本光谱的不同数量的基向量的累积贡献率比较

Table 1 Accumulated percent variance comparison of different numbers of basis functions which reconstruct the fundamental spectrum

Dimension reduction illuminant	Spectrum	Number of basis functions	Variance	Percent variance /%	Accumulated percent variance /%
A	Munsell samples	1	0.6869	77.92	77.92
		2	0.1414	16.04	93.97
		3	0.0532	6.03	100.00
	Fig. 2	1	0.1179	56.61	56.61
		2	0.0651	31.23	87.84
		3	0.0253	12.16	100.00
C	Munsell samples	1	0.6613	77.79	77.79
		2	0.1368	16.10	93.88
		3	0.0520	6.12	100.00
	Fig. 2	1	0.1148	61.24	61.24
		2	0.0558	29.79	91.04
		3	0.0168	8.96	100.00
D50	Munsell samples	1	0.6728	78.04	78.04
		2	0.1373	15.92	93.96
		3	0.0521	6.04	100.00
	Fig. 2	1	0.1158	60.40	60.40
		2	0.0575	30.01	90.41
		3	0.0184	9.59	100.00
F11	Munsell samples	1	0.3487	78.47	78.47
		2	0.0745	16.76	95.23
		3	0.0212	4.77	100.00
	Fig. 2	1	0.0724	68.69	68.69
		2	0.0259	24.54	93.23
		3	0.0071	6.77	100.00

本方法在降维前先基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 将原始光谱反射率数据进行分解,而矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 又由光源计算得到,因此使用不同的降维光源得到的低维模型是不一样的。实验中采用 CIE 标准照明体中 A、C、D50、F11 这 4 种光谱功率分布差异明显的标准照明体作为降维光源分别进行建模,为排除荧光对最后颜色的影响,各光源波长取值范围为 400~700 nm。

由于本方法是将基本光谱映射到一个三维的线性空间,即用三个基向量线性表示基本光谱,因此可以先检验其三维线性空间的有效性。具体做法是对通过矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 分解得到的基本光谱进行 PCA 分析,对不同数量基向量的累积贡献率进行验证,因为在 PCA 分析中贡献率反映了基向量对信息的贡献程度,累积贡献率反映了多个基向量对信息的贡献程度,当前 n 个基向量的累积贡献达到 100% 时,即可认为该信息可用 n 个基向量完全线性表示^[17]。表 1 为重构基本光谱的不同数量的基向量的累积贡献率比较结果。

表 1 的数据表明在对基本光谱进行主成分分析后,除了与前三个基向量对应的方差不为零外,余下基向量对应的方差都为零,也即前三个基向量的累积贡献率为 100%,这意味着基本光谱完全可由三个基向量线性表示,用于表征光谱精度的均方根误差为零,即原始基本光谱与用三个基向量重构的基本光谱形状完全一致。在实验中通过对比两者的光谱数据,也与以上分析结果相吻合。

表 2 是对测试图的同色异谱黑光谱进行主成分分析,其不同数量基向量累积贡献率的比较结果。从该表中可看出,对于同色异谱黑光谱虽然其前三个基向量的累积贡献率均达不到 100%,但基本上都在 99% 左右,这意味着通过矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 分解得到的同色异谱黑光谱也可用三个基向量线性表示。综上,从累积贡献率的角度上看,各用三个基向量可分别线性表示基本光谱和同色异谱黑光谱,因此通过本方法建立的低维模型是一个六维的线性模型。

表 2 重构同色异谱黑光谱的不同数量的基向量的累积贡献率比较

Table 2 Accumulated percent variance comparison of different numbers of basis functions which reconstruct the metameric black spectrum

Dimension reduction illuminant	Spectrum	Number of basis functions	Variance	Percent variance /%	Accumulated percent variance /%
A	Munsell samples Fig. 2	1	0.2653	85.13	85.13
		2	0.0314	10.07	95.20
		3	0.0118	3.80	99.00
		1	0.1590	89.49	89.49
		2	0.0147	8.27	97.76
		3	0.0021	1.18	98.94
C	Munsell samples Fig. 2	1	0.3022	88.11	88.11
		2	0.0311	9.06	97.17
		3	0.0065	1.90	99.07
		1	0.1764	88.84	88.84
		2	0.0183	9.21	98.05
		3	0.0020	1.02	99.07
D50	Munsell samples Fig. 2	1	0.2891	87.35	87.35
		2	0.0308	9.30	96.65
		3	0.0078	2.34	98.99
		1	0.1734	89.26	89.26
		2	0.0167	8.60	97.86
		3	0.0023	1.19	99.05
F11	Munsell samples Fig. 2	1	0.5912	78.96	78.96
		2	0.1086	14.51	93.47
		3	0.0356	4.76	98.23
		1	0.1994	71.06	71.06
		2	0.0592	21.11	92.17
		3	0.0197	7.02	99.20

对六维线性模型从色度精度和光谱精度两方面进行验证,并与传统 PCA 法进行比较。实验中采用 CIE 标准照明体 A、C、D50、F11 这 4 种标准照明体作为典型光照对色度精度进行验证。表 3 是这四种

不同降维光源下的低维模型在不同标准光源下的色度精度与 PCA 法比较,表 4 是这四种不同降维光源下的低维模型光谱重构精度与 PCA 法比较。

表 3 PCA 法与矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法的色度精度比较Table 3 Comparison of CIELAB ΔE_{ab}^* between PCA and matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ method

Spectrum	Methods	CIELAB ΔE_{ab}^* under different illuminant (mean/min/max) (2° field of view)			
		A	C	D50	F11
Munsell samples	PCA	0.77/0.01/2.78	0.94/0.02/2.80	0.88/0.01/2.65	1.23/0.06/14.47
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (A)	0/0/0	0.27/0.01/2.50	0.20/0.00/2.84	1.09/0.02/17.78
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (C)	0.27/0.00/4.02	0/0/0	0.13/0.00/1.24	1.07/0.02/11.89
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (D50)	0.25/0.02/3.89	0.15/0.01/1.08	0/0/0	1.01/0.03/11.30
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (F11)	1.61/0.08/18.47	1.79/0.07/17.78	1.76/0.09/20.22	0/0/0
Fig. 2	PCA	1.28/0.03/6.54	2.27/0.02/10.26	2.11/0.03/9.71	1.60/0.03/12.22
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (A)	0/0/0	0.34/0.02/5.41	0.58/0.02/3.98	1.28/0.06/7.75
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (C)	1.03/0.09/3.80	0/0/0	0.33/0.02/1.50	2.37/0.08/12.11
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (D50)	0.81/0.13/2.99	0.36/0.01/1.59	0/0/0	2.09/0.12/9.66
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (F11)	1.10/0.09/6.29	0.80/0.01/8.72	0.90/0.01/8.83	0/0/0

表 4 PCA 法与矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法的光谱精度比较Table 4 Comparison of sRMS between PCA and matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ method

Spectrum	Methods	sRMS		
		Mean	Min	Max
Munsell samples	PCA	0.0102	0.0019	0.0308
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (A)	0.0101	0.0020	0.0506
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (C)	0.0099	0.0018	0.0557
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (D50)	0.0101	0.0019	0.0552
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (F11)	0.0181	0.0026	0.0926
Fig. 2	PCA	0.0110	0.0058	0.0495
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (A)	0.0179	0.0084	0.0748
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (C)	0.0179	0.0090	0.0795
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (D50)	0.0180	0.0091	0.0790
	Matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ (F11)	0.0170	0.0077	0.0851

表 3 和表 4 的数据显示基于 $\tilde{\mathbf{R}}$ 矩阵的光谱降维方法是建立在某一特定光源下的光谱降维,当降维光源与光照光源一致时,其重构光谱与原始光谱之间的色差值为零,相对于 PCA 法有明显优势。这两个表的数据还表明在 A、C、D50 三种降维光源下建立的低维线性模型用于原始光谱的重构时,其在这三种光源下的色度精度都比较高,而在 F11 光源时色度精度较低。但在 F11 光源下建立的低维线性模型用于原始光谱重构,其在 A、C、D50 光源下的色度精度都较差。同样,在 F11 光源下建立的低维模型其光谱重构时的光谱均方根误差也大于在其余三种光源下建立的低维模型。由于事先已排除荧光对颜色的影响,这说明在降维光源本身不够平滑且变化剧烈(窄波段)的情况下,所建低维模型的光谱精度和在变光源下的色度精度较差,如降维光源使

用 F11,其在变光源 A、C、D50 等光照下的色度精度较差。如果降维光源本身是光谱曲线平滑且变化不剧烈(宽波段)的光谱,即使这些降维光源光谱功率分布差异明显,但各自所建立的低维模型光谱重构精度和色度精度差别不大,如降维光源为宽带的 A、C、D50,在变光照光源也是宽波段的情况下,仍然具有较好的色度精度,完全能够满足颜色复制的需要,但当变光照光源为窄带光谱时,如 F11,色度误差较大。综合来看,与 PCA 法相比,通过本方法建立的低维线性模型其光谱重构精度与 PCA 法接近,色度精度比 PCA 法有明显提高。

接下来,进一步从重构光谱曲线角度分析矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法在色度精度方面优于 PCA 法的原因。以 Munsell 色块光谱反射率数据集为例,发现对于部分样本光谱,通过矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法重构的光谱曲线其光谱

精度和色度精度相比于 PCA 法都有提高,图 3(a)是这一情况的典型样本光谱(PCA 法得到的光谱误差为 0.0159,D50 下的色差为 1.34;矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法得到的光谱误差为 0.0093,D50 下的色差为 0.10)。而另外部分样本重构光谱的光谱精度要好于 PCA 法,但色度精度并没有增加,反而出现减小的情况,图 3(b)是这一情况的典型样本光谱(PCA 法得到的光谱误差为 0.0074,D50 下的色差为 0.36;矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法得到的光谱误差为 0.0155,D50 下的色差为 0.09)。

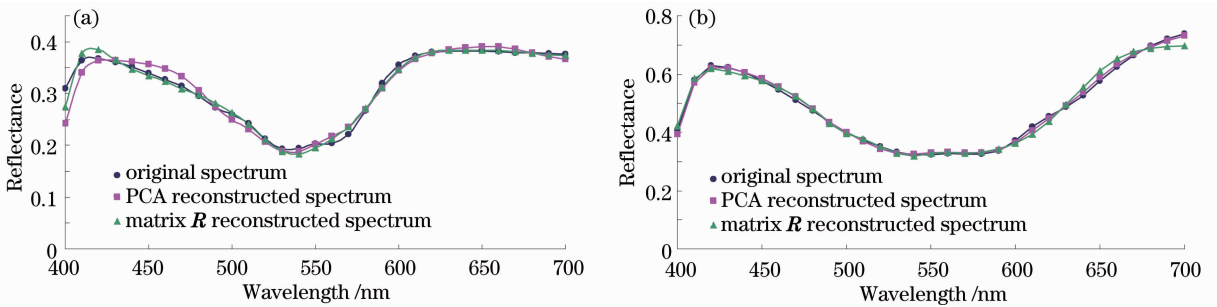


图 3 矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法与 PCA 法重建光谱曲线与原始光谱曲线比较图。(a)典型光谱样本 1; (b)典型光谱样本 1

Fig. 3 Comparison of spectral curves between original and reconstructed ones by PCA and matrix $\tilde{\mathbf{R}}$ methods.

(a) Typical spectrum sample 1; (b) typical spectrum sample 2

5 结 论

基于以上分析,针对本文提出的基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 的光谱降维方法可以得出四个结论:

1) 基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 可将物体光谱分解为基本光谱与同色异谱黑光谱,色度值由基本光谱确定,同色异谱黑光谱对色度值的贡献为零,但对光谱精度有影响。

2) 通过基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 分解得到的基本光谱可用颜色匹配函数与光源的乘积再进行正交化处理得到的三个基向量线性表示,这三个基向量的累积贡献率可达 100%。

3) 针对特定光源,使用基于矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 理论的光谱降维法,用六个基向量组成的低维线性模型能够满足颜色复制需要,其中前三个基向量表示色度精度,后三个基向量提升光谱精度。

4) 在降维光源和光照光源本身不够平滑且变化剧烈的情况下,所建低维模型的光谱精度和在变光源下的色度精度较差。

总体来讲使用本方法建立的低维线性模型如果降维光源与光照光源一致,其能在光谱和色度两个方面较好地表征原始高维光谱,并完全满足光谱颜色复制的要求。

从两光谱曲线的形状比较来看,矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法相对于 PCA 法其重构光谱在中间段与原始光谱有较多重合,存在较小的光谱差,而在光谱两头,其光谱误差可能大于 PCA 法,但这并不会增加色差的大小,因为根据人眼视觉特性,人眼对光谱中间段很敏感,但对光谱两极不敏感。这说明矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 法对光谱精度和色度精度的提高主要在于其增加了重构光谱中间段的光谱精度,反映了人眼视觉特性。

参 考 文 献

- Wang Ying, Zeng Ping, Wang Yifeng. Spectral-based color separation for multi-spectral images [J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2122-2127.
王莹,曾平,王义峰.一种面向多光谱图像的打印分色方法[J].光学学报,2009,29(8):2122-2127.
- Li Jincheng, Liu Zhen, Chen Guangxue. Colorant selection based on gamut analysis and cluster analysis [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(6): 0633001.
李金城,刘真,陈广学.一种基于色域分析与聚类分析的基色筛选[J].光学学报,2012,32(6):0633001.
- Dongbo Xu, Xiangzhao Wang, Yang Bu. *In situ* aberration measurement technique based on multi-illumination settings and principal component analysis of aerial images [J]. Chin Opt Lett, 2012, 10(12): 121202.
- M A Bakke, I Farup, Y J Hardeberg. Multispectral gamut mapping and visualization - a first attempt [C]. SPIE, 2005, 5667: 193-200.
- H Laamanen, T Jaaskelainen, J P Parkkinen. Comparison of PCA and ICA in color recognition [C]. SPIE, 2000, 4197: 367-377.
- Zhang Xiaoyan, Yang Weiping, Feng Jie. Comparison of ICA and PCA in spectrum reconstruction [J]. J Yunnan Normal University, 2007, 27(3): 28-35.
张小燕,杨卫平,冯洁.光谱重建中 ICA 和 PCA 的对比[J].云南师范大学学报,2007,27(3):28-35.
- W Praefcke, T Keusen. Optimized basis functions for coding reflectances spectra minimizing the visual color difference [C]. Proceedings IS&T/SID Third Color Imaging Conference, 1995, 37-40.
- W M Derhak, R M Rosen. Spectral colorimetry using LabPQR: an interim connection space [J]. J Imaging Science and Technology, 2006, 50(1): 53-63.
- R M Rosen, W M Derhak. Spectral gamut and spectral gamut

- mapping [C]. SPIE, 2006, 6062: 60620K.
- 10 S Tsutsumi, R M Rosen, S R Berns. Spectral color management using interim connection space based on spectral decomposition [J]. Proc 14th Color Imaging Conf, 2006. 246–251.
- 11 Wang Ying, Wang Zhongmin, Wang Yifeng. Nonlinear dimensionality reduction of multi-spectral images for color reproduction[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(5): 1171–1178.
王莹, 王忠民, 王义峰. 面向色彩再现的多光谱图像非线性降维方法[J]. 光学精密工程, 2011, 19(5): 1171–1178.
- 12 G Wyszecki. Valenzmetrische untersuchung des zusammenhanges wischen normaler und anomaler trichromasie [J]. Die Farbe, 1953, 2: 39–52.
- 13 G Wyszecki. Evaluation of metameric colors [J]. J Opt Soc Am, 1958, 48(7): 451–454.
- 14 J B Cohen, W E Kappauf. Metameric color stimuli, fundamental metamers, and Wyszecki's metameric blacks [J]. American J Psychology, 1982, 95(4): 537–564.
- 15 J B Cohen, W E Kappau. Color mixture and fundamental metamers: theory, algebra, geometry, application [J]. American J Psychology, 1985, 98(2): 171–259.
- 16 J Parkkinen, J Hallikainen, T Jääskeläinen. Charateristic spectra of Munsell colors [J]. J Opt Soc Am A, 1989, 6(2): 318–322.
- 17 Jon Y Hardeberg. On the spectral dimensionality of object colours [C]. 1st European Conference on Colour in Graphics, Imaging and Vision, 2002. 480–485.

栏目编辑：李志兰