

# 弹性形变对手征液晶螺旋光轴及电光响应时间的影响

关荣华 杨立伟

(华北电力大学数理学院, 河北 保定 071003)

**摘要** 手征向列相液晶螺旋轴即为光轴,此轴的空间取向直接影响着液晶中光传播的特性。采用理论分析和数值模拟相结合的方法,研究了液晶展曲与弯曲形变存在的差异和对手征向列相液晶挠曲电螺旋光轴倾角及动力学响应特性的影响。假设在静电平衡及动力学响应两种状态下,系统均具有统一的挠曲电螺旋光轴,忽略介电各向异性,分别计算了两种不同状态下系统的平均自由能密度。利用欧拉方程及转矩平衡方程得到了螺旋光轴倾角满足的平衡方程及动力学方程。通过数值计算,讨论了两种形变的差异对挠曲电螺旋光轴倾角及动力学响应特性的影响。结果表明两种形变差异的存在,均使螺旋光轴扭曲角及特性响应时间变化,差异越大变化越快,这种影响是不可忽略的,这为液晶电光快速响应提供了依据。

**关键词** 光电子学;液晶弹性形变;平均自由能;挠曲电螺旋光轴;电光响应时间

**中图分类号** O753+.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0216001

## Influence of Elastic Deformation of Chiral Nematic Liquid Crystal on Helical Optic Axis Rotation Angle and Electro-Optics Response Time

Guan Ronghua Yang Liwei

(School of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Baoding, Hebei 071003, China)

**Abstract** As the helical axis of chiral nematic liquid is the optic axis, its spatial orientation affects the characteristics of the light propagation in liquid crystal directly. This paper studies on the influence of splay and bend deformation of chiral nematic liquid crystal on helical optic axis rotation angle and response time of flexoelectric effect by combining theoretical analysis and numerical simulation. Assuming chiral nematic liquid crystal molecules have a uniform rotation helix axis both in static equilibrium state and dynamic state and ignoring the dielectric anisotropy, the free energy densities of the two different states are calculated. The equilibrium equation and torque balance equation of the helical axis rotation angle are derived by using the Euler-Lagrange equations. The influences of the two deformation differences on helix axis tilt angle and response characteristics are discussed by numerical calculation. The results show that the difference of the two deformations makes both the helical axis rotation angle and the characteristic response time change. The bigger the difference is, the faster the change will be. The effects above can not be ignored. The results obtained in this paper provide a basis for rapid electro-optics response.

**Key words** optoelectronics; liquid crystal elastic deformation; mean free energy; helical optic axis; electro-optics response time

**OCIS codes** 160.3710; 160.2100; 130.4815

## 1 引 言

手征向列相液晶分子具有取向有序性,平衡态时,分子均在某一平面内平行排列,排列方向随着与该平面垂直的轴均匀旋转,形成一种均匀扭曲结构,扭曲程度可以用螺距标识。由于手征向列相液晶具

有旋光性、圆偏振光二向色性和选择反射等光学特性,因此广泛应用于化工、电子等领域。液晶材料在各种显示装置中的广泛使用,主要因为液晶的光学性质可以通过施加电场加以控制。液晶对电场的响应速度受到粘滞系数、弹性系数及液晶分子的指向

**收稿日期**: 2013-07-18; **收到修改稿日期**: 2013-10-10

**基金项目**: 国家自然科学基金(11004055)、中央高校基本科研业务费专项资金(12MS142,13ZD23)、北京市支持中央在京高校共建项目

**作者简介**: 关荣华(1964—),女,博士,教授,主要从事液晶物理和液晶器件物理等方面的研究。

E-mail: ronghua\_guan@sohu.com

等一系列因素的影响<sup>[1]</sup>。良好的响应特性能够形成优质的运动图像,适当的开关速度可用于场顺序彩色显示<sup>[2]</sup>。如何改善液晶显示响应时间是液晶显示发展遇到的最主要的挑战之一。

由于场顺序彩色显示不需要滤色镜,因而具有分辨率高、亮度大及成本低等潜在的优势,成为了关注的热点。但目前实现该显示模式遇到的障碍之一,在于该显示受限于传统显示模式的响应时间,因此有必要寻找突破传统的向列相液晶显示模式。手征向列相液晶在短螺距情况下,螺旋轴即为液晶的光轴,在此称之为螺旋光轴。螺旋螺距的取值以及螺旋光轴倾角的取向与液晶材料的性质及挠曲电效应有很大的关系<sup>[3]</sup>。利用挠曲电效应,可以通过改变电场来改变手征向列相液晶光学性质,这使得开辟新的显示模式成为可能。

挠曲电效应由 Meyer<sup>[4]</sup>首先提出,此效应对螺旋轴的影响,在手征向列相液晶螺旋轴一致平行于基板的液晶盒,即通常说的均匀布置螺旋(ULH)装置<sup>[2]</sup>中很容易观察到。在这个装置中,如果施加一弱电场,液晶螺旋轴将围绕电场方向旋转并且旋转方向随着电场极性的改变而改变。在电场较弱的情况下,旋转角度与电场的幅值呈线性关系。这些现象可以由挠曲电效应得到很好的解释<sup>[5]</sup>,同时挠曲电效应具有快速响应的特性,这种快速响应在短螺距手征向列相液晶的实验中已经被观察到<sup>[6-7]</sup>。ULH装置的缺点在于稳定性差,其替代装置是手征向列相液晶螺旋轴垂直于基板的液晶盒,即通常说的均匀直立螺旋(USH)装置。在挠曲电效应下,利用USH装置实现显示的模式称为USHF显示模式,这种模式除了快速响应之外,由于使用了现有的强校列技术,因而容易形成高对比度(大约2000:1),同时能够得到极好的对比状态。研究结果表明USHF显示是未来的显示设备中一种很有前途的候选方案<sup>[2]</sup>。

到目前为止,对手征向列相液晶螺旋轴取向及响应时间的研究,主要集中在挠曲电效应的影响,研究中均忽略了液晶展曲与弯曲弹性形变的差异;或假设两种形变相同,或取两者的平均效应,这时系统具有均匀的自由能密度,得到的螺旋轴倾角及动力学特性只与展曲弹性系数和弯曲弹性系数之一或平均值有关<sup>[2]</sup>。事实上,实际的液晶材料很难保证两种形变具有相同的强度,从应用的角度出发,需要更广泛地研究两种形变差异的存在对手征向列相液晶挠曲电螺旋轴倾角及响应时间的影响,从而为液晶

器件的设计提供理论依据。

本文在自由边界条件下,忽略液晶介电各向异性,主要研究展曲与弯曲弹性形变差异的存在对手征向列相液晶挠曲电螺旋光轴倾角及电光动力学响应时间的影响。在考虑展曲与弯曲弹性形变的差别时,系统将具有不均匀的自由能密度。假设分子在挠曲电静电平衡状态及动力学响应状态下均具有统一螺旋轴,并且螺旋轴倾角相同时,两种状态有相同的分子分布。在平衡状态下,利用欧拉方程及平衡条件得到平均自由能密度和螺旋轴倾角的平衡方程。在运动状态下,分子平均弹性自由能密度与平均挠曲电耦合能密度之和决定了总平均自由能密度,由转矩平衡方程进一步得到挠曲电效应的动力学特性。在此基础上,定量给出了展曲与弯曲弹性形变对手征向列相液晶挠曲电螺旋光轴倾角及特性响应时间的影响。

## 2 螺旋光轴静电平衡方程

挠曲电效应易于在螺旋轴一致平行于基板液晶盒中被观察到。液晶盒结构如图1所示。设自由状态下,手征向列相液晶螺旋光轴平行于 $z$ 轴,指向矢 $\mathbf{n}$ 平行于 $x$ - $y$ 平面,如图2所示。施加外电场 $\mathbf{E}$ 平行于 $x$ 轴,即 $\mathbf{E}=(E,0,0)$ ,由于挠曲电效应,在电场作用下螺旋光轴绕 $x$ 轴旋转。此时指向矢仍然分布在 $x$ - $y$ 平面,可用方位角 $\theta$ 表示, $n_x=\cos\theta$ 及 $n_y=\sin\theta$ <sup>[5]</sup>。由于方位角 $\theta$ 在沿 $x$ 轴方向均匀一致,故 $\theta$ 只是坐标 $y,z$ 的函数,即 $\theta=\theta(y,z)$ 。在电场作用下,液晶分子除了在 $z$ 轴方向上保持一定扭曲形变外,由于挠曲电效应在 $y$ 轴方向也存在展曲和弯曲形变,这样液晶分子在 $y$ 轴方向也存在周期性变化,如图3所示。假设液晶分子具有统一螺旋轴,设为 $h$ 轴。 $h$ 轴与 $z$ 轴成一定夹角 $\phi$ ,夹角大小与挠曲电效应强度有关,在沿螺旋轴 $h$ 的空间坐标下有 $\theta=\theta(y,z)=\theta(h)$ , $\frac{\partial\theta}{\partial z}=\theta_z=\theta_h\cos\phi$ , $\frac{\partial\theta}{\partial y}=\theta_y=\theta_h\sin\phi$ ,其中 $\theta_h=\frac{d\theta}{dh}$ 。指向矢 $\mathbf{n}$ 可以表示为 $\mathbf{n}=(\cos\theta,\sin\theta,0)$ ,不考虑介电各向异性,系统的总能量由弹性自由能 $f_{\text{eles}}$ 和挠曲电耦合能 $f_{\text{flexo}}$ 两部分<sup>[5]</sup>组成:

$$\begin{cases} f_{\text{eles}} = \frac{1}{2}[K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2(t-t_0)^2 + \\ K_3(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \\ f_{\text{flexo}} = -\mathbf{E} \cdot [e_s \mathbf{n}(\nabla \cdot \mathbf{n}) + e_b \mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n}], \end{cases} \quad (1)$$

式中  $E$  是外加电场,  $K_1, K_2, K_3$  分别为展曲, 扭曲和弯曲弹性系数,  $t = \mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n}$  表示扭曲项,  $t_0$  为平衡扭

曲常数, 对于确定材料为一常量,  $e_s$  是展曲挠曲电系数,  $e_b$  弯曲挠曲电系数, 通常情况下取  $e_s = e_b = \bar{e}$ 。

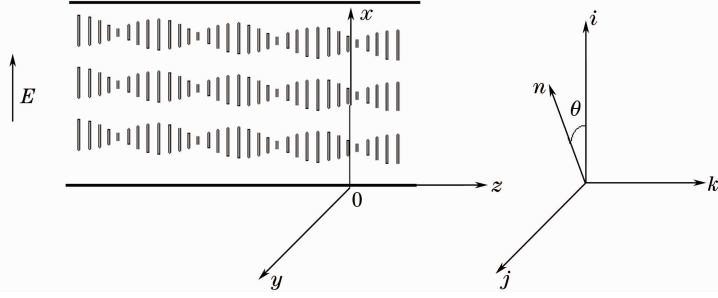


图1 ULH装置及  $x$ - $y$  平面内的指向矢  $\mathbf{n}$  的示意图

Fig. 1 Diagram of ULH configuration and the director  $\mathbf{n}$  in  $x$ - $y$  plane

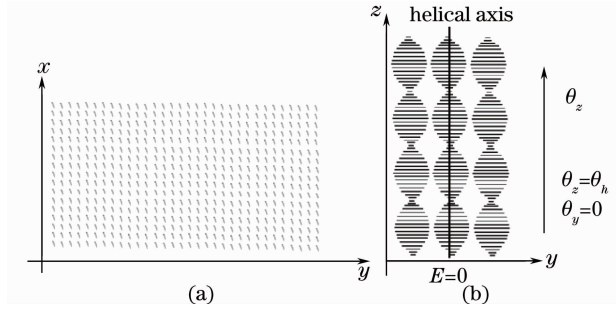


图2 无电场时液晶指向矢分布图。(a)  $x$ - $y$  平面内指向矢分布; (b)  $y$ - $z$  平面螺旋结构

Fig. 2 Director distribution in the absence of electric field. (a) Director distribution in  $x$ - $y$  plane; (b) helical structure in  $y$ - $z$  plane

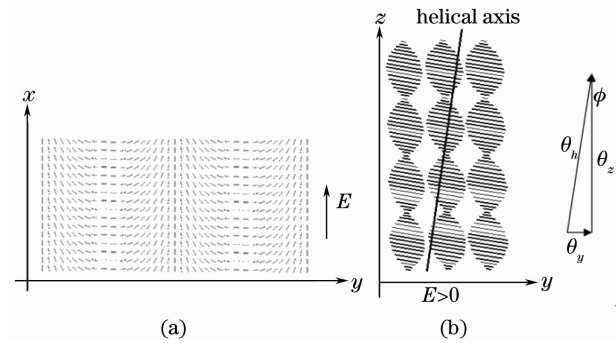


图3 电场作用下液晶指向矢分布图。(a)  $x$ - $y$  平面内指向矢分布; (b)  $y$ - $z$  平面螺旋结构

Fig. 3 Director distribution in the presence of electric field. (a) Director distribution in  $x$ - $y$  plane; (b) helical structure in  $y$ - $z$  plane

将指向矢  $\mathbf{n}$  的表达式代入(1)式中得到系统的总能量为

$$f = \frac{1}{2} A \theta_h^2 + B \theta_h + \frac{1}{2} K_2 t_0^2, \quad (2)$$

式中

$$A = K_1 \sin^2 \phi + K_2 \cos^2 \phi + K_{3-1} \sin^2 \phi \sin^2 \phi, \quad (3)$$

$$B = -eE \sin \phi - K_2 t_0 \cos \phi, \quad (4)$$

(3)式中  $K_{3-1} = K_3 - K_1$ 。

对  $f$  应用欧拉方程得

$$(K_1 \sin^2 \phi + K_2 \cos^2 \phi + K_{3-1} \sin^2 \phi \sin^2 \theta) \theta_{hh} + K_{3-1} \theta_h^2 \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta = 0, \quad (5)$$

式中  $\theta_{hh} = \frac{d\theta_h}{dh}$ 。(5)式是一个可降阶的微分方程, 设

$$p = \frac{d\theta}{dh} = \theta_h, \quad \text{两边积分得}$$

$$p = \sqrt{\frac{Q}{A}}, \quad (6)$$

这里  $Q$  为积分常数, 它只与略去常数项  $\frac{1}{2} K_2 t_0^2$  后平均自由能密度  $g$  的绝对值的大小有关。螺旋轴倾角  $\phi$  是平均自由能密度取最小值时的值, 它依赖于积分常量  $Q$ 。(6)式意味着分子指向矢分布与能量大小有关, 系统能量确定则系统状态确定。

将  $p = \theta_h$  表达式代入总能量方程(2)式, 在一个半螺距  $\lambda$  上求平均自由能密度, 得到

$$g = \frac{1}{2} \lambda \int_0^\pi d\theta \sqrt{AQ} + \frac{B\pi}{\lambda}, \quad (7)$$

其中半螺距  $\lambda$  为

$$\lambda = \int_0^\lambda dh = \int_0^\pi d\theta \sqrt{\frac{A}{Q}}, \quad (8)$$

令  $\frac{\partial g}{\partial Q} = 0$  可得

$$\int_0^\pi d\theta \sqrt{AQ} = -\pi B, \quad (9)$$

将(8)、(9)式代入(7)式有

$$g = -Q/2 \quad \text{or} \quad g = -\frac{(B\pi)^2}{2 \left( \int_0^\pi \sqrt{Ad\theta} \right)^2}. \quad (10)$$

由(10)式可以看出,在电场  $E$  一定的情况下,系统处于平衡态时,平均能量密度  $g$  只跟螺旋光轴倾角  $\phi$  有关,因此在平衡状态下,螺旋光轴倾角  $\phi$  是电场强度  $E$  的函数。

令  $\frac{\partial g}{\partial \phi} = 0$  可得到平衡态螺旋光轴倾角  $\phi$  满足方程

$$\int_0^\pi d\theta \sqrt{\frac{Q}{A}} \cdot (K_2 \sin \phi \cos \phi + K_2 \cos^3 \phi / \sin \phi) + \pi B \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \phi} - \pi \cdot \frac{\partial B}{\partial \phi} = 0. \quad (11)$$

将(9)式代入(11)式,消去积分常数  $Q$ ,并将其中的椭圆积分用级数展开,取前两项,化简整理后(11)式可以表示为

$$\tan^3 \phi (4t_0 K_1^2 + t_0 K_1 K_{3-1}) + \tan^2 \phi (eEK_{3-1} - 4eEK_1) + \tan \phi (4t_0 K_2 K_1 + 2t_0 K_2 K_{3-1}) - 4eEK_2 = 0, \quad (12)$$

(12)式给出了螺旋光轴倾角正切值满足的方程,利用此式可以分析展曲与扭曲弹性形变差异对螺旋光轴倾角正切值的影响。在(12)式中,如果令  $K_{3-1} = 0$ ,则可化简为

$$\tan \phi = \frac{eE}{K_1 t_0}, \quad (13)$$

此式与文献[5]结果吻合,可见文献[5]给出的结果是在  $K_1 = K_3$  情况下的特例。

为了直观地反映展曲与弯曲弹性形变差异对平衡状态下螺旋光轴倾角的影响,现在以表 1 所列参数为例进行数值计算并作出曲线,如图 4 所示。其中表 1 中  $K$  表示  $K_1$  与  $K_3$  的平均值,  $\gamma$  为有效粘滞系数。图 4 中实线为展曲与弯曲弹性形变相同时螺旋光轴倾角随外场的变化关系。由图 4 可见,两种形变差异的存在,将使挠曲电螺旋光轴倾角减小,并且这种影响随着形变差别的增大和外场的增大而加速增大,在小角度情况下,螺旋光轴倾角与电场强度近似成线性关系。

表 1 数值计算所用液晶材料参数

Table 1 Material parameters of liquid crystals used in numerical computation

Material parameter	Symbol an value
Splay elastic constant /pN	$K_1 = 6$
Twist elastic constant /pN	$K_2 = 2$
Bent elastic constant /pN	$K_3 = 6$
	$K_3 = 7$
Average flexoelectric coefficient /(pC/m)	$K_3 = 9$
	$e = 10$
Viscoelastic ratio /(s/m <sup>2</sup> )	$\gamma/K = 1.5 \times 10^{10}$
Helical pitch /nm	$p = 150$

为了验证(12)式,进一步分析展曲与弯曲弹性形变差异对手征向列相液晶挠曲电螺旋轴倾角的影响并与前人的工作比较,现做如下讨论:在小角度情

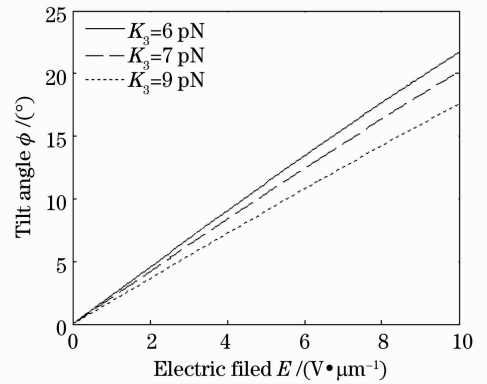


图 4 弯曲弹性系数取不同值时的螺旋轴倾角随电场的变化曲线

Fig. 4 Tilt angle as a function of the applied electric field for different bend elastic constants

况下,忽略(12)式中的三次项与二次项,其解为

$$\tan \phi = \frac{2eE}{(K_1 + K_3)t_0}, \quad (14)$$

(14)式即为 Castles 等<sup>[2]</sup>给出的结果。

可见,文献[2]的结果中的(14)式只是得到的(12)式的近似解。这个解在展曲与弯曲形变弹性系数差别不大时适用,当两种形变差异增大时,(14)式的误差也增大,此时该式不再成立。上述问题可由图 5 和图 6 加以验证。

图 5 和图 6 分别给出了形变差别较小和差别较大两种情况下(14)式与(12)式的比较。图中曲线 A 为(14)式结果,曲线 B 为(12)式结果。由图 5 可知两式的数值曲线基本重合,可见在  $K_1$  与  $K_3$  差别不大的情况下,文献[2]中的(14)式也可视为挠曲电螺旋光轴倾角的准确解。图 6 中,增大  $K_1$  与  $K_3$  差别。实线所用参数为  $K_1 = 3$  pN,  $K_3 = 7$  pN,虚线所用参数为  $K_1 = 3$  pN,  $K_3 = 8$  pN,其余参数仍使用表 1 给出的数值。由图 6 可以看到,随着展曲与弯曲

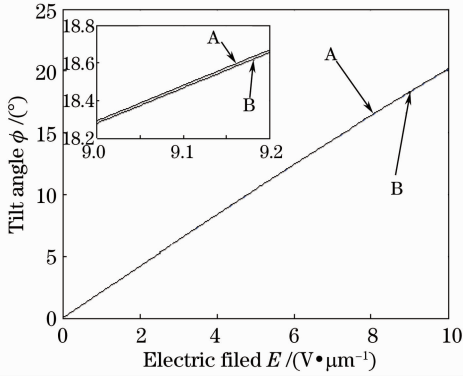


图 5 (12)式与(14)式随电场的变化曲线

Fig. 5 Formula (12) and formula (14) as a function of the applied electric field

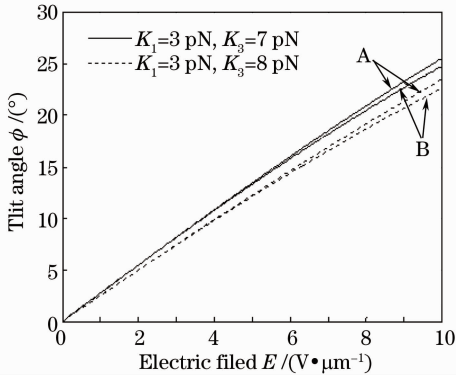


图 6 不同弹性形变差别下(12)式与(14)式随电场的变化曲线

Fig. 6 Formula (12) and formula (14) as a function of the applied electric field for different deformation differences

弹性系数差别的增大,(14)式与(12)式给出的结果差别也越来越大,这种情况下,(14)式不再适用。通过(12)式可以知道弹性形变差别对挠曲电螺旋轴倾角的影响。可以推断,要想得到相同电场下螺旋轴倾角比较大的效果,就要减小  $K_3$  与  $K_1$  的差别,在  $K_3$  与  $K_1$  的平均值相同的两种材料中, $K_3$  与  $K_1$  差别小的材料的螺旋轴倾角实际大于差别大的材料的螺旋轴倾角。

可见,所给出的结果具有普遍性,它包含了前人的结果,文献[2,5]得到的公式只是本工作中不同情况下的特例。以上结果采用了级数近似,更精确的结果仍然可以使用所给出的方法得到。

### 3 挠曲电效应中指向矢的响应特性

手征向列相液晶挠曲电效应具有快速的电光响应特性,并且其特性响应时间不依赖于施加的电场幅值,因此挠曲电效应可应用于多种光电装置,尤其是应用于信号处理及光学计算中<sup>[8]</sup>。

Patel 等<sup>[6]</sup>在小角度近似及  $K_1 = K_3, e_s = e_b = e, \epsilon_a = 0$  的假设下,得到了手征向列液晶挠曲电螺旋轴的运动转矩平衡方程及特性响应时间。在螺距取  $2\pi/t_0 = 0.5 \mu\text{m}$  时,对给定的参数  $K_1 = K_3 = 10 \text{ pN}$ ,基于对  $\gamma_1$  为  $0.1 \sim 1.0 \text{ P}$  的理论预测,特性响应时间  $\tau$  为  $10 \sim 100 \mu\text{s}$ ,实验测量结果  $\tau$  大约为  $100 \mu\text{s}$ ,理论预测与实验结果的上限值相符。注意到 Patel 等<sup>[6]</sup>的工作,重点讨论的是挠曲电效应,忽略了实验中液晶材料展曲和弯曲弹性系数的不同,使得理论预测和实验结果并不完全吻合。现在重新考虑 Patel 等<sup>[6]</sup>的工作,并讨论一般情况下的挠曲电效应运动转矩平衡方程及特性响应时间。

在 Patel 等<sup>[6]</sup>的工作中,系统自由能密度为

$$f = \frac{1}{2}K_1(\theta_y)^2 + \frac{1}{2}K_2(t_0 - \theta_z)^2 - eEt_0\phi. \quad (15)$$

现在,对(15)式进行分析并改写,假设波矢  $|\mathbf{k}| = t_0$ ,在小角度情况下取近似,  $\theta_y \approx t_0 \sin \phi \approx t_0 \phi, \theta_z \approx t_0 \cos \phi \approx t_0$ , 得到

$$f = \frac{1}{2}K_1 t_0^2 \phi^2 - eEt_0\phi, \quad (16)$$

(16)式表示在螺旋光轴取任意倾角  $\phi$  时系统的动态自由能密度。由于挠曲电极化和电场的耦合为线性,所以把耦合能分为两部分,即  $E = E_1 + E_2$ 。(16)式变形为

$$f = \frac{1}{2}K_1 \left[ (t_0\phi - \frac{eE_1}{K_1})^2 - 2\frac{eE_2}{K_1}t_0\phi - \left(\frac{eE_1}{K_1}\right)^2 \right], \quad (17)$$

式中取  $E_1 = t_0\phi K_1/e, E_1$  即为系统平衡态下螺旋光轴倾角为  $\phi$  时的外加电场。将(17)式重新表示如下:

$$f = \frac{1}{2}K_1 \left[ -2\frac{eE_2}{K_1}t_0\phi - \left(\frac{eE_1}{K_1}\right)^2 \right], \quad (18)$$

由(18)式可以看到,与  $E_1$  相关的那部分耦合能与分子弹性自由能之和,决定了系统平衡态下对应于螺旋光轴倾角  $\phi$  时的系统总自由能。在非平衡状态下系统总自由能还包括了剩余电场  $E_2$  与挠曲电极化耦合能。这种划分使得在求解非平衡状态下系统总自由能时,避免了分别求弹性自由能和挠曲电耦合能带来的困难,尤其是  $K_1 \neq K_3$  时,系统具有不均匀自由能密度的情况。

由(16)式及转矩平衡方程  $\frac{\partial f}{\partial \phi} = -\gamma_1 \frac{\partial \phi}{\partial t}$  得到  $K_1 = K_3$  特殊情况下的转矩平衡方程为

$$\gamma_1 \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -K_1 t_0^2 \phi + eEt_0, \quad (19)$$

其特性响应时间为  $\tau_1 = \gamma_1/(K_1 t_0^2)$ , 它不依赖于电

场强度。

现在讨论一般情况,系统自由能密度由(2)~(4)式给出。假设系统在非平衡态和平衡态时具有统一的螺旋光轴,且两种状态下,当螺旋光轴倾角相同时分子分布状态也相同,略去常数项,计算平均自由能密度  $g$ :

$$g = \frac{1}{\lambda} \int_0^\pi \left( \frac{1}{2} A \theta_h - e E_1 \sin \phi - K_2 t_0 \cos \phi \right) d\theta - \frac{1}{\lambda} \int_0^\pi e E_2 \sin \phi d\theta, \quad (20)$$

式中先把挠曲电耦合能分为与  $E_1, E_2$  相关的两部分。其中  $E_1$  对应平衡状态时螺旋光轴倾角为  $\varphi$  时的平衡电场,平衡电场的取值如下:

$$E_1 = \frac{\sin \phi \cdot (K_1 + K_3) \cdot t_0}{2\bar{e}}. \quad (21)$$

(20)式中第一项为平衡状态螺旋光轴倾角为  $\phi$  时系统平均总自由能,第二项为与剩余电场  $E_2$  相关的平均挠曲电耦合能。利用(8)~(10)式的结果,可以得到螺旋光轴为任意  $\phi$  角时系统的平均自由能,它只是  $\phi$  角的函数:

$$g = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2 (-E_1 \bar{e} \sin \phi - K_2 t_0 \cos \phi)^2}{\left( \int_0^\pi \sqrt{A} d\theta \right)^2} + \frac{\pi^2 (-E_1 \bar{e} \sin \phi - K_2 t_0 \cos \phi) E_2 \bar{e} \sin \phi}{\left( \int_0^\pi \sqrt{A} d\theta \right)^2}, \quad (22)$$

式中将椭圆积分进行级数展开,取前两项,并将(21)式代入,则平均自由能密度(22)式进一步表示为

$$g = -\frac{1}{2} t_0 \frac{\left( 1 - \frac{\mu^2}{2} \right)}{\left( 1 - \frac{1}{4} \mu^2 \right)^2} [2E\bar{e} \sin \phi - (K_1 + K_{3-1}/2) t_0 \sin^2 \phi + K_2 t_0 \cos \phi], \quad (23)$$

式中  $\mu^2 = \frac{-K_{3-1} \sin^2 \phi}{K_1 \sin^2 \phi + K_2 \cos^2 \phi}$ 。

在小角度情况下  $\sin \phi \approx \phi, \cos \phi \approx 1$ ,对所研究的系统,由(23)式及转矩平衡方程  $\frac{\partial f}{\partial \phi} = -\gamma_1 \frac{\partial \phi}{\partial t}$  可得

$$\gamma_1 \frac{\partial \phi}{\partial t} = t_0 \mu_0 [E\bar{e} - (K_1 + K_{3-1}/2) t_0 \phi], \quad (24)$$

式中  $\gamma_1$  为有效粘滞系数,  $\mu_0 = (1 - \mu^2/2)/(1 - \mu^2/4)$ 。

(24)式即为手征向列液晶系统挠曲电螺旋光轴倾角所满足的转矩平衡方程。现取电场  $E =$

$5 \text{ V} \cdot \mu\text{m}^{-1}$  并取表 1 参数为例进行数值计算,得到时间  $t$  对倾角  $\phi$  的偏导数随  $\phi$  角变化的计算结果如图 7 所示。

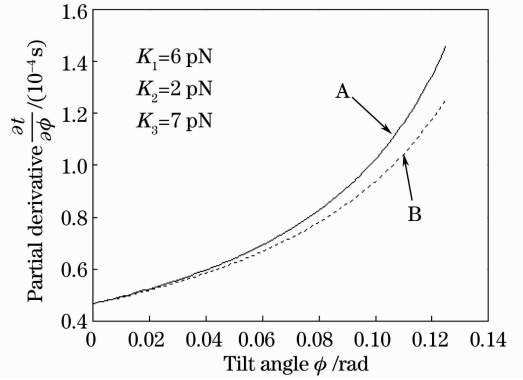


图 7 偏导数  $\partial t/\partial \phi$  随  $\phi$  变化曲线

Fig. 7 Partial derivatives  $\partial t/\partial \phi$  as a function of  $\phi$

图 7 实线 A 和虚线 B 分别代表(24)式及(19)式给出的结果,由图得知,随着弯曲弹性系数  $K_3$  及挠曲电螺旋光轴倾角  $\phi$  的增大,曲线的变化率增大,这意味着分子运动的加速度增大。图中曲线末端对应的横轴坐标约为  $\frac{\bar{e}E}{K_1 t_0} (1 - e^{-1})$ , 因此与(24)式曲线下的面积对应的特性响应时间大约为  $10^{-5} \text{ s}$ ,这一结果与文献[2-3]预测值相符合。

由(24)式出发,可以进一步讨论以下问题:

#### 1) 下降过程特性响应时间

平衡状态下撤去电场的过程中系统的运动方程为  $\phi(t) = \phi(0) \exp(-t/\tau_2)$ , 其中  $\phi(0) = eE/(K_1 + K_{3-1}/2) t_0$ , 由此得到其特性响应时间为

$$\tau_2 = \frac{\gamma_1}{\mu_0 (K_1 + K_{3-1}/2) t_0^2}, \quad (25)$$

可见一般情况下,特性响应时间仍然不依赖于电场强度  $E$ 。在  $K_1$  与  $K_3$  近似相等时,  $\mu_0 \approx 1$ , (25) 式为  $\tau_2' = 2\gamma_1/(K_1 + K_3) t_0^2$ , 此式又与文献[2,9]给出的结果相同。(25) 式也给出了  $K_3$  与  $K_1$  的差别对特性响应时间的影响。实际上由于  $\mu_0$  小于 1,  $K_3$  与  $K_1$  的差别的存在使得响应时间变长,即动力学特性变差。根据(25) 式可以得出,在  $K_3$  与  $K_1$  的平均值相同的两种材料中,  $K_3$  与  $K_1$  差别小的材料的动力学特性实际优于  $K_3$  与  $K_1$  差别大的材料的动力学特性。

#### 2) 上升过程螺旋光轴运动方程

系统在电场作用下,自由状态运动方程由求解(24)式得到

$$\phi(t) = \frac{eE}{(K_1 + K_{3-1}/2) t_0} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \right], \quad (26)$$

(26)式给出了施加电场后的螺旋光轴倾角随时间的变化关系。由(26)式得知,时间  $t$  无限长,系统达到稳定平衡态时,螺旋光轴倾角为

$$\phi(\infty) = \bar{e}E / [(K_1 + K_{3-1}/2)t_0]. \quad (27)$$

## 4 结 论

将手征向列相液晶分子的运动过程视为平衡态或准平衡态过程,通过计算系统的平均自由能密度,利用欧拉方程和转矩平衡方程,推导出了挠曲电螺旋光轴倾角及动力学响应特性满足的方程。定量计算了展曲和弯曲两种形变的差异对手征向列相液晶挠曲电螺旋光轴倾角及电光特性响应时间的影响。结果表明,在小角度下,两种形变的差异并不影响挠曲电螺旋光轴倾角及电光响应时间的取值,但随着倾角及外加电场的增大,两种形变差异对上述两个量的影响也越来越大,其影响体现为使挠曲电螺旋光轴扭曲角变小及特性响应时间变大,此时两种形变的差异是不容忽略的。要想得到相同电场下螺旋轴倾角比较大的效果,就要减小  $K_3$  与  $K_1$  的差别,在  $K_3$  与  $K_1$  的平均值相同的两种材料中, $K_3$  与  $K_1$  差别小的材料的螺旋轴倾角实际大于差别大的螺旋轴倾角。相应地, $K_3$  与  $K_1$  的差别的存在使得响应时间变长,即动力学特性变差。在  $K_3$  与  $K_1$  的平均值相同的两种材料中, $K_3$  与  $K_1$  差别小的材料的动力学特性实际优于  $K_3$  与  $K_1$  差别大的动力学特性。对给定的液晶材料,如果给出螺距及挠曲电系数,利用所给出的公式,可以求得系统在外电场作用下的电光

响应时间和螺旋光轴倾角的稳态解。所得出的结论,为液晶电光快速响应产品的设计和液晶材料的制备与应用提供了理论依据。

**致谢** 感谢河北工业大学张志东教授在本课题研究过程中给予的多次有益的指导。

## 参 考 文 献

- 1 D Pauluth, K Tarumi. Optimization of liquid crystals for television[J]. J SID, 2005, 13(8): 693-702.
- 2 Flynn Castles, Stephen M Morris, Damian J Gardiner, *et al.*. Ultra-fast-switching flexoelectric liquid-crystal display with high contrast [J]. J SID, 2010, 18(2): 128-133.
- 3 F Castles, S M Morris, H J Coles. Flexoelectro-optic properties of chiral nematic liquid crystals in the uniform standing helix configuration[J]. Phys Rev E, 2009, 80(3): 031709.
- 4 Robert B Meyer. Piezoelectric effects in liquid crystals[J]. Phys Rev Lett, 1969, 22(18): 918-921.
- 5 J S Patel, R B Meyer. Flexoelectric electro-optics of a cholesteric liquid crystal [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(15): 1538-1540.
- 6 J S Patel, Sin-Doo Lee. Fast linear electro-optic effect based on cholesteric liquid crystals[J]. J Appl Phys, 1989, 66(4): 1878-1881.
- 7 Sin-Doo Lee, J S Patel, Robert B Meyer. Effect of flexoelectric coupling on helix distortions in cholesteric liquid crystal [J]. J Appl Phys, 1990, 67(3): 1293-1297.
- 8 Xing Hongyu, Ye Wejiang, Si Libin, *et al.*. Influence of flexoelectric effect on guided mode of hybrid-aligned nematic liquid crystal [J]. Acta Optic Sinica, 2013, 33(2): 0223002. 邢红玉, 叶文江, 司立彬, 等. 混合排列向列相液晶导模中挠曲电效应的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(2): 0223002.
- 9 S M Morris, M J Clarke, A E Blatch, *et al.*. Structure-flexoelectric properties of bimesogenic liquid crystals [J]. Phys Rev E, 2007, 75(4): 041701.

栏目编辑: 韩 峰