

单轴各向异性晶体纤芯偏振光传播特性分析

张岩宇 励强华

(光电带隙材料省部共建教育部重点实验室, 哈尔滨师范大学物理与电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150025)

摘要 提出了一种光纤芯为单轴各向异性晶体、光轴方向为 x 轴、包层为各向同性材料的新型光纤模型。应用波导方程近似地求出光纤内场强分布, 利用数值模拟分析了 o 光和 e 光的传播常数 β 随归一化频率 V 变化的色散曲线。进一步分析了光纤芯半径对 o 光和 e 光的色散方程的影响, 结果表明光纤芯半径对 o 光和 e 光截止频率没有影响。基于以上特性, 分别讨论了 o 光和 e 光传播常数 β 随光纤芯半径变化的曲线。通过分析光纤介电常数对色散曲线的影响, 表明当入射光的归一化频率在一定范围内时, 通过改变 x 方向和 y 方向介电常数的比值可以改变光纤内传播光的偏振方向。研究结果为设计偏振光纤提供了理论依据。

关键词 光纤光学; 各向异性; 双折射光纤; 波导方程; 截止频率

中图分类号 TN25 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0206004

Analysis of Propagation Properties of Polarized Wave in Uniaxial Anisotropic Crystal Fiber Core

Zhang Yanyu Li Qianghua

(Key Laboratory of Photoelectric Bandgap Materials, Ministry of Education, School of Physics & Electronic Engineering, Harbin Normal University, Harbin, Heilongjiang 150025, China)

Abstract A novel fiber model with isotropic crystal cladding, uniaxial anisotropic crystal fiber core that optical axis is parallel to the x -axis is proposed. The field intensity distribution is approximately obtained by waveguide equation. Using the transmission matrix method and numerical simulation method, the dispersion curves that the propagation constants β of o ray and e ray change with normalized frequency V are analyzed. By deeply analyzing the influence made by cores of optical fibers on dispersion curves, it is shown that the radii of optical fiber cores don't exert influence on cutoff frequency. Based on the above results, the curves that the propagation constants β of o ray and e ray change with optical fiber core are achieved respectively. By analyzing the influence of the dielectric constants on dispersion curves, it is indicated that the polarized direction of light in the fiber can be changed by the ratio of x directional dielectric constant and y directional dielectric constant in the certain range of normalized frequency propagating in the fiber. This work provides a theoretical foundation for designing the polarization fiber.

Key words fiber optics; anisotropy; birefringent fiber; waveguide equation; cutoff frequency

OCIS codes 060.2270; 060.2310; 060.2420

1 引 言

光纤偏振和色散特性^[1-4]的研究由来已久,也是当前光纤研究热点问题。以往研究光纤双折射主要集中在外界应力作用因素和光纤椭圆度对光纤双折射的影响^[5-6]。最早由 Stevenson 等^[7]和 Cozens^[8]提出将单轴各向异性晶体作为光纤芯,并

理论上研究了其色散曲线和截止特性;近年张晓萍等^[9]提出将单轴各项异性晶体作为内包层的双包层 W 型光纤,得出了此类双包层光纤比普通双包层光纤有更大的零色散点调节范围的结论;李丽君等^[10]提出将单轴各项异性晶体作为布拉格光纤光栅包层,并对反射波进行了理论模拟,得出包层纤芯主轴

收稿日期: 2013-08-12; **收到修改稿日期**: 2013-10-15

作者简介: 张岩宇(1983—),男,硕士研究生,主要从事光纤偏振方面的研究。E-mail: zyy1827@163.com

导师简介: 励强华(1963—),男,博士,教授,主要从事光纤无源器件的特性及应用等方面的研究。

E-mail: lqh0118@126.com(通信联系人)

折射率比对反射率随波长变化曲线有很大影响;吕丁成等^[11]提出将单轴晶体作为啁啾光纤光栅包层,并对其研究表明在电光和弹光效应下可以改变布拉格波长和反射谱,但以上研究集中在光轴沿 z 轴方向的单轴晶体。已有许多学者研究以光轴为 x 轴的光纤偏振特性,如偏振模色散^[2]、拍节现象^[12]等,但是关于色散曲线及偏振光截止频率特性鲜有人研究。本文主要对光轴沿 x 轴方向的单轴晶体作为光纤芯,包层为各项同性材料的模型为研究对象,通过波导方程得出场强分布,利用边界条件得出色散曲线并分析了光纤芯半径对色散方程的影响;分析了介电常数对色散曲线的影响。

2 理论分析

2.1 波导场方程

根据研究的光纤模型,包层为各向同性介质,其介电常数为 ϵ_2 ;纤芯为单轴晶体,其半径为 a ,光轴为 x 轴方向。当选取主轴与 z 坐标重合时,光纤芯

三个主轴的介电常数为 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 并且满足 $\epsilon_x \neq \epsilon_y = \epsilon_z$ 。在弱导近似下 o 光和 e 光不发生耦合。其波导场方程可以近似表示为^[13]

$$\begin{cases} \nabla_t^2 \mathbf{E} + (\omega^2 \mu_0 \epsilon_2 - \beta^2) \mathbf{E} = \mathbf{0} \\ \nabla_t^2 \mathbf{H} + (\omega^2 \mu_0 \epsilon_2 - \beta^2) \mathbf{H} = \mathbf{0} \end{cases}, \quad r > a \quad (1)$$

$$\begin{cases} \nabla_t^2 \mathbf{E} + (\omega^2 \epsilon_x \mu_0 - \beta^2) \mathbf{E} = \mathbf{0} \\ \nabla_t^2 \mathbf{H} + (\omega^2 \epsilon_x \mu_0 - \beta^2) \mathbf{H} = \mathbf{0} \end{cases}, \quad r < a \quad (2)$$

$$\begin{cases} \nabla_t^2 \mathbf{E} + (\omega^2 \epsilon_t \mu_0 - \beta^2) \mathbf{E} = \mathbf{0} \\ \nabla_t^2 \mathbf{H} + (\omega^2 \epsilon_t \mu_0 - \beta^2) \mathbf{H} = \mathbf{0} \end{cases}, \quad r < a \quad (3)$$

式中光纤芯的介电常数 $\epsilon_t = \epsilon_y = \epsilon_z, \beta$ 为传播常数, $\epsilon_x > \epsilon_2, \epsilon_t > \epsilon_2$, (1)式为包层内波导方程, (2)式为纤芯内 e 光波导方程, (3)式为纤芯内 o 光波导方程。

2.2 场强分布

由(1)~(3)式和分离变量法得出纵向场 E_z, H_z 在柱坐标下的解,再根据横向场和纵向场分量之间的关系,求解出波导场横向分量的解:

$$\begin{cases} E_r = i \left(\frac{a}{W} \right)^2 \left[\beta \left(\frac{W}{a} \right) CK'_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) + \frac{i \omega \mu_0 m}{r} DK_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta) \\ E_\theta = i \left(\frac{a}{W} \right)^2 \left[\frac{i \beta n}{r} CK_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) - \omega \mu_0 \left(\frac{W}{a} \right) DK'_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta), \quad r > a, \\ E_z = CK_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) \exp(im\theta) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} H_r = i \left(\frac{a}{W} \right)^2 \left[-\frac{i \alpha \epsilon_2 m}{r} CK_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) + \left(\frac{W}{a} \right) \beta DK'_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta) \\ H_\theta = i \left(\frac{a}{W} \right)^2 \left[\left(\frac{W}{a} \right) \omega \epsilon_2 CK'_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) + i \frac{\beta n}{r} DK_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta), \quad r > a, \\ H_z = DK_m \left(\frac{W \cdot r}{a} \right) \exp(im\theta) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} E_r = -i \left(\frac{a}{U_1} \right)^2 \left[\beta \left(\frac{U_1}{a} \right) A_1 J'_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) + \frac{i \omega \mu_0 m}{r} B_1 J_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta) \\ E_\theta = -i \left(\frac{a}{U_1} \right)^2 \left[\frac{i \beta n}{r} A_1 J_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) - \omega \mu_0 \left(\frac{U_1}{a} \right) B_1 J'_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta), \quad r < a, \\ E_z = A_1 J_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) \exp(im\theta) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} H_r = -i \left(\frac{a}{U_1} \right)^2 \left[-\frac{i \alpha \epsilon_t m}{r} A_1 J_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) + \left(\frac{U_1}{a} \right) \beta B_1 J'_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta) \\ H_\theta = i \left(\frac{a}{U_1} \right)^2 \left[\left(\frac{U_1}{a} \right) \omega \epsilon_t A_1 J'_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) + \frac{i \beta n}{r} B_1 J_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) \right] \exp(im\theta), \quad r < a, \\ H_z = B_1 J_m \left(\frac{U_1 \cdot r}{a} \right) \exp(im\theta) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} E_r = -i\left(\frac{a}{U_2}\right)^2 \left[\beta \left(\frac{U_2}{a}\right) A_2 J'_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) + \frac{i\omega\mu_0 m}{r} B_2 J_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) \right] \exp(im\theta) \\ E_\theta = -i\left(\frac{a}{U_2}\right)^2 \left[\frac{i\beta n}{r} A_2 J_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) - \omega\mu_0 \left(\frac{U_2}{a}\right) B_1 J'_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) \right] \exp(im\theta), \quad r < a, \\ E_z = A_1 J_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) \exp(im\theta) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} H_r = -i\left(\frac{a}{U_2}\right)^2 \left[-\frac{i\omega\epsilon_z m}{r} A_2 J_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) + \left(\frac{U_2}{a}\right) \beta B_2 J'_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) \right] \exp(im\theta) \\ H_\theta = i\left(\frac{a}{U_2}\right)^2 \left[\left(\frac{U_2}{a}\right) \omega\epsilon_z A_2 J'_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) + \frac{i\beta n}{r} B_2 J_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) \right] \exp(im\theta) \quad , \quad r < a, \\ H_z = B_2 J_m \left(\frac{U_2 \cdot r}{a}\right) \exp(im\theta) \end{cases} \quad (9)$$

式中(4)、(5)式为包层场强分布,(6)、(7)式为光纤芯内 o 光场强分布,(8)、(9)式为光纤芯内 e 光场强分布, C、D、A₁、B₁、A₂ 和 B₂ 为待定常数,参量

$$U_1 = a \sqrt{\omega^2 \epsilon_t \mu_0 - \beta^2}, \quad U_2 = a \sqrt{\omega^2 \epsilon_x \mu_0 - \beta^2}, \quad W = a \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_2 \mu_0},$$

J_m 为第一类 Bessel 方程, K_m 为第三类 Bessel 方程。

2.3 色散方程

利用波动方程的解(4)~(9)式和波导场分量边界条件 o 光和 e 光 E_z 和 H_z 在 r=a 连续, E_θ 和 H_θ 在 r=a 连续可以得到光纤芯内 o 光和 e 光的色散方程:

$$\begin{cases} m^2 \beta^2 \left(\frac{1}{U_1^2} + \frac{1}{W^2} \right)^2 = \left[\frac{J'_m(U_1)}{U_1 J_m(U_1)} + \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)} \right] \cdot \left[\frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_t}{U_1} \cdot \frac{J'_m(U_1)}{J_m(U_1)} + \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_t}{W} \frac{K'_m(W)}{K_m(W)} \right], \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} m^2 \beta^2 \left(\frac{1}{U_2^2} + \frac{1}{W^2} \right)^2 = \left[\frac{J'_m(U_2)}{U_2 J_m(U_2)} + \frac{K'_m(W)}{W K_m(W)} \right] \cdot \left[\frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_z}{U_2} \cdot \frac{J'_m(U_2)}{J_m(U_2)} + \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_z}{W} \frac{K'_m(W)}{K_m(W)} \right], \end{cases} \quad (11)$$

式中(10)式为 o 光的色散方程,(11)式为 e 光的色散方程。

3 计算结果及分析

3.1 色散方程

由于在光纤内可以传输多种模式,其光纤半径应远远大于单模光纤半径 10 μm。给定光纤结构参量取纤芯半径 a = 60 μm。在弱导近似条件下 ε_t ≈ ε_x, 即取 ε_t = 1.5, ε_x = 1.47。归一化频率 V² = U² + W², 在远离截止条件下 (W → ∞, U → 0) 简化(10)式,可以得到 o 光的 HE₁₁ 模、TE₀₁ 模、TM₀₁ 模、HE₁₂ 模、TE₀₂ 模、TM₀₂ 模的色散曲线如图 1 实线部分所示。在远离截止条件下简化(11)式,可以得到 e 光的 HE₁₁ 模、TE₀₁ 模、TM₀₁ 模、HE₁₂ 模、TE₀₂ 模、TM₀₂ 模的色散曲线如图 1 虚线部分所示。如图所示 o 光的 TE₀₁ 模和 TM₀₁ 模具有相同的色散曲线, TE₀₂ 模和 TM₀₂ 模具有相同的色散曲线,两种模式处于简并态; e 光的 TE₀₁ 模和 TM₀₁ 模具有相同的色散曲线, TE₀₂ 模和 TM₀₂ 模同样具有相同的色散曲线。o 光和 e 光各有不同的截止频率,传播常数 β 随归一化频率 V 增加而增加, o 光和 e 光中 HE₁₁ 模

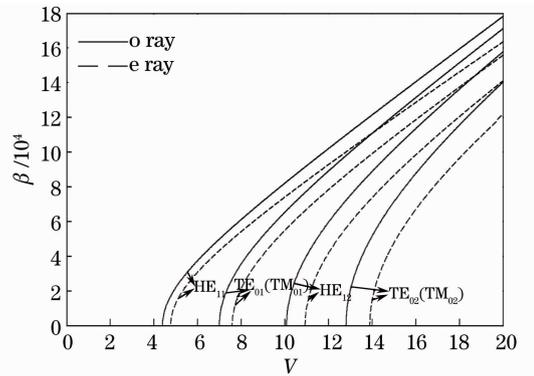


图 1 色散曲线

Fig. 1 Dispersion curves

截止频率最小为基模。

3.2 光纤芯半径对色散曲线影响分析

由图 1 分析可以得到 HE₁₁ 模为光纤内传播模式的基模,所以对 HE₁₁ 模的分析具有重要意义。以 HE₁₁ 模为研究对象,在弱导近似条件下 ε_t ≈ ε_x, 所以取 ε_x = 1.47, ε_t = 1.5。在远离截止条件时,光纤芯半径对 o 光色散曲线的影响如图 2 所示。光纤芯半径对 e 光色散曲线的影响如图 3 所示,从图 3 中可得到光纤芯半径不改变 o 光和 e 光的截止频率。光纤芯对传播常数有影响,如图 4 所示, o 光的传播

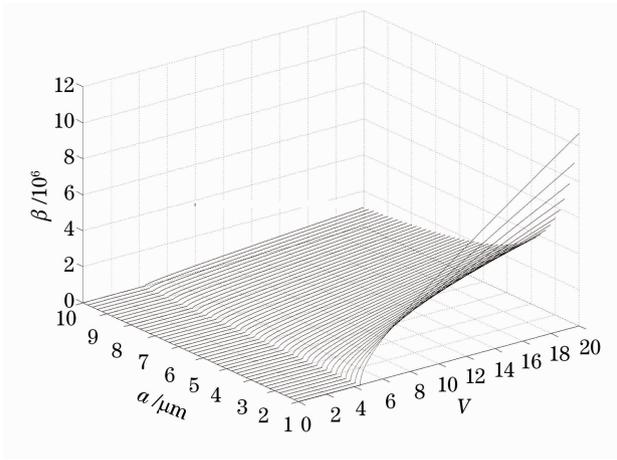


图 2 半径取不同值时的 o 光色散曲线

Fig. 2 Dispersion curves of o ray with different radii

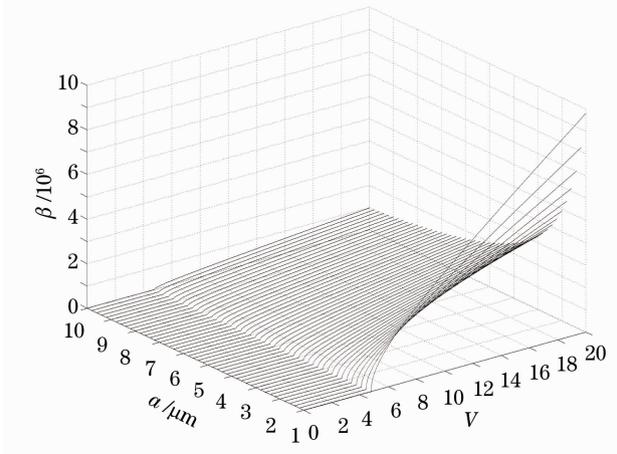


图 3 半径取不同值时的 e 光色散曲线

Fig. 3 Dispersion curves of e ray with different radii

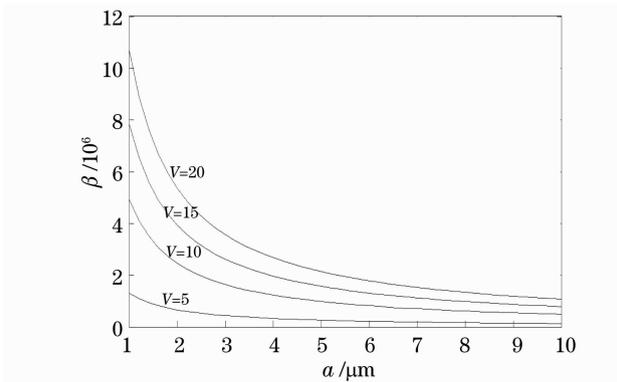


图 4 半径和 o 光传播常数关系

Fig. 4 Relationship between radius and propagation constant of o ray

常数随半径增加而缓慢减小;同样如图 5 所示,e 光的传播常数随半径增加而缓慢减小。在低频率段光纤半径对传播常数的影响很小,而在高频率段光纤半径对传播常数的影响很大。虽然在光纤制作过程中光纤半径是确定的,但光纤中传播光的归一化频

率是不固定的。光纤半径在 $10 \mu\text{m}$ 附近时,光纤内传播光的群速度趋近为 0,可以有效地减小色散(见图 2 和图 3)。

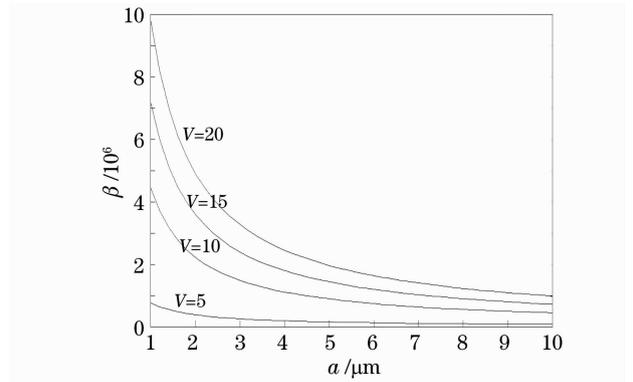


图 5 半径和 e 光传播常数关系

Fig. 5 Relationship between radius and propagation constant of e ray

3.3 介电常数对色散曲线影响分析

由图 1 分析可以得到 HE_{11} 模为光纤内传播模式的基模,所以对 HE_{11} 模的分析具有重要意义。以 HE_{11} 模为研究对象,o 光截止频率 V_{co} ,e 光截止频率 V_{ce} ,在远离截止条件下通过(10)、(11)式可以发现介电常数对 o 光和 e 光色散曲线影响相同,如图 6 所示,从图 6 中可以得到,传播常数随介电常数增加而增加。如图 7 所示截止频率随着介电常数增加而减小。引入正交介电常数参量 $R = \epsilon_x / \epsilon_t$,在弱导近似下 $R \approx 1$ 。如表 1 所示,当 $R < 1$ 时, $V_{co} < V_{ce}$,光纤内传输光的归一化频率 $V < V_{co}$ 时光纤内没有光通过,在 V_{co} 和 V_{ce} 之间时,光纤内只存在 o 光,即一束偏振光, $V > V_{ce}$ 时,光纤内存在两束互相垂直的偏振光;当 $R > 1$ 时, $V_{ce} < V_{co}$,光纤内传输光的归一化频率 $V < V_{ce}$ 时光纤内没有光通过,在 V_{ce} 和

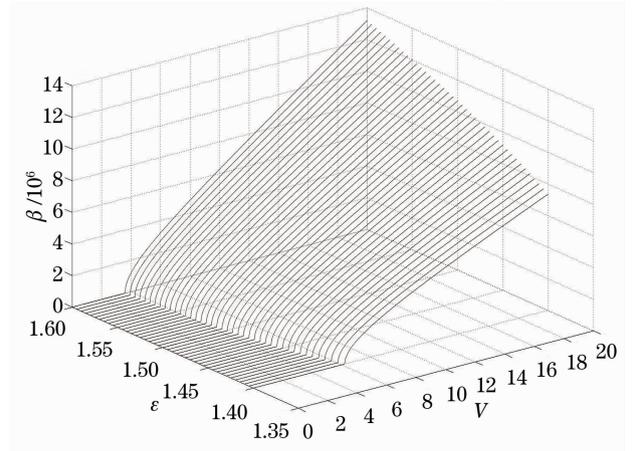


图 6 介电常数对色散曲线的影响

Fig. 6 Effects of dielectric constants on dispersion curves

V_{co} 之间时光纤内只存在 e 光, 即一束偏振光, $V > V_{co}$ 时, 光纤内存在两束互相垂直的偏振光; $R = 1$ 时为均匀光纤, 光纤内 o 光和 e 光为简并态。

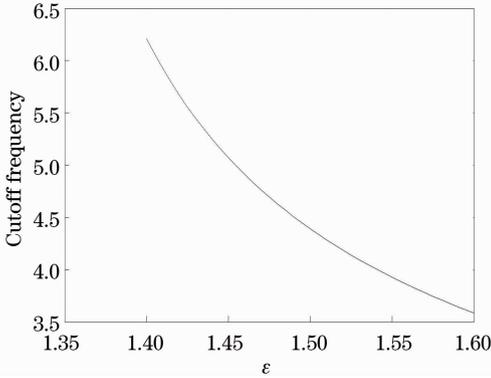


图 7 介电常数和截止频率关系

Fig. 7 Relationship between dielectric constant and cutoff frequency

表 1 介电常数和入射光归一化频率对偏振方向关系

Table 1 Dependence of polarized direction upon dielectric constant and normalized frequency of incident ray

$R < 1$	$V < V_{co}$	$V_{co} < V < V_{ce}$	$V_{ce} < V$
$V_{co} < V_{ce}$	Dark	o ray	o ray and e ray
$R > 1$	$V < V_{ce}$	$V_{ce} < V < V_{co}$	$V_{co} < V$
$V_{co} > V_{ce}$	Dark	e ray	o ray and e ray
$R = 1$	o ray is the same as e ray		

4 结 论

研究了单轴各向异性晶体为光纤芯的模型, 通过波导方程得到光纤包层和光纤芯的场强分布, 利用光纤包层和光纤芯场强边界条件得到 o 光和 e 光的色散方程。以 HE_{11} 模为例分析了光纤芯半径对色散曲线的影响, 结果表明光纤芯半径只对传播常数有影响而对截止频率没有影响, 传播常数随纤芯半径增加而缓慢减小。同样以 HE_{11} 为例分析了介电常数对色散曲线的影响, 结果表明介电常数对截止频率和传播常数都有影响, 传播常数随介电常数增加而增加, 截止频率随介电常数增加而减小, 通过分析光纤介电常数对色散曲线的影响, 发现当入射光的归一化频率在一定范围内时, 通过改变 x 方向和 y 方向介电常数的比值可以改变光纤内传播光的偏振方向。本文的研究结果可以为新型偏振光纤提供理论依据。

参 考 文 献

- Zeng Xiangye, Liu Jianfei, Zhao Qida. Study on dispersion and algorithm for polarization multiplexed fiber optics communication systems [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(2): 0206003. 曾祥烨, 刘剑飞, 赵启大. 偏振复用光纤通信系统色散均衡器及算法的研究[J]. 光学学报, 2012, 32(2): 0206003.
- Guan Shouhua, Yu Qingxu, Zheng Jianzhou. Study on the extreme characteristics of dispersion of photonic crystal fiber [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0806001. 关寿华, 于清旭, 郑建洲. 光子晶体光纤色散极值特性的研究[J]. 光学学报, 2012, 32(8): 0806001.
- Li Dan, Liu Min, Jian Duo, *et al.*. Characteristics of highly birefringent dual-core photonic crystal fibers [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(4): 0405005. 李丹, 刘敏, 简多, 等. 高双折射双芯光子晶体光纤特性[J]. 中国激光, 2012, 39(4): 0405005.
- Chen Haihuan, Chen Zilun, Zhou Xuanfeng, *et al.*. Numerical study of supercontinuum generation in photonic crystal fibers with two zero dispersion wavelengths [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(s2): s205002. 陈海寰, 陈子伦, 周旋风, 等. 双零色散波长光子晶体光纤中产生超连续谱的数值模拟[J]. 中国激光, 2012, 39(s2): s205002.
- Zhang Weigang. Principle and Application of Fiber Optics [M]. Tianjin: Nankai University Press, 2008. 110-115. 张伟刚. 光纤光学原理及应用[M]. 天津: 南开大学出版社, 2008. 110-115.
- Liao Yanbiao. Polarization Optics [M]. Beijing: Science Press, 2003. 156-183. 廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 156-183.
- J L Stevenson, R B Dyott. Optical fiber waveguide with a single-crystal core [J]. Electron Lett, 1974, 10(22): 449-450.
- J Cozens. Propagation in cylindrical fibers waveguide with a single-crystal core [J]. Electron Lett, 1976, 12(16): 413-415.
- Zhang Xiaoping, Tan Zhihong. Analysis of characteristics of doubly clad fibers influenced by birefringent single crystal cladding [J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22(8): 927-932. 张晓萍, 谭志红. 各向异性内包层对双包层光纤特性影响的分析[J]. 光学学报, 2002, 22(8): 927-932.
- Li Lijun, Ma Hui, Zhang Yanliang, *et al.*. Simulation of reflection spectrum of FBG with uniaxial anisotropic crystal cladding [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(13): 130201. 李丽君, 马辉, 张艳亮, 等. 单轴晶体包层光纤 Bragg 光栅反射谱特性模拟研究[J]. 物理学报, 2012, 61(13): 130201.
- Lü Dingcheng, Zhang Xiaoping. Theoretical study on electrooptic effect and elasto-optic effect in chirped fiber grating with uniaxial crystal cladding [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(8): 1025-1029. 吕丁成, 张晓萍. 单轴晶体包层啁啾光纤光栅中电光效应和弹光效应的理论研究[J]. 光学学报, 2005, 25(8): 1025-1029.
- Jian Nuan, Li Zhizhong, Yang Huayong, *et al.*. Birefringence analysis of polarization maintaining fiber and research on characteristic of all-fiber beat-length experimental systems [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(7): 0706003. 姜暖, 李智忠, 杨华勇, 等. 偏光纤双折射分析及全光纤拍长测试方法比对研究[J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0706003.
- A W Snyder, J D Love. Optical Waveguide Theory [M]. London: Chapman and Hall, 1983. 715-730.

栏目编辑: 王晓球