面向水下双目视觉的改进张氏标定方法及实验

李光乐[1] 黄文有[2,3] 刘青松[3] 邓志燕[3]

([1] 华南理工大学机械与汽车工程学院，广东 广州 510640；[2] 华南理工大学电子与信息学院，广东 广州 510640
[3] 中科华核电技术研究院有限公司，广东 深圳 518124)

摘要 为了提高水下摄像机标定精度，建立了综合考虑径向畸变和切向畸变的水下摄像机非线性数学模型，以张氏标定方法为基础，并结合 Jean-Yves Bouguet 灭点标定方法提出了一种改进张氏标定方法，为验证所提改进张氏标定方法的可靠性，与张氏标定方法进行了水下标定对比实验。实验结果表明，该方法精确可靠，较张氏标定方法具有参数求取精度更高、重投影平均误差更小等优势，所求取的结果与实际情况更接近。

关键词 摄像机标定；非线性模型；摄像机畸变；张氏标定方法

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201434.1215006

Improved Zhang's Calibration Method and Experiments for Underwater Binocular Stereo-Vision

Li Guangle[1] Huang Wenyou[2,3] Liu Qingsong[3] Deng Zhiyan[3]

[1] *School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong* 510640, *China*
[2] *School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong* 510640, *China*
[3] *China Nuclear Power Technology Research Institute Co., Ltd., Shenzhen, Guangdong* 518124, *China*

Abstract An improved Zhang's calibration method is proposed, combined with Jean-Yves Bouguet vanishing point calibration method, aiming at improving the accuracy of underwater camera calibration and the establishment of nonlinear mathematical model which has a comprehensive consideration of radial distortion and tangential distortion on cameras underwater. In order to verify the feasibility and robustness of the improved method, underwater calibration experiments are carried out compared with Zhang's calibration method. The experimental results show that both of the two methods have strong robustness, however, compared with Zhang's calibration method, the improved one can achieve higher accuracy with smaller reprojection average error and the calibration results are closer to the actual results.

Key words camera calibration; nonlinear model; camera distortion; Zhang's calibration method

OCIS codes 150.1135; 150.1488; 150.3045; 040.1490

1 引 言

摄像机的标定是机器人视觉中的重要组成部分，所谓摄像机标定，就是根据给定的摄像机模型求取摄像机的内部参数和外部参数[1]。实际摄像机模型不可避免地受透镜加工和安装等因素的影响存在畸变，表现为非线性[2]。非线性模型标定方法又以张氏标定方法为代表，张氏标定方法[3]首先是获得不考虑摄像机畸变的线性参数初步数值，并利用初步数值对非线性参数进行迭代，标定方法简单且精度较高。但是，算法迭代的本质是对初值十分敏感

收稿日期： 2014-07-11；**收到修改稿日期：** 2014-07-27

基金项目： 国家 863 计划(2011AA040201)

作者简介： 李光乐(1990—)，男，硕士研究生，主要从事机器人视觉方面的研究。E-mail: hnrlgl@163.com

导师简介： 黄文有(1967—)，男，高级工程师，主要从事核电站智能装备方面的研究。
E-mail: huangwenyou@cgnpc.com.cn(通信联系人)

的，而张氏标定方法求取的线性参数初步数值由于没有考虑摄像机畸变，故精度较低，对后续迭代结果产生较大影响[4-5]。而 Bougue 等[6]提出的灭点法是根据灭点的基本属性找出相机内参数与灭点之间的关系，在求取线性参数上具有其他方法无法比拟的优势，能够弥补张氏标定方法求取线性参数初步数值精度低的问题。对于水下摄像机成像模型，不仅因为透镜加工和安装等因素的影响存在径向畸变，还因为水对光的吸收和水中粒子对光的散射引起光衰减，使得水下图像对比度低，噪声明显，水中介质交换引起的光折射使得光学系统光心和几何中心不一致性更加严重，存在切向畸变，所以水下摄像机的非线性成像模型中，必须同时考虑径向畸变和切向畸变[7-10]。

为了提高水下摄像机标定精度，建立了综合考虑径向畸变和切向畸变的水下摄像机非线性数学模型，然后以张氏标定方法为基础，并结合 Jean-Yves Bouguet 灭点标定方法提出了一种改进张氏标定方法，其思路为：通过线性标定求得单应性矩阵 $\boldsymbol{H}$，然后求得灭点坐标，利用灭点求得焦距作为 $\boldsymbol{A}$ 的初始值；通过 $\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{A}$ 求得每幅模板的外参数值；设置畸变参数使 k_{c1}、k_{c2}、k_{c3}、k_{c4} 的初始值为零；将这些所求得的参数作为非线性搜索的初始值，通过非线性优化得到摄像机内、外参数的最终估计。为验证所提出的改进张氏标定方法的可靠性，与张氏标定方法进行了水下标定对比实验。

2　水下摄像机非线性成像数学模型

设空间点 P 在世界坐标系中的坐标为$(X_\mathrm{w}, Y_\mathrm{w}, Z_\mathrm{w})$，在摄像机坐标系中的坐标为$(X_\mathrm{c}, Y_\mathrm{c}, Z_\mathrm{c})$，在图像平面坐标系中的实际像点的归一化坐标为$(x_\mathrm{n}, y_\mathrm{n})$，理想像点的归一化坐标为$(\tilde{x}_n, \tilde{y}_n)$，在图像像素坐标系中的像素坐标$(u, v)$；内参数矩阵为 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} f_x & f_x\alpha_c & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，$f_x$ 为焦距 f 在水平方向上的像素距离，f_y 为焦距 f 在垂直方向上的像素距离，α_c 为变形因子，(u_0, v_0) 为主点坐标，是光轴中心线在成像平面的交点的图像像素坐标；外参数矩阵为 $[\boldsymbol{R}\quad \boldsymbol{T}]$，$\boldsymbol{R}$ 为旋转矩阵，$\boldsymbol{R}=[\boldsymbol{r}_1\quad \boldsymbol{r}_2\quad \boldsymbol{r}_3]=\begin{bmatrix} r_{1x} & r_{2x} & r_{3x} \\ r_{1y} & r_{2y} & r_{3y} \\ r_{1z} & r_{2z} & r_{3z} \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$、$\boldsymbol{r}_3$ 分别为世界坐标系 X_w、Y_w、Z_w 轴在摄像机坐标系中的方向向量，$\boldsymbol{T}$ 为平移矩阵，$\boldsymbol{T}=[\boldsymbol{t}]=[t_x\quad t_y\quad t_z]^\mathrm{T}$，$(t_x, t_y, t_z)$ 为世界坐标系的坐标原点在摄像机坐标系中的坐标；径向畸变 δ_r 在 x 方向和 y 方向上的分量分别为 δ_{r_x} 和 δ_{r_y}，切向畸变 δ_t 在 x 方向和 y 方向上的分量分别为 δ_{t_x} 和 δ_{t_y}；$K=[k_{c1}\quad k_{c2}\quad k_{c3}\quad k_{c4}]$为摄像机非线性畸变系数，$k_{c1}$、$k_{c2}$ 为径向畸变系数，k_{c3}、k_{c4} 为切向畸变系数。

摄像机的非线性成像过程可分为线性映射和非线性变换，其中线性映射如(1)式所示，即空间点在世界坐标系下的三维坐标映射到理想的像点图像平面坐标，其中非线性变换如(2)式所示，即图像平面坐标系中的理想点坐标到实际点坐标的变换。在摄像机非线性模型中，引入的非线性参数过多，非但不能提高求解精度，反而会引起解的不稳定性。针对水下摄像机的非线性成像模型，且为了保证求解精度和求解稳定性，综合选取了四阶透镜径向畸变和不考虑薄棱镜畸变的切向畸变。采用的非线性成像数学模型如(1)～(3)式。

线性映射：

$$Z_\mathrm{c} \times \begin{bmatrix} \tilde{x}_n \\ \tilde{y}_n \\ 1 \end{bmatrix} = [\boldsymbol{R}\quad \boldsymbol{T}] \times \begin{bmatrix} X_\mathrm{w} \\ Y_\mathrm{w} \\ Z_\mathrm{w} \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

非线性变换：

$$\begin{aligned} x_\mathrm{n} &= \tilde{x}_n + \delta_{r\_x} + \delta_{t\_x} = (1 + k_{c1} r^2 + k_{c2} r^4)\tilde{x}_n + 2k_{c3}\tilde{x}_n\tilde{y}_n + k_{c4}(3\tilde{x}_n^2 + \tilde{y}_n^2) \\ y_n &= \tilde{y}_n + \delta_{r\_y} + \delta_{t\_y} = (1 + k_{c1} r^2 + k_{c2} r^4)\tilde{y}_n + k_{c3}(3\tilde{x}_n^2 + \tilde{y}_n^2) + 2k_{c4}\tilde{x}_n\tilde{y}_n. \end{aligned} \tag{2}$$

内参数变换：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A \times \begin{bmatrix} x_\mathrm{n} \\ y_\mathrm{n} \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

3 改进张氏标定方法

3.1 摄像机内参数求解

从单应性矩阵中提取灭点，已知单应性矩阵 $\boldsymbol{H}=[\boldsymbol{h}_1 \quad \boldsymbol{h}_2 \quad \boldsymbol{h}_3]=\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & h_9 \end{bmatrix}$，满足(4)式：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} X_{\mathrm{w}} \\ Y_{\mathrm{w}} \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

设世界坐标系位于棋盘格标定板平面，且原点位于棋盘左上角，X、Y 分别平行棋盘矩形的两边，则棋盘矩形两对平行线的交点以及对角线与灭线的交点在世界坐标系下分别表示为(1,0,0)、(0,1,0)、(1,1,0)、(−1,1,0)，设灭点 v_1、v_2、v_3、v_4 的像素齐次坐标分别为 $\boldsymbol{v}_1^p \simeq [a_1 \quad b_1 \quad c_1]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{v}_2^p \simeq [a_2 \quad b_2 \quad c_2]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{v}_3^p \simeq [a_3 \quad b_3 \quad c_3]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{v}_4^p \simeq [a_4 \quad b_4 \quad c_4]^{\mathrm{T}}$，则由(4)式得：

$$\begin{bmatrix} s_1 u_1 & s_2 u_2 & s_3 u_3 & s_4 u_4 \\ s_1 v_1 & s_2 v_2 & s_3 v_3 & s_4 v_4 \\ s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \end{bmatrix} = \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

式中 s_1、s_2、s_3、s_4 为每一个灭点的深度系数。

则得灭点的像素坐标：$\boldsymbol{v}_1^p=\boldsymbol{h}_1$，$\boldsymbol{v}_2^p=\boldsymbol{h}_2$，$\boldsymbol{v}_3^p=\boldsymbol{h}_1+\boldsymbol{h}_2$，$\boldsymbol{v}_4^p=-\boldsymbol{h}_1+\boldsymbol{h}_2$。

规格化：$\boldsymbol{v}_1^p=\dfrac{\boldsymbol{v}_1^p}{\|\boldsymbol{v}_1^p\|}$，$\boldsymbol{v}_2^p=\dfrac{\boldsymbol{v}_2^p}{\|\boldsymbol{v}_2^p\|}$，$\boldsymbol{v}_3^p=\dfrac{\boldsymbol{v}_3^p}{\|\boldsymbol{v}_3^p\|}$，$\boldsymbol{v}_4^p=\dfrac{\boldsymbol{v}_4^p}{\|\boldsymbol{v}_4^p\|}$。

则焦距的方程组：

$$\begin{cases} \dfrac{a_1 a_2}{f_x^2}+\dfrac{b_1 b_2}{f_y^2}+c_1 c_2=0 \\ \dfrac{a_3 a_4}{f_x^2}+\dfrac{b_3 b_4}{f_y^2}+c_3 c_4=0 \end{cases}. \tag{6}$$

令 $\boldsymbol{u}=[u_1/u_2]^{\mathrm{T}}=[1/f_x^2 \quad 1/f_y^2]^{\mathrm{T}}$，则有：$F_i\boldsymbol{u}=\boldsymbol{b}_i$。

其中：$F_i=\begin{bmatrix} a_1 a_2 & b_1 b_2 \\ a_3 a_4 & b_3 b_4 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{b}_i=-\begin{bmatrix} c_1 c_2 \\ c_3 c_4 \end{bmatrix}$。

如果参与标定的图像数量为 N，每幅图都满足上述方程，将 N 个上述方程叠加起来，则得到如下超定方程组：

$$F\boldsymbol{u}=\boldsymbol{b}, \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ a_{i1}a_{i2} & b_{i1}b_{i2} \\ a_{i3}a_{i4} & b_{i3}b_{i4} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{b}=-\begin{bmatrix} \vdots \\ c_{i1}c_{i2} \\ c_{i3}c_{i4} \\ \vdots \end{bmatrix}$。

利用最小二乘法解上述超定方程组，得像素焦距：

$$\boldsymbol{f}=\mathrm{sqrt}[\mathrm{abs}(1./\boldsymbol{u})], \tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{f}=[f_x \quad f_y]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{u}=\mathrm{inv}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}$。

当 f_x、f_y 被求解出来后，令主点坐标(u_0, v_0)为图像的中点的坐标，这时内参数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 初值完全确定。

3.2 单模板外参数求解

已求得内参数 $\boldsymbol{A}$ 后，由 $H=\lambda A[\boldsymbol{r}_1 \quad \boldsymbol{r}_2 \quad \boldsymbol{r}]$（$\lambda$ 为尺度因子）和 $H=\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_4 & h_5 & h_6 \\ h_7 & h_8 & h_9 \end{bmatrix}$得：

$$\lambda=\frac{1}{\|A^{-1}[h_1 \quad h_4 \quad h_7]^{\mathrm{T}}\|}=\frac{1}{\|A^{-1}[h_2 \quad h_5 \quad h_8]^{\mathrm{T}}\|},$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_1 &=\lambda A^{-1}[h_1 \quad h_4 \quad h_7]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{r}_2 &=\lambda A^{-1}[h_2 \quad h_5 \quad h_8]^{\mathrm{T}}, \\ \boldsymbol{r}_3 &=\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2, \\ \boldsymbol{t} &=\lambda A^{-1}[h_3 \quad h_6 \quad h_9]^{\mathrm{T}}. \end{aligned}$$

3.3 摄像机全体参数的极大似然估计

本步骤的目的为：利用所有的控制点，求取摄像机的全体参数的极大似然估计值，包括内参数 $\{A \quad k_{c1} \quad k_{c2} \quad k_{c3} \quad k_{c4}\}$ 和各模板的外参数 $\{\{R_1 \quad T_1\} \quad \cdots\cdots \quad \{R_N \quad T_N\}\}$（假设有 N 幅模板），并将所得的估计值作为摄像机参数的最终估计。

$\{R_j \quad T_j\}$为第 j 幅模板的外参数，每幅模板上有 I 个控制点，则总共有 $N\times I$ 个控制点。令 $\{m_{ji} \quad M_{ji}\}$为第 j 幅模板上的第 i 个控制点。

令 $\breve{m}_{ji}(A \quad k_{c1} \quad k_{c2} \quad k_{c3} \quad k_{c4} \quad R_j \quad T_j)$为控制点的理想图像坐标，是 M_{ji} 在参数 $\{A \quad k_{c1} \quad k_{c2} \quad k_{c3} \quad k_{c4}\}$和$\{R_j \quad T_j\}$下的投影，根据(1)～(3)式得：

$$Z_{\mathrm{c}}[\tilde{x}_n \quad \tilde{y}_n \quad 1]^{\mathrm{T}}=[X_{\mathrm{c}} \quad Y_{\mathrm{c}} \quad Z_{\mathrm{c}}]^{\mathrm{T}},$$

$$[X_{\mathrm{c}} \quad Y_{\mathrm{c}} \quad Z_{\mathrm{c}}]^{\mathrm{T}}=[R_j \quad T_j][M_{ji}^{\mathrm{T}} \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}},$$

$$[\breve{m}_{ji}(A \quad k_{c1} \quad k_{c2} \quad k_{c3} \quad k_{c4} \quad R_j \quad T_j)^{\mathrm{T}} \quad 1]^{\mathrm{T}}=A[x_{\mathrm{n}} \quad y_{\mathrm{n}} \quad 1]^{\mathrm{T}}.$$

对噪声按一般情况建模。利用 $N\times I$ 个控制点，摄像机参数的极大似然估计为

$$\begin{Bmatrix} A & k_{c1} & k_{c2} & k_{c3} & k_{c4} \\ \{R_1 \quad T_1\} & \cdots\cdots & \{R_N \quad T_N\} \end{Bmatrix} = \arg\min \sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{I} \| m_{ji} - \breve{m}_{ji}(A \quad k_{c1} \quad k_{c2} \quad k_{c3} \quad k_{c4} \quad R_j \quad T_j) \|^2. \tag{9}$$

上述的非线性最小化问题可以利用 Levenberg-Marquardt 迭代算法求解，各参数迭代初始值为前面各步骤中求得的 A 和 $\{\{R_1 \quad T_1\} \quad \cdots\cdots \quad \{R_N \quad T_N\}\}$，而 k_{c1}、k_{c2}、k_{c3}、k_{c4} 的初值为零。

改进张氏标定方法与张氏标定方法的相同之处在于:平面单应性矩阵的最初始估计相同。与张氏标定方法的不同之处在于:从单应性矩阵进行内参数封闭解的估计有所不同,使用 Jean-Yves Bouguet 提出的正交灭点求摄像机的像素焦距,其次改进算法在初始阶段没有进行畸变系数初值的估计,最后的最大似然估计同时考虑了两项径向畸变和切向畸变。

4 水下标定对比实验及结果分析

4.1 实验设计

为了验证所提出的改进张氏标定方法的可靠性,与张氏标定方法进行了水下标定对比实验。首先,在水下环境中,用左右摄像机从不同方位采集 20 幅标定模板图像,然后,分别用张氏标定方法和改进张氏标定方法对采集的图像进行标定,最后,对标定结果进行对比分析。实验台如图 1 所示,实验台完全被水覆盖,水深为 58 cm。标定模板图案为棋盘格，模板外形尺寸为 200 mm×200 mm,阵列为 12×9,单个方格尺寸为 14 mm×14 mm,精度为 ±0.001 mm。