

任意光束形状和介质厚度的 Z 扫描技术

赵 刚^{1,2} 吕新杰^{1,2*} 秦亦强^{1,2}

(¹ 南京大学固体微结构物理国家重点实验室, 江苏 南京 210093)
(² 南京大学现代工程与应用科学学院, 江苏 南京 210093)

摘要 利用分步傅里叶算法结合坐标变换理论,建立了在光致折射率改变介质中任意形状光束的传输、聚焦模拟方法,能够用于计算任意光束形状、任意介质厚度的 Z 扫描开孔和闭孔拟合曲线。在薄介质和高斯光束条件下,该方法的拟合曲线与经典算法相吻合。在平顶光束情况下,该方法的拟合结果与实验数据基本一致。利用此方法测量了 LiTaO₃ 晶体的非线性吸收和非线性折射率系数,并对高斯光束和涡旋光束在厚介质中的 Z 扫描过程进行了分析。

关键词 激光光学; Z 扫描; 傅里叶变换; 厚介质

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201434.1214002

Z-Scan Technique of Arbitrary Beam Shape and Medium Thickness

Zhao Gang^{1,2} Lü Xinjie^{1,2} Qin Yiqiang^{1,2}

(¹ National Laboratory of Solid State Microstructures, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China)
(² College of Engineering and Applied Sciences, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China)

Abstract Based on split-step fast Fourier transform method and coordinate transformation, we establish simulation methods of propagation and focusing of arbitrary beam shape in the light-induced refractive index change medium, in order to calculate Z-scan opening and close aperture fitted curves of arbitrary beam shape and medium thickness. Under the conditions of thin medium and Gaussian beam, the fitting curve coincides with the classical algorithm. In the case of flat-top beam, the fitting results of this method are consistent with the experimental data. By using this method, the nonlinear absorption and nonlinear index coefficient of LiTaO₃ crystal are measured. Finally, the Z-scan process of Gaussian beam and vortex beam in thick media is analyzed.

Key words laser optics; Z-scan; Fourier transform; thick medium

OCIS codes 140.3580; 070.2575; 190.4400; 260.1180

1 引 言

Z 扫描技术^[1]由于实验装置结构简单,测量灵敏度高,被广泛应用于材料的三阶非线性折射率测量^[2],例如 LiTaO₃、LiNbO₃ 晶体的光折变系数、纳米颗粒^[3]、碳纳米管薄膜非线性测量^[4]等。它的主要原理是:利用样品在聚焦光束焦点附近沿光轴移动,测量远场光阑处的光强,通过对数据的处理,可以获得材料非线性吸收系数和非线性折射率的值。Z 扫描技术对激光束的横向光场分布(横模)要求较

高,而且一般要求样品厚度小于光束共焦长度^[5]。实际情况中,氙灯抽运的 Nd:YAG 激光器是一种常见的激光器构型,由于采用了高斯镜技术对光斑整形,其输出光斑为平顶光束,不易整形为基模高斯光束。文献报道采用一些特殊形状的光束,如平顶^[6]或高斯-贝塞尔光束^[7]能够提高 Z 扫描的灵敏度。另外一些样品由于厚度较长,不便于切薄并抛光制成薄介质,例如周期极化铌酸锂等晶体,长度一般为厘米量级。针对以上需求,本文开展了任意光束形

收稿日期: 2014-05-15; **收到修改稿日期:** 2014-07-10

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(11204128,11104131)

作者简介: 赵 刚(1977—),男,博士,工程师,主要从事光学超晶格材料及激光技术方面的研究。

E-mail: zhaogang@nju.edu.cn

* **通信联系人.** E-mail: myxinjie@gmail.com

状和任意介质厚度的 Z 扫描理论模拟研究,提出利用分步傅里叶变换算法对材料中的非线性传输进行计算,并结合坐标变换的方法,对光束聚焦和远场传输进行了处理,具有可计算任意光束形状、任意厚度介质的优点,并能够对光束在介质中传输的具体过程进行分析,对激光自聚焦、自散焦等形成机制开展研究。

2 理论模型

2.1 分步傅里叶算法

介质中微分分步傅里叶算法可简单描绘如下^[8]:

$$E(x, y, z + \Delta z) = \hat{P}\hat{A}\hat{L}\hat{A}\hat{P}E(x, y, z). \quad (1)$$

(1)式适用于步长很小的情况,误差与 $(\Delta z)^2$ 成正比。其中 $E(x, y, z)$ 是光场复振幅函数, z 为传播方向, x 和 y 为光场横向分布方向, \hat{P} 为传输算符, \hat{A} 为线性和非线性损耗算符, \hat{L} 为非线性折射率算符。在传输 Δz 距离内,单个算符 \hat{P} 、 \hat{A} 、 \hat{L} 的作用距离分别为 $\Delta z/2$ 、 $\Delta z/2$ 和 Δz 。传输算符 \hat{P} 为

$$\hat{P} = \exp(ik_0 n_0 \Delta z/2) \times \exp\left\{i \frac{\Delta z}{2} \left[\frac{\nabla_k^2}{(\nabla_k^2 + n_0^2 k_0^2)^{1/2} + n_0 k_0} \right]\right\}, \quad (2)$$

式中 k_0 、 n_0 分别是真空波矢与介质折射率, ∇_k^2 是拉普拉斯算符,在空间频率域表示为

$$\nabla_k^2 = -(k_x^2 + k_y^2), \quad (3)$$

其中, k_x 和 k_y 分别是在 x 和 y 方向的空间频率。光场复振幅从 (x, y) 坐标空间通过快速傅里叶变换(FFT)变到空间频率 k_x, k_y 空间,此时传输算符与光场振幅 $E(k_x, k_y)$ 的作用为直接相乘,然后再通过反向快速傅里叶变换(IFFT)变换到坐标空间。

损耗算符 \hat{A} 表示为

$$\hat{A} = \exp\left\{-[\alpha_0 + \alpha_{nl}(I)]\frac{\Delta z}{4}\right\}, \quad (4)$$

式中 α_0 是线性吸收系数, $\alpha_{nl}(I)$ 是非线性吸收系数, I 是光束空间强度分布,也是 $\{x, y, z\}$ 的函数。非线性吸收系数又可写为

$$\alpha_{nl} = \alpha_0 + \Delta\alpha(I) = \alpha_0 + \beta I(x, y, z), \quad (5)$$

式中 β 为非线性吸收系数。

非线性折射率算符 \hat{L} 为

$$\hat{L} = \exp\left\{i \frac{k_0 n_0}{2} \left[\frac{n^2(x, y, z)}{n_0^2} - 1 \right] \Delta z\right\}, \quad (6)$$

式中

$$n(x, y, z) = n_0 + \Delta n(x, y, z) = n_0 + \gamma I(x, y, z). \quad (7)$$

(7)式表示线性与非线性折射率之和, γ 为非线性折射率系数。

以上三个算符与复振幅光场相作用,结合快速傅里叶变换算法(如图1所示),可计算在克尔介质、热透镜介质中光束的自聚焦、自散焦传输。但是上述公式中都为微分算符,计算步长越小越准确。而Z扫描需要计算透镜聚焦、焦点附近传输、远场传输三个部分,上述算法只适用于计算焦点附近传输。图2(a)、

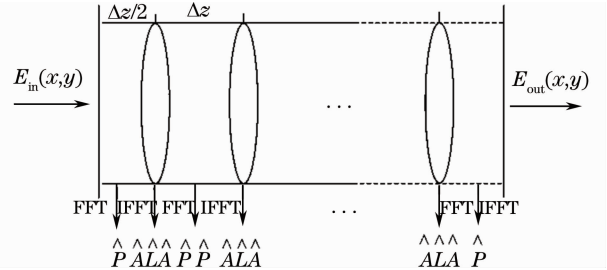


图1 分布傅里叶变换光束传输算法原理图

Fig. 1 Schematic of the split-step Fourier transform algorithm for beam propagation

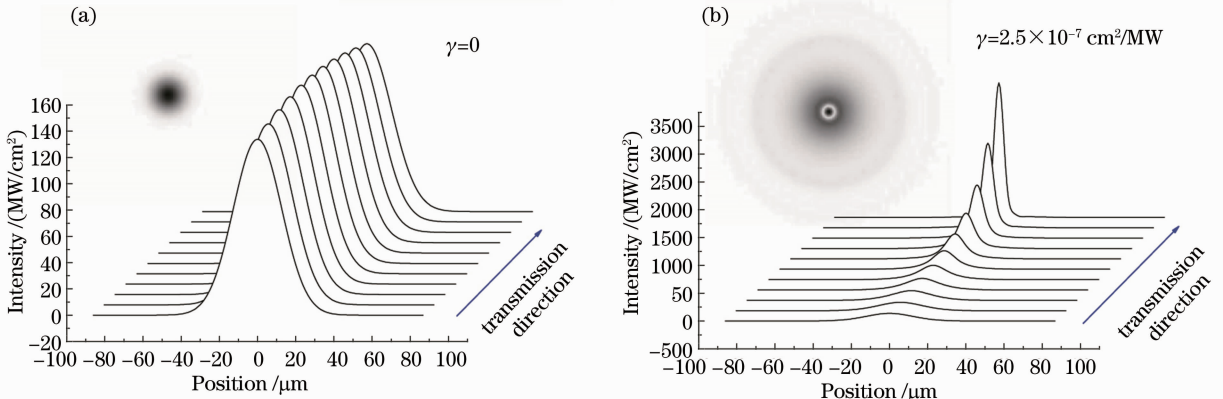


图2 晶体中光束传输及远场光斑形状的模拟结果

Fig. 2 Simulation results of beam propagation and for field spot shape in the crystal

(b) 计算了输入峰值功率为 150 MW/cm^2 的高斯光束在介质中焦点附近传输的过程, 其中晶体长度为 6 mm 。当 γ 为零时, 只在焦点附近峰值功率稍稍增强; 而当 $\gamma = 2.5 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{MW}$ 的时候, 由于自聚焦效果, 在晶体后端面的峰值功率会达到 3.5 GW/cm^2 , 同时光斑急剧缩小, 这正是晶体后端面容易损伤的原因之一。

2.2 坐标变换理论

对于光束的聚焦和远场传输, 可以根据惠更斯-菲涅耳衍射积分和快速傅里叶变换算法来实现。但是对于透镜聚焦的远场传输, 由于光束波面曲率过大, 根据 FFT 算法中取样定理的要求, 需要的采样点数非常多, 导致算法失去实用价值。为了解决这一问题, Sziklas 等^[9] 发展了坐标变换理论, 利用坐标变换的方法提取出球面波因子^[10], 使采样因子得到满足。聚焦过程波面示意图如图 3 所示, 对于具有较大曲率的波前, 考虑将球面波因子分离, 即

$$E_1(x_1, y_1) = U_1(x_1, y_1) \exp\left[-i \frac{k}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right],$$

$$E_2(x_2, y_2) = U_2(x_2, y_2) \exp\left[-i \frac{k}{2r}(x_2^2 + y_2^2)\right], \quad (8)$$

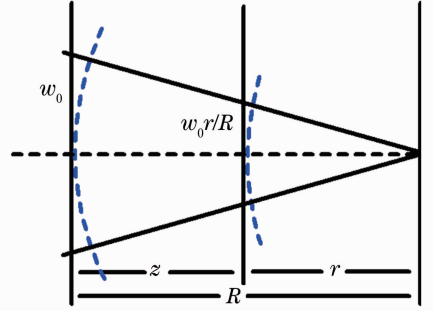


图 3 聚焦过程波面示意图

Fig. 3 Schematic of the focus wave front

式中 E_1, E_2 分别表示传输前和传输后的光场复振幅, $U_1(x_1, y_1), U_2(x_2, y_2)$ 表示去掉球形波前因子的复振幅, $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢, λ 为波长。图 3 中 w_0 是束腰半径, R 和 r 分别是传输前后曲率半径, z 是传输距离。参考图 3, 由几何光学可以得到 $z = R - r$ 。把(8)式代入菲涅耳衍射积分公式, 可得

$$U_2(x_2, y_2) \exp\left[-i \frac{k}{2R}(x_2^2 + y_2^2)\right] = \frac{1}{i\lambda z} \iint U_1(x_1, y_1) \exp\left[-i \frac{k}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \exp\left\{i \frac{k}{2z}[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1. \quad (9)$$

令 $\eta_x = \frac{R}{r}x_2, \eta_y = \frac{R}{r}y_2, \xi = \frac{R}{r}z$, 得

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{R}{r} \frac{1}{i\lambda \xi} \iint U_1(x_1, y_1) \exp\left\{\frac{ik}{2\xi}[(\eta_x - x_1)^2 + (\eta_y - y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1 = \frac{R}{r} F(x_1, y_1, \eta_x, \eta_y; \xi) E_2(x_2, y_2) = \frac{R}{r} F(x_1, y_1, \eta_x, \eta_y; \xi) \exp\left[-i \frac{k}{2r}(x_2^2 + y_2^2)\right], \quad (10)$$

式中 $F(x_1, y_1, \eta_x, \eta_y; \xi)$ 表示非会聚的平面波复振幅 $U_1(x_1, y_1)$ 传输到距离 ξ 处的菲涅耳衍射积分。傅里叶变换处理衍射积分的过程并不改变空间取样点的宽度, 即 $\Delta\eta_x = \Delta x_1, \Delta\eta_y = \Delta y_1$, 从而得到

$$\Delta x_2 = \frac{r}{R} \Delta\eta_x = \frac{r}{R} \Delta x_1, \quad \Delta y_2 = \frac{r}{R} \Delta\eta_y = \frac{r}{R} \Delta y_1. \quad (11)$$

这意味着在缩小的空间尺度上, 利用 FFT 方法得到近场的复振幅分布 $U_2(x_2, y_2)$ 。该方法的巧妙之处在于通过利用空间变换的方法, 把聚焦光束的传输转变成非聚焦光束的传输, 从而大大降低了采样精度的要求, 并使聚焦后的光斑具有放大显示的效果。采用相似的思路, 可以计算从聚焦点向远场的传输。

图 4 计算了 $\omega = 1 \text{ mm}$, 波长为 1064 nm 的高斯光束经过焦距为 100 mm 透镜的聚焦情况。当未采用坐标变换方法时, 由于采样边长为 5 mm , 焦点光斑分辨率过低; 当采用坐标变换方法之后, 将采样边长变换为 0.3 mm , 焦点光斑均匀, 计算得到的束腰半径为 $33.74 \mu\text{m}$, 而通过 ABCD 矩阵计算的束腰半径应为 $33.85 \mu\text{m}$, 误差仅有 0.32% 。

2.3 Z 扫描算法

光致折射率改变主要由晶体在强光辐照下产生的三阶非线性(克尔效应)、光致热光和光折变效应引起。由于作用机制不同, 三者的响应时间区别很大, 比较容易区分。Z 扫描原理如图 5 所示。图中激光器输出的高斯(或其他形状)光束经透镜聚焦, 样品置于焦点附近, 沿图中 z 轴方向移动。距离样

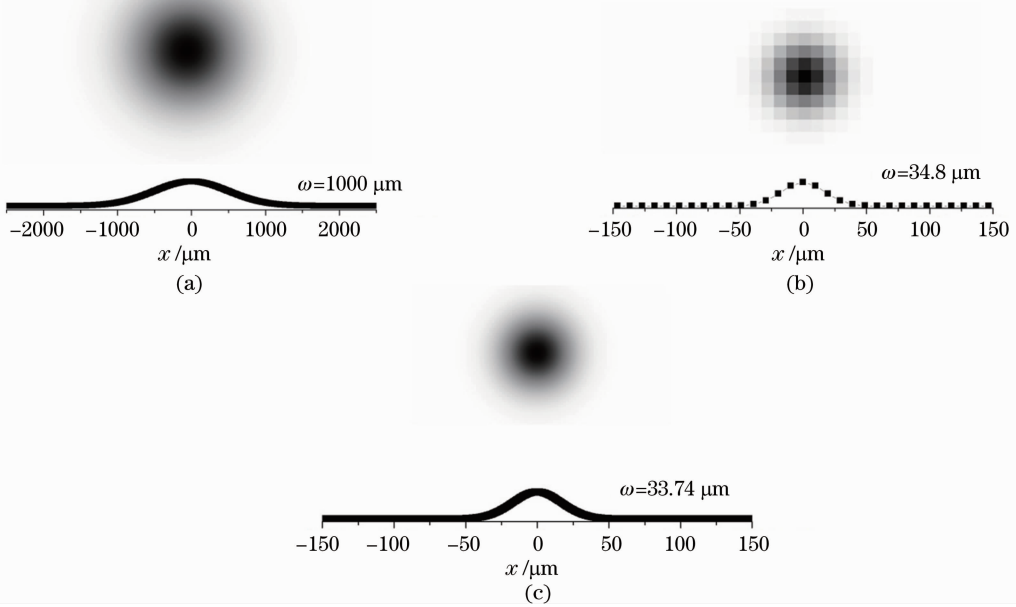


图 4 (a)入射高斯光束、(b)未经坐标变换的焦点光斑和(c)经过坐标变换的焦点光斑
 Fig. 4 (a) Original Gaussian beam, (b) focal spot without coordinate transformation and (c) with coordinate transformation

品较远处光束中心放置一可变光阑,探测器置于光阑后。当光阑开口较小时,称为闭孔 Z 扫描,此时由于样品具有克尔效应或热透镜效应等光致折射率改变效应,强聚焦的光束使其具有正透镜或负透镜效果,使远场光斑能量分布发生改变。当样品沿 z 轴移动时,由于光强变化,样品的聚焦或散焦效应大小变化,从而使探测器测量到的功率或能量发生改变。当光阑开口较大,光束完全通过光阑时,称为开孔 Z 扫描,此时由于光束被完全收集,光致折射率

系数 γ 不能影响测量结果;而当小孔开口较小时,探测器收集到的为光斑中心部分能量,与非线性吸收 β 和非线性折射率 γ 都有关。

本算法首先产生高斯(或其他空间形状)光束,与透镜相位因子矩阵相乘后,利用坐标变换的快速傅里叶算法得到晶体前端面光斑能量与相位分布,再利用分步傅里叶算法计算光束在晶体中的传输,最后再次通过坐标变换的快速傅里叶算法得到光阑处的光场。通过移动晶体位置,重复上述步骤,依次得到开孔与闭孔 Z 扫描数据。

3 模拟与实验结果

本节以高斯光束和平顶光束(高阶超高斯光束)为例,对模拟及实验结果进行比较。图 6 是利用坐标变换和快速傅里叶算法,对高斯光束与 50 阶超高斯光束焦点附近光斑进行的模拟结果对比。聚焦前,高斯光束和高阶超高斯光束束腰为 1 mm,计算区域边长为 5 mm,采样矩阵维数为 512×512 ,采用焦距为 300 mm 的透镜对光束进行聚焦。如果不进行坐标变换算法,聚焦后计算区域边长不变,聚焦光斑直径只有约 $50 \mu\text{m}$,聚焦后光斑内只有 5×5 个点,远远不能满足计算需求。而进行坐标变换聚焦算法后,计算区域边长变为 $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$,光斑内采样点为 25×25 个,可以满足计算需求。

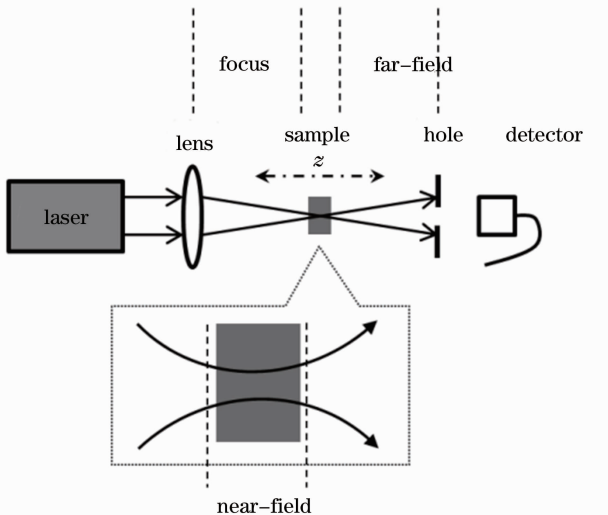


图 5 Z 扫描原理示意图
 Fig. 5 Schematic of Z-scan principle

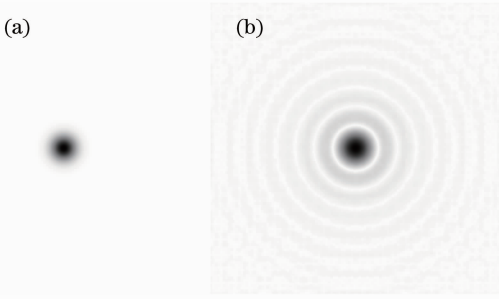


图 6 (a)高斯光束与(b)平顶光束聚焦后光斑对比
Fig. 6 Comparison of focus spot of (a) Gaussian beam and (b) top-hat beam

高斯光束与高阶超高斯光束在焦点的光斑如图 6 所示。高斯光束聚焦后仍为高斯光束，而高阶超高斯光束聚焦后会出现衍射环。由于焦点光斑强度分布不同，高斯光束与高阶超高斯光束的 Z 扫描结果也不同，一般来说，高阶超高斯光束的 Z 扫描灵敏度更高^[11]。

为了对本算法进行检验，首先与 Bahae 等^[1]提出的薄介质 Z 扫描解析算法进行了对比。采用相同的 Z 扫描配置和 1 mm 厚的同样参数样品进行模拟，分别用两种算法进行计算，结果如图 7 和图 8 所示。图中纵坐标“T”表示归一化透射率，横坐标 z 表示样品位置。由于设置该样品的非线性折射率系数为负值(负透镜)，因此随着 z 的增加，闭孔 Z 扫描的透率先增加后减小。由于数值算法数据量较大，因此只能拟合有限个数的离散数据点，与解析算法吻合。

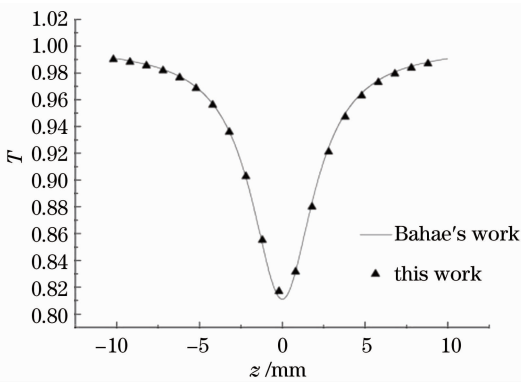


图 7 开孔 Z 扫描对比

Fig. 7 Comparison of opening aperture Z-scan results

平顶光束 Z 扫描与高斯光束 Z 扫描相比，灵敏度更高，在峰和谷部分会出现尖锐转折^[11]。用空间形状为平顶，波长为 532 nm 的脉冲激光对 1 mm 厚的 LiTaO₃ 晶体进行了 Z 扫描实验。LiTaO₃ 是一种优良的光电、压电和非线性频率变换晶体，抗损伤阈值较高，经常工作在强激光聚焦状况下，例如在倍

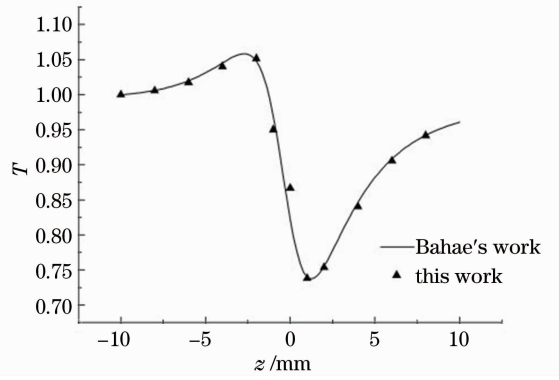


图 8 闭孔 Z 扫描对比

Fig. 8 Comparison of close aperture Z-scan results

频过程中，基频光峰值功率密度经常高达每平方米数十兆瓦。LiTaO₃ 的折射率为 2.2(532 nm)，非线性系数 $d_{33} = 30$ pm/V，在室温下具有较强的光折变特性。实验采用的 LiTaO₃ 为光学级单晶，正负 z 面进行了光学抛光，平行度小于 20"，面型小于 1/4λ，适合于进行 Z 扫描实验。为了避免热透镜效应干扰，激光器采样采用的输出频率为 10 Hz，脉冲长度为 5 ns，峰值功率高达 200 MW/cm²，而平均功率仅为毫瓦量级。闭孔 Z 扫描的实验结果如图 9 所示。由于 LiTaO₃ 晶体在常温存在光折变效应，非线性折射率系数为负数，因此 Z 扫描形状为先峰后谷。用文献^[1]中的解析算法对实验数据进行拟合(图 10)，发现拟合曲线与实验数据误差较大。拟合出的非线性损耗系数，非线性折射率系数 $\gamma = -8.5 \times 10^{-5}$ cm²/MW，折射率变化量 $\Delta n = -7.2 \times 10^{-5}$ 。而采用本文所述的数值算法进行拟合(图 10)，拟合数据与实验数据吻合较好，而且平顶光束 Z 扫描的尖峰特征明显，拟合得到的非线性损耗系数 $\beta = 0.04$ cm/MW，非线性折射率系数 $\gamma = -3 \times$

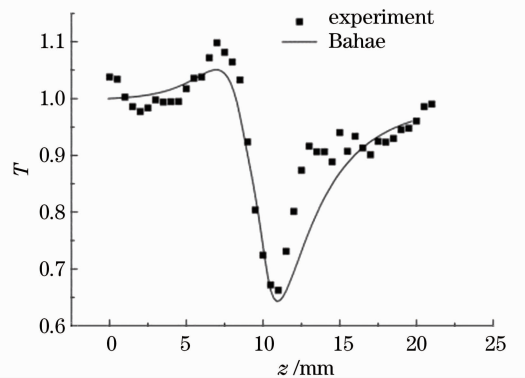


图 9 平顶光束闭孔 Z 扫描实验结果与高斯光束拟合结果

Fig. 9 Experimental result of top-hat close aperture Z-scan and fitting result using Gaussian beam

$10^{-5} \text{ cm}^2/\text{MW}$, 折射率变化量 $\Delta n = -2.7 \times 10^{-5}$ 。拟合曲线后端与实验曲线相差较大,这是由于光折变现象具有时间积累效应,而本实验数据点进行连续测量,当移动到后端时介质经过较长时间和较高强度光辐照,折射率改变还未来得及释放,从而造成实测数据偏低的现象。由于采用了快速傅里叶算法,Z扫描模拟算法的单点计算时间为秒量级(2.5 GHz CPU),整体运行时间视Z扫描移动次数而定,计算速度较快。

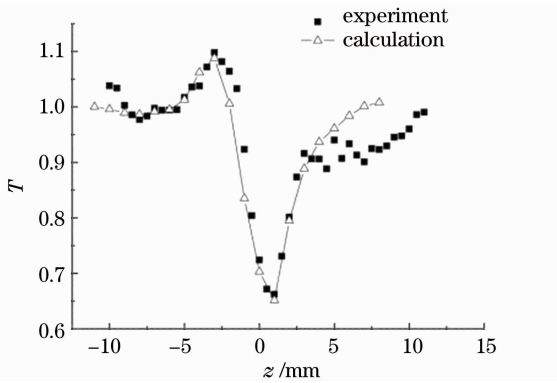


图 10 平顶光束闭孔 Z 扫描实验结果与平顶光束拟合结果

Fig. 10 Experimental result of top-hat close aperture Z-scan and fitting result using top-hat beam

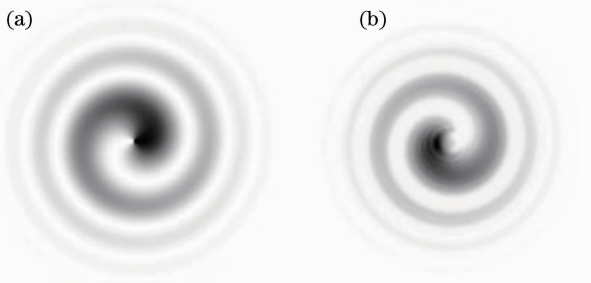


图 11 (a)入射涡旋光束和(b)探测器上的涡旋光束
Fig. 11 (a) Original vortex beam and (b) vortex beam at detector

为了验证入射光斑形状可变性及在厚介质中的 Z 扫描算法,采用高斯光束和涡旋光束两种入射光束进行 Z 扫描计算。涡旋光束定义如下:

$$E(r, \theta) = \exp(im\theta) + \exp\left(\frac{ir^2}{\omega^2}\right), \quad (12)$$

式中 θ 为辐角, m 为阶数。涡旋光束的强度由 $I(r, \theta) = E(r, \theta)E(r, \theta)^*$ 获得,如图 11 所示。高斯光束和涡旋光束的束斑半径均为 3 mm,波长为 1064 nm,经过焦距为 100 mm 透镜聚焦后,焦点光斑大小约为 10 μm 左右。晶体长度取 5 mm,根据 Z 扫描理论判据,晶体长度远远大于瑞利长度 $\frac{\pi\omega^2}{\lambda} = 0.3 \text{ mm}$,介质

属于厚介质,Z扫描的薄介质近似不能成立。在厚介质情况下,Hermann 等^[12]通过简化近似的方法计算了高斯光束的 Z 扫描曲线。图 12 对比了采用高斯光束和涡旋光束与 Hermann 方法的 Z 扫描计算结果,在高斯情况下,峰值位置与高度与 Hermann 方法相对应,而涡旋光束由于空间分布性质不同,峰值强度和曲线形状与 Hermann 方法差异较大,此部分内容将在后续工作中进行详细研究。

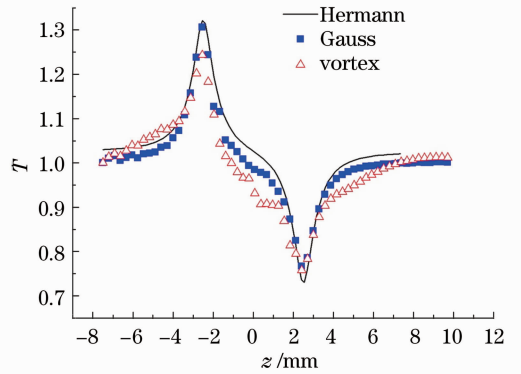


图 12 高斯光束、涡旋光束在厚介质中闭孔 Z 扫描计算结果(输入功率 1 W, $\gamma = -5 \times 10^{-14} \text{ m/W}$)

Fig. 12 Close aperture Z-scan simulation results in thick medium using Gaussian beam and vortex beam (input power is 1 W, $\gamma = -5 \times 10^{-14} \text{ m/W}$)

4 结 论

结合快速傅里叶变换和坐标变换算法,对激光的聚焦、在光致折射率变化介质中的传输和远场传输进行了数值模拟,建立了适用于任意光束形状、任意厚度介质的 Z 扫描算法。与薄介质、高斯光束 Z 扫描解析算法及平顶光束 Z 扫描实验数据进行了对比。与薄介质、高斯光束 Z 扫描解析算法对比,计算结果相互吻合。用该法和平顶高斯光束对 LiTaO₃ 晶体的非线性损耗和非线性折射率系数进行了测量,获得了平顶光束的特征 Z 扫描曲线。

参 考 文 献

- 1 M Sheik-Bahae, A A Said, W Tai-Huei, *et al.*. Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam [J]. IEEE J Quantum Electronics, 1990, 26(4): 760-769.
- 2 Liu Xiaodong, Guo Shengli, Hou Lantian, *et al.*. Studies on some features of the closed-aperture Z-scan curves with Gaussian laser beam [J]. Chinese J Lasers, 2001, 28(11): 985-987. 刘晓东, 郭胜利, 侯蓝田, 等. 高斯激光束闭孔 Z-扫描曲线特征研究[J]. 中国激光, 2001, 28(11): 985-987.
- 3 Yu Baolong, Zhu Congshan, Gan Fuxi, *et al.*. Nonlinear optical properties of SnO₂ nanoparticles studied by Z-scan technique [J]. Acta Optica Sinica, 1997, 17(4): 423-429. 余保龙, 朱丛善, 干福熹, 等. 纳米微粒 SnO₂ 非线性光学特性的 Z-扫描技术研究[J]. 光学学报, 1997, 17(4): 423-429.

- 4 Zhu Pan, Sang Mei, Wang Xiaolong, *et al.*. Research on nonlinear characteristics of SWCNT film by Z-scan method measurement [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(9): 091202.
朱 攀, 桑 梅, 王晓龙, 等. Z 扫描法测单壁碳纳米管薄膜非线性特性的研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(9): 091202.
- 5 Zang Weiping, Tian Jianguo, Liu Zhibo, *et al.*. Analysis of Z-scan by series expansion [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(12): 1451—1455.
臧维平, 田建国, 刘智波, 等. 利用级数展开的 Z 扫描理论分析[J]. *光学学报*, 2003, 23(12): 1451—1455.
- 6 W Zhao, P Palffy-Muhoray. Z-scan technique using top-hat beams [J]. *Appl Phys Lett*, 1993, 63(12): 1613—1615.
- 7 Steve Hughes, Josef M Burzler. Theory of Z-scan measurements using Gaussian-Bessel beams [J]. *Physical Review A*, 1997, 56(2): 1103—1106.
- 8 S Hughes, J M Burzler, G Spruce, *et al.*. Fast Fourier transform techniques for efficient simulation of Z-scan measurements [J]. *J Opt Soc Am B*, 1995, 12(10): 1888—1893.
- 9 Edward A Sziklas, A E Siegman. Mode calculations in unstable resonators with flowing saturable gain. 2: Fast Fourier transform method [J]. *Applied Optics*, 1975, 14(8): 1874—1889.
- 10 Lu Guangshan, Hu Wei, Fu Xiquan, *et al.*. Research on the Fourier numerical algorithm of focused beam [J]. *Chinese J Lasers*, 2003, 30(3): 227—230.
卢光山, 胡 巍, 傅喜泉, 等. 聚焦光束的傅里叶数值算法研究[J]. *中国激光*, 2003, 30(3): 227—230.
- 11 Yang Xinjiang, Zang Weiping, Tian Jianguo, *et al.*. Z-scan analysis of near top-hat beams [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(6): 2735—2738.
杨新江, 臧维平, 田建国, 等. 近 top-hat 光束 Z 扫描理论分析[J]. *物理学报*, 2005, 54(6): 2735—2738.
- 12 J A Hermann, G R McDuff. Analysis of spatial scanning with thick optically nonlinear media [J]. *J Opt Soc Am B*, 1993, 10(11): 2056—2064.

栏目编辑: 史 敏