

# 快速实现基于单形体体积生长的端元提取算法

王丽姣<sup>1</sup> 厉小润<sup>1</sup> 赵辽英<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 浙江大学电气工程学院, 浙江 杭州 310027  
<sup>2</sup> 杭州电子科技大学计算机应用技术研究所, 浙江 杭州 310018)

**摘要** 单形体体积生长算法(SGA)是一种比较有效的高光谱图像端元提取算法。为了解决多次顺序计算单形体体积所造成的高计算复杂度的问题,基于高维空间单形体体积计算公式实现 SGA(NSGA),推导出两种 NSGA 的快速实现算法:基于矩阵三角分解的 NSGA 算法(FNSGACF)和基于分块矩阵行列式的 NSGA 算法(FNSGA)。FNSGACF 主要利用改进 Cholesky 分解方法,将单形体体积的计算转化为矩阵的三角分解,从而降低了计算复杂度,提高了算法的效率。FNSGA 引入分块矩阵的思想来简化矩阵行列式的计算,很大程度降低了计算的复杂性。基于仿真实验研究和真实高光谱图像实验研究的结果表明,这两种快速实现算法都在保持 NSGA 结果的基础上运行更快,达到了快速实现的目的。

**关键词** 遥感;端元提取;分块矩阵;改进的 Cholesky 分解;线性解混

**中图分类号** TP751.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.1128001

## Fast Implement of the Simplex Growing Algorithm for Endmember Extraction

Wang Lijiao<sup>1</sup> Li Xiaorun<sup>1</sup> Zhao Liaoying<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China  
<sup>2</sup> Research Institution of Computer Application Technology, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)

**Abstract** Simplex growing algorithm (SGA) is a kind of effective endmember extraction algorithm for hyperspectral images. In order to solve the high computational complexity problem which arises in the repeating volume calculation for SGA, with SGA that uses hyperspectral spatial simplex volume computation formula (NSGA), two fast implementation algorithms, NSGA algorithm based on matrix factorization (FNSGACF) and NSGA algorithm based on the block matrix determinant (FNSGA), are proposed. FNSGACF uses improved Cholesky decomposition to change simplex volume computation into triangular matrix decomposition, which can reduce the computational complexity and improve the efficiency of the algorithm. FNSGA introduces the idea of partitioned matrix to simplify the computation of the matrix determinant which greatly reduces the computational complexity. The experimental results with the simulated and real hyperspectral data show that these two fast implementation algorithms can perform faster on the basis of keeping results of NSGA and achieve the purpose of fast implementation.

**Key words** remote sensing; endmember extraction; partitioned matrix; improved Cholesky decomposition; linear spectral unmixing

**OCIS codes** 280.4788; 100.3008; 300.6320

收稿日期: 2014-05-15; 收到修改稿日期: 2014-06-15

基金项目: 国家自然科学基金(61171152)、浙江省自然科学基金(LZ14F030004,LY13F020044)

作者简介: 王丽姣(1989—),女,硕士研究生,主要从事高光谱遥感图像端元处理方面的研究。

E-mail: wljflyasolo@gmail.com

导师简介: 厉小润(1970—),男,博士,教授,主要从事混沌控制、模式识别等方面的研究。E-mail: lxr@zju.edu.cn (通信联系人)

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 [www.opticsjournal.net](http://www.opticsjournal.net)

## 1 引言

高光谱遥感(HRS)是一种将目标探测技术与光谱成像技术相结合的多维地物信息获取技术,可以同时获取描述地物分布的二维空间信息和描述地物光谱特征属性的一维光谱信息。随着高光谱成像技术的发展,高光谱遥感图像已广泛应用于农业、环境监测、矿产勘察和军事侦察等领域。在一幅高光谱图像中,由单一地物构成的像素称为“端元”,端元向量可以作为高光谱图像处理算法的先验知识。受到地物类型的复杂性和成像系统空间分辨率的限制,成像瞬时现场通常包含多种地物,因此高光谱遥感图像多由混合像素构成<sup>[1]</sup>。线性光谱解混就是在高光谱图像分类中针对混合像素经常采用的一种方法,该方法由两个步骤构成:1)端元提取,即提取“纯”地物的光谱信息;2)用端元的线性组合来表示混合像素,即混合像素分解。因此,如何有效的进行端元提取,从而更好的进行混合光谱解混,是高光谱遥感图像处理的最重要问题之一。

目前,较为常用的端元提取算法可以分为统计学算法和几何学算法两种类型<sup>[2]</sup>。前者通常是基于贝叶斯框架,而后者则是基于凸面几何学理论。凸面几何学端元提取算法可以分为两类:1)纯像素假设算法,如纯像素指数(PPI)<sup>[3]</sup>、N-FINDR<sup>[4]</sup>、顶点成分分析(VCA)<sup>[5]</sup>和单形体体积生长算法(SGA)<sup>[6]</sup>等;2)非纯像素假设算法,如 Minimum Volume Enclosing Simplex<sup>[7]</sup>、Minimum Volume Simplex Analysis<sup>[8]</sup>和 Iterated Constrained Endmembers 等。其中,基于纯像素的几何学算法在端元提取中应用比较广泛。

随着地物识别、生态监测等方面应用的实际需要不断加深,从高光谱图像中快速提取端元变得十分必要。N-FINDR 和 SGA 算法都需要多次重复计算单形体体积,计算复杂度比较高。为了降低时间和计算复杂度,国内外学者提出了一些快速实现算法,比如文献[9]提出了三种简单形体体积计算的快速 N-FINDR 算法,文献[10]提出了利用格莱姆行列式简化计算的快速端元提取算法(FGDA),文献[11]提出了利用 GPU 的并行实现来加快 N-FINDR 算法的运算速度,文献[12]利用新距离公式代替体积计算来快速实现 SGA 和 N-FINDR 算法等,国内外学者对快速端元提取算法的研究逐渐深入。

由于原始 SGA 必须对高光谱数据进行降维,文献[13]提出了不需降维的高维单形体体积计算公式,但是在体积计算过程中仍涉及到大量的运算。如果高光谱数据量很大,那么计算时间也会随之增

加,算法的效率就会降低。针对该问题,文献[14]中基于高维空间单形体体积计算公式实现 SGA (NSGA)的基础上提出了一种利用三角分解代替直接体积计算的端元提取算法(SVATF-CF)。与传统的 SGA 相比,SVATF-CF 既不需要对原始高光谱数据进行降维预处理,也不需要重复的体积计算,只需最后一次性获取所需全部端元再进行体积计算。因此,SVATF-CF 在一定程度上减小了运算量,缩短了算法运行时间。但是 SVATF-CF 在求解对角元素的过程中必须进行开平方的运算,增大了计算量,因此本文提出基于改进的 Cholesky 分解的端元提取算法(FNSGACF)。

此外,本文还提出了一种基于分块矩阵行列式的 NSGA 算法(FNSGA),该算法主要采用分块矩阵的方法来简化矩阵行列式的运算,从而减小时间及运算复杂度。

## 2 单形体体积计算

一幅高光谱遥感图像的所有像素,处于由  $p$  个端元确定的  $p-1$  维的光谱特征空间中以端元为顶点的凸面单形体内,且由端元作为顶点所构成的单形体的体积大于其他任意的像素所构造的单形体体积。因此,高光谱遥感图像的端元提取就是求得满足特征空间中单形体体积最大的一组端元,即

$$\{e_1, e_2, \dots, e_p\} = \arg\left\{ \max_{\{x_1, x_2, \dots, x_p\}} [V(x_1, x_2, \dots, x_p)] \right\}, \quad (1)$$

式中  $\max_{\{x_1, x_2, \dots, x_p\}} [V(x_1, x_2, \dots, x_p)]$  指光谱特征空间中构成单形体体积最大的一组端元。 $p$  个像素  $e_1, e_2, \dots, e_p$  张成的单形体体积计算公式可以表示为

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e_1 & e_2 & \dots & e_p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$V(e_1, e_2, \dots, e_p) = \frac{\left| \det \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e_1 & e_2 & \dots & e_p \end{bmatrix} \right|}{(p-1)!}, \quad (3)$$

式中  $[e_1, e_2, \dots, e_p]$  为  $L \times p$  的端元矩阵,  $e_i$  表征第  $i$  个端元的  $L$  维列向量,  $V$  是由  $e_1, e_2, \dots, e_p$  这  $p$  个端元所构成的单形体的体积。在(3)式的单形体体积计算中,由于涉及到求解矩阵行列式的运算,故要求  $E$  必须为方阵,这样向量  $e_i$  的维数必须为  $p-1$ ,但原始的高光谱数据往往不满足这个条件,因此需要根据估算的端元个数利用最小噪声分离变换(MNF)或者主成分分析(PCA)等方法对原始数据进行降维预处理,这就会导致某些小目标可能被忽

略,从而降低端元提取的精度。

为了克服上述体积计算受数据维数限制的缺陷,文献[13]提出了一种改进的高维空间单形体体积公式。令  $\mathbf{A}_{p-1} = [\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3 - \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_p - \mathbf{e}_1]$ , 此时  $p$  个像素  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_p$  构成的凸面单形体体积公式为

$$V(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_p) = \frac{1}{(p-1)!} \sqrt{|\det(\mathbf{A}_{p-1}^T \mathbf{A}_{p-1})|}. \quad (4)$$

显然,  $\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i (i=1, \dots, p-1)$  一定为方阵, 所以(4)式适用于任何维数的高光谱数据。因此, 可以直接将(4)式应用于 SGA 中, 这样可以在体积计算中直接求得行列式值, 而不需要把原始数据的维数从  $L$  维降到  $p-1$  维, 避免了原始 SGA 算法中因数据降维带来的可能丢失小目标的缺陷, 本文将这种改进的单形体体积算法命名为 NSGA。

### 3 端元提取算法的快速实现

#### 3.1 基于改进 Cholesky 分解的 FNSGACF

改进的矩阵 Cholesky 分解公式为  $\mathbf{A} = \mathbf{LDL}^T$ , 其中  $\mathbf{A}$  是非奇异的对称矩阵,  $\mathbf{L}$  是单位下三角矩阵,  $\mathbf{D}$  是对角均为正数的对角矩阵, 这种分解称为  $\mathbf{LDL}^T$  分解。矩阵分解公式如下:

$$u_k = d_k l_{j,k}, \quad (5)$$

$$d_j = z_{j,j} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{j,k} u_k, \quad (6)$$

$$l_{i,j} = \frac{z_{i,j} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{i,k} u_k}{d_j}, \quad (7)$$

式中  $d_j$  为矩阵  $\mathbf{D}$  的对角线元素,  $l_{i,j}$  和  $z_{i,j}$  为矩阵  $\mathbf{L}$  和  $\mathbf{Z}$  中第  $i$  行第  $j$  列的元素。令  $\boldsymbol{\alpha}_i = \mathbf{e}_i - \mathbf{e}_0, i=1, 2, \dots, p-1, \mathbf{A}_{p-1} = [\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_0, \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_0, \dots, \mathbf{e}_{p-1} - \mathbf{e}_0] = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{p-1}]$ , 则

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}_{p-1}^T \mathbf{A}_{p-1} = \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{\alpha}_1\|^2 & \boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}_2 & \dots & \boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}_{p-1} \\ \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \boldsymbol{\alpha}_1 & \|\boldsymbol{\alpha}_2\|^2 & \dots & \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \boldsymbol{\alpha}_{p-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_{p-1} \cdot \boldsymbol{\alpha}_1 & \boldsymbol{\alpha}_{p-1} \cdot \boldsymbol{\alpha}_2 & \dots & \|\boldsymbol{\alpha}_{p-1}\|^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

根据  $\mathbf{LDL}^T$  分解对矩阵  $\mathbf{Z}$  进行分解, 即  $\mathbf{Z} = \mathbf{LDL}^T$ , 实际计算时将  $\mathbf{D}$  的对角元素存储在  $\mathbf{L}$  的相应的对角位置上。故单形体体积可以表示为

$$V = \frac{1}{p-1} |\det(\mathbf{Z})|^{1/2} = \frac{1}{p-1} |\det(\mathbf{LDL}^T)|^{1/2} = \frac{1}{p-1} |d_1| \cdot |d_2| \cdot \dots \cdot |d_{p-1}|. \quad (9)$$

此时求单形体体积最大值的过程实际就转化为寻找矩阵  $\mathbf{L}$  中的对角元素  $d_i (i=1, 2, \dots, p-1)$  的模值最大的过程, 因此改进的端元提取算法 FNSGACF 的实现过程可以简单表示为  $i=1$  时, 寻找满足  $d_1$  最大的像素作为端元  $\mathbf{e}_1$ ;  $i=2$  时, 寻找满足  $d_2$  最大的像素作为端元  $\mathbf{e}_2$ ; 依次循环, 直至  $i=p-1$  时, 寻找满足  $d_{p-1}$  最大的像素作为端元  $\mathbf{e}_{p-1}$ 。FNSGACF 算法具体实现过程如下:

#### 1) 初始化

① 高光谱图像原始数据像素矩阵为  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$ , 其中  $N$  为原始图像数据中总像素数, 利用虚拟维度 (VD)<sup>[15]</sup> 产生所需提取的端元数目  $p$ 。

② 在图像中寻找模值最大的像素作为第一个目标端元  $\mathbf{e}_0$ , 即

$$\mathbf{e}_0 = \arg[\max(\|\mathbf{x}_n\|)], \quad n=1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

③ 继续在图像中寻找距离  $\mathbf{e}_0$  最远的像素作为第二个目标端元  $\mathbf{e}_1$ , 即

$$d_n^1 = \|\mathbf{x}_n - \mathbf{e}_0\|^2, \quad (11)$$

$$\mathbf{e}_1 = \arg[\max_{x_n}(d_n^1)], \quad (12)$$

$$id(1) = \arg[\max_n(d_n^1)], \quad (13)$$

式中  $d_n^1$  为原始数据中每个像素与第一个目标端元  $\mathbf{e}_0$  的距离。

#### 2) 循环过程

①  $t \geq 1$  时, 令  $\boldsymbol{\alpha}_t = \mathbf{e}_t - \mathbf{e}_0$ 。根据(7)式可以得到

$$l_n^t = \frac{\bar{\mathbf{x}}_n \cdot \boldsymbol{\alpha}_t - \sum_{k=1}^{t-1} l_n^k d_{id(k)}^k l_{id(k)}^k}{d_{id(t)}^t}, \quad (14)$$

式中  $\bar{\mathbf{x}}_n = \mathbf{x}_n - \mathbf{e}_0 (n=1, 2, \dots, N)$ ,  $l_{id(t)}^k$  为所求矩阵对角元素  $d_{id(t)}^t$  前面的元素, 如求  $d_3$ , 则相当于  $l_{3,1}, l_{3,2}$ , 在 Matlab 程序中,  $l_n^t$  对应  $l_{i,j}$ ,  $d_{id(t)}^t$  对应  $d_j$ 。之后根据(6)式计算得

$$d_n^{t+1} = d_n^t - l_n^t d_{id(t)}^t l_n^t. \quad (15)$$

② 选取使得  $d_n^{t+1}$  的值最大的像素作为目标端元  $\mathbf{e}_{t+1}$ , 即

$$\mathbf{e}_{t+1} = \arg[\max_{x_n}(d_n^{t+1})], \quad (16)$$

$$id(t+1) = \arg[\max_n(d_n^{t+1})]. \quad (17)$$

③ 若  $t < p-2, t = t+1$ , 转至步骤 ①, 否则循环终止, 最终得到目标端元  $\{\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{p-1}\}$ 。

#### 3.2 基于分块矩阵行列式计算的 FNSGA

接下来介绍另一种对 NSGA 的快速实现算法 FNSGA, 该算法主要利用分块矩阵的思想来简化矩阵行列式的运算, 降低运算复杂度减少算法运行时间。

若  $\mathbf{A}$  是非奇异矩阵,则利用分块思想求解矩阵行列式的公式如下:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\det \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \det[\mathbf{A}_{11}] \cdot \det[\mathbf{A}_{22} - \mathbf{A}_{21}\mathbf{A}_{11}^{-1}\mathbf{A}_{12}]. \quad (19)$$

在 SGA 的循环过程中,每增加一个像素  $r_j$ ,构造矩阵  $\mathbf{A}_{i-1} = [\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{i-1} - \mathbf{e}_1]$  及  $\mathbf{A}_i = [\mathbf{A}_{i-1}, r_j - \mathbf{e}_1]$ ,则可以得到

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i-1}^T \mathbf{A}_{i-1} & \mathbf{A}_{i-1}^T (r_j - \mathbf{e}_1) \\ (r_j - \mathbf{e}_1)^T \mathbf{A}_{i-1} & (r_j - \mathbf{e}_1)^T (r_j - \mathbf{e}_1) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

将(20)式代入(19)式,结果如下:

$$\det[\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i] = \det[\mathbf{A}_{i-1}^T \mathbf{A}_{i-1}] \det[(r_j - \mathbf{e}_1)^T (r_j - \mathbf{e}_1) - (r_j - \mathbf{e}_1)^T \mathbf{A}_{i-1} (\mathbf{A}_{i-1}^T \mathbf{A}_{i-1})^{-1} \mathbf{A}_{i-1}^T (r_j - \mathbf{e}_1)]. \quad (21)$$

在(21)式中,  $\det[\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i]$  可以利用  $i-1$  次的循环结果直接得到,因此可以比较快速得到最大单形体体积值,从而获取所需目标端元。显然,采用分块思想的快速实现算法 FNSGA 在一定程度上减小了运算量,缩短了计算时间,提高了端元提取的效率。

## 4 实验部分

### 4.1 仿真分析

本文中,仿真数据由 USGS 光谱库得到的 10 种已知端元光谱及其对应的丰度分布人工合成<sup>[16]</sup>。本次仿真实验共包括 4 组:实验 1 旨在检验两种快速实现算法 FNSGA 及 FNSGACF 的效果;实验 2 则是为了比较不同信噪比情况下快速实现算法的端元提取结果;实验 3 是用来比较各算法效率与提取的端元数目之间的关系;实验 4 则是旨在比较各算法效率与图像大小之间的关系。

仿真实验 1:实验中采用的合成数据大小为  $64 \times 64$ ,结果见表 1。由表 1 可以明显看出,两种快速算法 FNSGA 和 FNSGACF 提取的目标端元的光谱角距离(SAD)<sup>[17]</sup>及端元集构成的单形体体积分别与相对应

的原始算法 NSGA 和 SVATF-CF 的结果相同,但时间较原始算法都减少,因此快速实现算法在保留了原始算法的结果上缩短了时间,达到了快速实现的目的,且 FNSGACF 比 FNSGA 的快速实现效果更好。

表 1 不同端元提取算法的运行时间、光谱角距离及单形体体积大小比较

Table 1 Comparison on computing time, spectral angular distance and simplex volume of various algorithms for endmember extraction

Algorithm	Time /s	Volume of simplex	SAD
NSGA	0.25	$1.86 \times 10^{-4}$	0.048
FNSGA	0.16	$1.86 \times 10^{-4}$	0.048
SVATF-CF	0.19	$1.85 \times 10^{-4}$	0.048
FNSGACF	0.14	$1.85 \times 10^{-4}$	0.048

仿真实验 2:将高斯噪声附加在实验 1 的合成图像中,得到 10 dB~60 dB 之间的 6 个逐渐增大的信噪比(SNR)的合成图像,用于比较在不同信噪比的情况下快速实现算法的端元提取效果。图 1(a)和(b)分别给出了在信噪比从 10 dB~60 dB 变化的过程中,各端元提取算法提取的目标端元的光谱角距离及单形体体积值的大小变化。

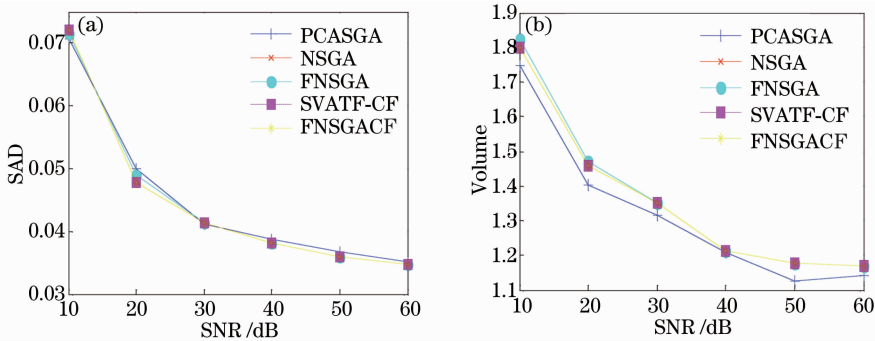


图 1 不同信噪比情况下各端元提取算法提取的端元结果

Fig. 1 Results of various endmember extraction algorithms varying with SNR

仿真实验 3:实验中采用实验 1 使用的合成数据,且图像大小固定为  $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$ ,信噪比固定为 30 dB,端元数目从 6~18 依次变化,实验结果

如表 2 和 3 所示。表 2 给出了各算法提取的目标端元的光谱角距离与端元数目的关系,可以看出,在同一端元数目情况下两种快速实现算法提取的端元与

原始算法提取的端元结果一致,并且随着端元数目的增多,同一种算法提取的目标端元光谱角距离也随之增大。从表 3 可以看出快速实现算法 FNSGA 及 FNSGACF 都相比原始算法缩短了运行时间,快速实现算法有效,并且随着提取端元数目的增多,时间减少的比例增大,快速算法的效果越加明显。FNSGACF 比 FNSGA 的效果更好。

表 2 4 种算法提取端元的光谱角距离与端元数目的关系比较

Table 2 Comparison on the relationship between the spectral angular distance and endmember number of 4 endmember extraction algorithms

Number of endmembers	NSGA	FNSGA	SVATF-CF	FNSGACF
6	0.038	0.038	0.038	0.038
9	0.042	0.042	0.042	0.042
12	0.053	0.053	0.053	0.053
15	0.064	0.064	0.064	0.064
18	0.072	0.072	0.072	0.072

表 3 4 种端元提取算法运行时间与端元数目的关系比较

Table 3 Comparison on the relationship between the computing time and endmember number of 4 endmember extraction algorithms

Number of endmembers	NSGA /s	FNSGA /s	SVATF-CF /s	FNSGACF /s
6	0.23	0.13	0.28	0.09
9	0.34	0.17	0.32	0.14
12	0.54	0.26	0.49	0.20
15	0.84	0.34	0.79	0.27
18	1.24	0.42	1.20	0.31

表 4 4 种算法提取的端元的光谱角距离与图像大小的关系比较

Table 4 Comparison on the relationship between the spectral angular distance and image size of 4 endmember extraction algorithms

Image size /pixel	NSGA	FNSGA	SVATF-CF	FNSGACF
64×64	0.048	0.048	0.048	0.048
100×100	0.076	0.076	0.075	0.075
144×144	0.055	0.055	0.055	0.055
196×196	0.054	0.054	0.054	0.054
256×256	0.052	0.052	0.052	0.052

表 5 4 种端元提取算法时间与图像大小的关系比较

Table 5 Comparison on the relationship between the computing time and image size of 4 endmember extraction algorithms

Image size /pixel	NSGA /s	FNSGA /s	SVATF-CF /s	FNSGACF /s
64×64	0.38	0.19	0.21	0.16
100×100	0.98	0.44	0.56	0.38
144×144	2.11	0.97	1.59	0.78
196×196	4.50	2.09	3.93	1.80
256×256	8.68	3.67	6.40	2.83

仿真实验 4:该实验仍采用第二组合成数据。与实验 2 不同的是,此次提取端元数目固定为 10,而图像大小则从 64 pixel×64 pixel 到 256 pixel×256 pixel 进行变化,实验结果如表 4 和 5 所示。表 4 给出了各算法提取的目标端元的光谱角距离的值与图像大小的关系,可以看出,在同一图像大小情况下两种快速实现算法提取的端元与原始算法提取的端元结果一致。同时,除了 100 pixel×100 pixel 之外,其他情况都是 NSGA 及其快速算法得到的端元体积略大于 SVATF-CF 及其快速算法。表 5 则说明了不同端元提取算法的运行时间与图像大小的关系,可以看出快速实现算法 FNSGA 及 FNSGACF 都比原始算法缩短了运行时间,并且随着图像尺寸的增大,时间减少的比例增大,快速算法的效果更加明显。

## 4.2 实际数据实验

采用实际数据实验来对本文所提出的算法性能进行测试,实际数据来自于 ENVI 上自带的在 Cuprite 获取的机载可见/红外成像光谱仪 (AVIRIS) 高光谱遥感数据,如图 2 所示。

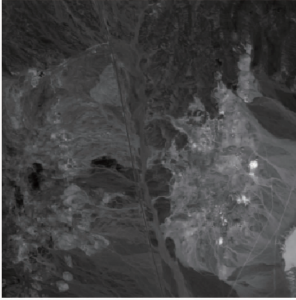


图 2 实验中用的 Cuprite 的 AVIRIS 图像场景  
Fig. 2 Cuprite AVIRIS image scene for experiment

该数据成像于 1997 年,包含 224 个波段,波长范围为  $0.4\sim 2.5\ \mu\text{m}$ ,光谱分辨率为 10 nm,图像大小为  $350\ \text{pixel}\times 350\ \text{pixel}$ 。Cuprite 地区地表多为裸露矿物,且经过多次地面实际勘测,因此 Cuprite 数据多用于验证各种端元提取算法。

在实验前,剔除了由水吸收或低 SNR 产生的坏波段 1~3,105~115 以及 150~170,然后将剩下的 189 个波段用于算法验证。表 6 给出了对 Cuprite 数据提取不同端元数目时各个算法运行时间的比较,实验中端元数目从 6 变化至 22,其他条件保持不变,可以看出快速实现算法 FNSGA 及 FNSGACF 都比原始算法缩短了运行时间,验证了快速实现算法的有效性,并且随着提取端元数目的增多,时间减少的比例增大,快速算法的效果更好。

表 6 Cuprite 数据的端元提取算法时间与端元数目的关系比较

Table 6 Comparison on the relationship between computing time of endmember extraction algorithm and endmember number for Cuprite data

Number of endmembers	NSGA /s	FNSGA /s	SVATF-CF /s	FNSGACF /s
6	22.15	9.51	8.39	8.26
10	27.03	11.22	11.60	10.15
14	33.28	14.31	13.49	11.64
18	46.04	18.89	17.63	15.68
22	60.32	22.53	21.90	19.40

## 5 结 论

基于 NSGA 提出了两种快速实现的端元提取算法: FNSGACF 和 FNSGA。FNSGACF 利用矩阵分解中改进的 Cholesky 分解的方法,将单形体体积的计算转化为矩阵的三角分解,减小了计算复杂度。FNSGA 则在单形体体积公式中行列表求解时采用分块矩阵的思想,从而大大降低了运算量。实验部分的结果表明改进的快速实现算法 FNSGA 及 FNSGACF 都能有效提取端元,且缩短了算法运行时间,达到了快速实现的目的。而且,随着提取端元数目的增多或者图像大小的增大,快速实现算法中时间减少的比例增大,快速实现的效果更明显。

### 参 考 文 献

- 1 Wang Ligu, Deng Luqun, Zhang Jing. Endmember selection algorithm based on linear square support vector machines [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2010, 30(3): 743-747.  
王立国, 邓绿群, 张 晶. 基于线性最小二乘支持向量机的光谱端元选择算法[J]. 光谱学与光谱分析, 2010, 30(3): 743-747.
- 2 Junmin Liu, Jianshe Zhang. A new maximum simplex volume method based on householder transformation for endmember extraction [J]. IEEE Trans Geosciences and Remote Sensing,

2006, 44(10): 104-118.

- 3 J W Boardman, F A Kruse, R O Green. Mapping target signatures via partial unmixing of AVIRIS data [C]. Proc Summ JPL Airborne Earth Science Workshop, Pasadena, CA, 1995. 23-26.
- 4 Zhao Chunhui, Qi Bin, Wang Yulei. An improved N-FINDR hyperspectral endmember extraction algorithm [J]. Journal of Electronics & Information Technology Feb, 2012, 34(2): 499-503.  
赵春晖, 齐 滨, 王玉磊. 一种改进的 N-FINDR 高光谱端元提取算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(2): 499-503.
- 5 J M P Nascimento, J M Bioucas-Dias. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(4): 898-910.
- 6 Chein-I Chang, Chao-Cheng Wu, Wei-min Liu, et al.. A new growing method for simplex-based endmember extraction algorithm [J]. IEEE Trans Geosciences and Remote Sensing, 2006, 44(10): 2804-2819.
- 7 M D Craig. Minimum-volume transforms for remotely sensed data [J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(3): 542-552.
- 8 J Li, J M Bioucas Dias. Minimum volume simplex analysis: A fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. Geosciences and Remote Sensing Symposium 2008. IGARSS 2008 IEEE International, 2008, 3: 250-253.
- 9 Wei Xiong, Chein-I Chang, Chao-Cheng Wu. Fast algorithms to implement N-FINDR for hyperspectral endmember extraction [J]. IEEE J Sel Top Appl Earth Observation and Remote Sensing, 2011, 3(4): 545-564.

- 10 Kang Sun, Xiurui Geng, Panshi Wang, *et al.*. A fast endmember extraction algorithm based on gram determinant [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(6): 1124–1128.
- 11 Mahmoud ElMaghrbay, Reda Ammar, Sanguthevar-Rajasekaran. Fast GPU algorithms for endmember extraction from hyperspectral images [C]. Computers and Communication (ISCC), 2012 IEEE Symposium on, 2012. 631–636.
- 12 Ligu Wang, Fangjie Wei, Danfeng Liu, *et al.*. Fast implementation of maximum simplex volume-based endmember extraction in original hyperspectral data space [J]. IEEE J Sel Top Appl Earth Observations and Remote Sensing, 2013, 2(6): 516–521.
- 13 Xiurui Geng, Yongchao Zhao, Fuxiang Wang, *et al.*. A new volume formula for a simplex and its application to endmember extraction for hyperspectral image analysis [J]. International Journal of Remote Sensing, 2010, 31(4): 1027–1035.
- 14 Wei Xia, Hanye Pu, Bin Wang, *et al.*. Triangular factorization-based simplex algorithms for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(11): 4420–4440.
- 15 C I Chang, Q Du. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery [J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(3): 608–619.
- 16 Li Xiaorun, Wu Xiaoming, Zhao Liaoying. Unsupervised nonlinear decomposition method of hyperspectral imagery [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2011, 45(4): 607–613.  
厉小润, 伍小明, 赵辽英. 非监督的高光谱混合像素非线性分解方法[J]. 浙江大学学报(工学版), 2011, 45(4): 607–613.
- 17 Tong Qingxi, Zhang Bing, Zheng Lanfen. Hyperspectral Remote Sensing [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.  
童庆禧, 张兵, 郑兰芬. 高光谱遥感[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.

栏目编辑: 史敏