

涡旋光束形成的散斑场光强和相位的分布特性

刘 曼^{1,2}

(¹ 齐鲁工业大学理学院, 山东 济南 250353
² 山东师范大学物理与电子科学学院, 山东 济南 250014)

摘要 通过对不同拓扑荷的涡旋光束经随机表面散射后在衍射区形成的横向和纵向光强分布的模拟,发现散斑颗粒的横向和纵向的平均尺寸比用高斯光束照明随机表面产生的散斑颗粒平均尺寸小很多,并且随着涡旋光束拓扑荷和光斑半径的增大而减小,同时散斑场相位涡旋的密度随着涡旋光束拓扑荷和光斑半径的增大而增大。利用这种方法可以方便地选择不同拓扑荷和光斑半径的涡旋光束照射随机表面,得到合适的散斑颗粒来捕获更小的微粒。这种结果还可以用来降低散斑噪声。

关键词 物理光学;成像系统;衍射

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201434.1126001

Distribution Properties of Intensity and Phase of Speckle Fields Produced by Vortex Beam

Liu Man^{1,2}

(¹ School of Science, Qilu University of Technology, Jinan, Shandong 250353, China
² College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China)

Abstract The transversal and longitudinal intensity and phase distribution of speckle fields in diffraction patterns of random scattering surfaces under vortex beam with different topological charges are simulated. It is observed that the transverse and longitudinal average size of speckle grains is smaller than that of speckle grains produced by Gauss beam passing through the random scattering surfaces, and it becomes smaller with the increase of the topological charge and radius of vortex beam. At the same time, the density of phase vortices becomes larger with the increase of the topological charges and radius of vortex beam in the diffraction region. The speckle sizes can be adjusted by changing the topological charges and radius of vortex beam to trap particle. This result can be used to reduce the noise.

Key words physical optics; imaging systems; diffraction

OCIS codes 260.1960; 110.6150; 050.1970

1 引 言

散斑场是相干光波经随机介质散射或粗糙表面反射后,在观察面上形成的一种复杂的光场^[1]。在散斑场强度图样的黑暗区域中存在着大量的光强等于零的暗点,暗点处的相位不能确定,因此这些暗点被称为相位涡旋^[2]。散斑场中散斑颗粒的大小与散射光波的传播距离成正比,与照射在随机表面上光斑面积的平方根成反比^[3]。同时,它还与照明区域

内散射体数量和随机表面横向相关长度有关^[4]。早期,散斑场在地质结构和冰冠探测、医学检查、航天部件检测等众多领域有重要的应用前景^[5-9]。目前,散斑场在光学操控^[10]、原子捕获^[11-12]、光折变寄存器^[13]、涡旋计量学^[14-15]和散斑计量术^[16]等领域获得了成功应用。近年来,关于近场和远场中的相位涡旋成为人们研究的热点^[17-19]。

随着散斑应用的不断发展,各种各样的散斑图

收稿日期: 2014-05-26; **收到修改稿日期:** 2014-07-11

基金项目: 国家自然科学基金(10974122)

作者简介: 刘 曼(1976—),女,博士,讲师,主要从事光学散射、散斑统计光学、近场光学等方面的研究。

E-mail: lium7879@163.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

样不断出现,特别是调制散斑获得了广泛应用^[20-21]。本文利用夫琅禾费和非涅耳衍射理论,计算模拟了拉盖尔-高斯光束经同一随机表面散射后,在衍射区形成的散斑颗粒平均尺寸的大小和相位涡旋密度与入射的涡旋光束拓扑荷和光斑半径的变化关系及光强的横向和纵向分布情况,并分析了归一化的光强分布的自相关函数曲线和光强梯度的矢量图,发现对于同一随机表面,当入射到随机表面的涡旋光束的光斑半径一定时,照射在随机表面上的光斑面积随着拓扑荷的增大而增大,散斑颗粒平均尺寸随着拉盖尔-高斯光束拓扑荷的增大而减小,同时,相位涡旋的密度随着拉盖尔-高斯光束拓扑荷的增大而增大;当涡旋光束的拓扑荷一定时,入射到随机表面上的光斑面积随着光斑半径的增大而增大,

散斑颗粒平均尺寸随着拉盖尔-高斯光束光斑的增大而减小,同时,相位涡旋的密度随着拉盖尔-高斯光束光斑的增大而增大,并在散斑场的相位图中发现了拓扑荷为+2的高阶相位涡旋。利用该方法,在观察面上可以获得捕获更小微粒所需的散斑颗粒,并对抑制全息成像中散斑噪声具有一定作用。

2 散斑场的模拟方法

下面从理论上研究拉盖尔-高斯光束经随机散射表面散射后,在夫琅禾费衍射区形成的散斑颗粒大小和相位涡旋密度的分布特性。拉盖尔-高斯光束在垂直于传播方向上任一点的光场复振幅可以表示为^[22]

$$U_{LG}(x_0, y_0, 0) \propto (\sqrt{x_0^2 + y_0^2}/\sigma)^{|m|} \exp[-(x_0^2 + y_0^2)/\sigma^2] \exp\{im[\arg(x_0 + iy_0)]\}, \quad (1)$$

式中 x_0, y_0 是光源横截面上的坐标, σ 为光斑半径, m 为拉盖尔-高斯光束的拓扑荷, 它表示相位围绕涡旋光束的中心旋转一周将改变 2π 的 m 倍。随机表面后的散射光场复振幅为

$$U_0(x_0, y_0) \propto U_{LG}(x_0, y_0) \exp[-ik(n-1)h(x_0, y_0)], \quad (2)$$

式中 n 和 h 分别为折射率和随机表面的高度分布函数, $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢量的大小。根据夫琅禾费衍射理论, 观察面上任意一点 (x, y) 的光场复振幅的表达式为

$$U(x, y, z) \propto \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left[ik \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{2z}\right] \iint U_0(x_0, y_0) \exp\left(-ik \frac{xx_0 + yy_0}{z}\right) dx_0 dy_0, \quad (3)$$

式中 z 是观察屏和随机表面之间的距离。通常, 光场复振幅还可以写为

$$U(x, y) = A(x, y) \exp[i\varphi(x, y)] = \xi(x, y) + i\eta(x, y), \quad (4)$$

式中 $A(x, y)$ 和 $\varphi(x, y)$ 分别为散斑场的振幅和相位, 取值范围为 $(-\pi, \pi]$, $\xi(x, y)$ 和 $\eta(x, y)$ 分别为散斑场的实部和虚部。观察面上任一点的光强为 $I(x, y) = U(x, y)U^*(x, y)$ 。光强分布的自相关函数可以写为

$$R_I(r_1, r_2) = \langle I(r_1)I(r_2) \rangle, \quad (5)$$

式中 $\langle \cdot \rangle$ 表示求系综平均值, $I(r_1)$ 和 $I(r_2)$ 为观察面上任意两点 r_1 和 r_2 处的光强, $\langle I(r_1) \rangle = \langle I(r_2) \rangle = \langle I \rangle$ 。归一化的散斑光强分布的自相关函数为

$$\gamma_I(r_1, r_2) = [R_I(r_1, r_2) - \langle I \rangle^2] / \langle I \rangle^2. \quad (6)$$

分别计算模拟了以下两种情况的散斑场: 1) 当光斑半径不变时, 散斑颗粒平均尺寸随涡旋光束拓扑荷的变化关系; 2) 当拓扑荷不变时, 散斑颗粒平均尺寸随着涡旋光束光斑半径的变化关系。取随机表面的均方根偏差 $\omega = 1.0 \mu\text{m}$, 取横向相关长度 $\zeta =$

$3.0 \mu\text{m}$, 其范围设定为 $100.0 \mu\text{m} \times 100.0 \mu\text{m}$, 包括 500×500 个取样点, 同时设定 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $n = 1.532$, $z = 20.0 \text{ cm}$ 。

图 1(a) 为均方根偏差和横向相关长度分别取 $\omega = 1.0 \mu\text{m}$ 和 $\zeta = 3.0 \mu\text{m}$ 的随机表面高度分布图。图 1(b) 为拓扑荷和为光斑半径分别为 +3.0 和 $\sigma = 20 \mu\text{m}$ 的拉盖尔-高斯光束横截面上的光强分布图。

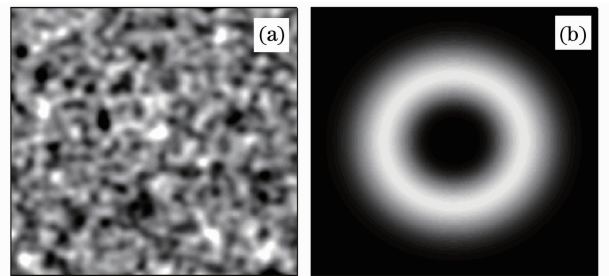


图 1 (a) 随机表面的高度分布图; (b) 拉盖尔-高斯光束的光强分布图

Fig. 1 (a) Surface height distribution pattern; (b) light intensity distribution of Laguerre-Gaussian beam

3 模拟结果的分析

3.1 横向光强的分布特性

图 2(a)~(f)给出了拓扑荷分别为 0、+1、+2、+3、+4、+5 的拉盖尔-高斯光束,经图 1(a)所示

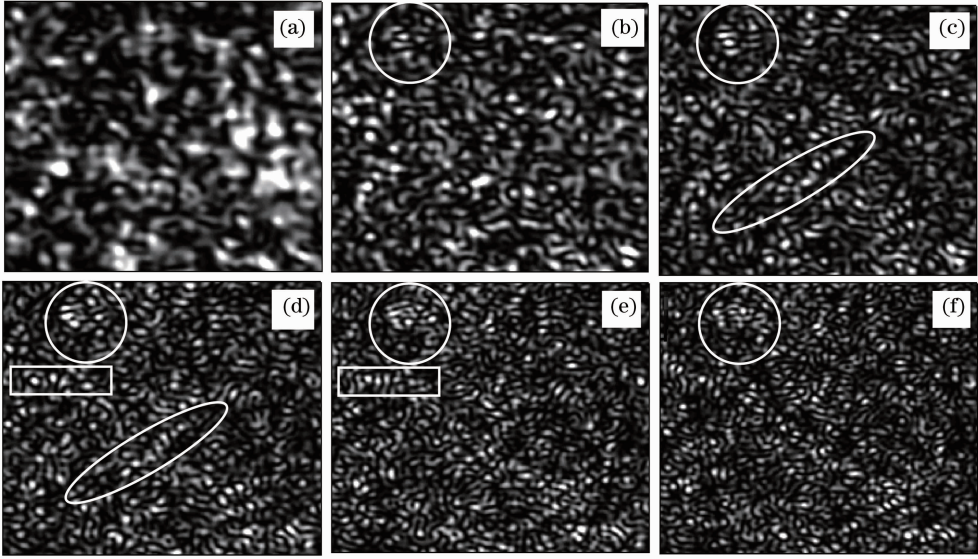


图 2 (a)~(f)拓扑荷分别为 0、+1、+2、+3、+4、+5 的拉盖尔-高斯光束形成的散斑图
Fig. 2 (a)~(f) Speckle patterns produced by Laguerre-Gaussian beams with topological charges of 0, +1, +2, +3, +4, +5, respectively

从图 2(a)容易看出,当 $m=0$ 时,高斯光束经随机表面散射后在夫琅禾费衍射区形成的散斑场中的散斑颗粒较大。从图 2(b)~(f)可以看出,随着拉盖尔-高斯光束拓扑荷的增大,散斑颗粒逐渐减小,其数量明显增多。

从图 2 (b)~(f)中白色圆圈中散斑颗粒的分布来看,随着拉盖尔-高斯光束拓扑荷的增大,散斑颗粒的数量增多,散斑颗粒逐渐减小,而散斑颗粒排成的轮廓大致不变。同样在图 2(c)、(d)中白色椭圆

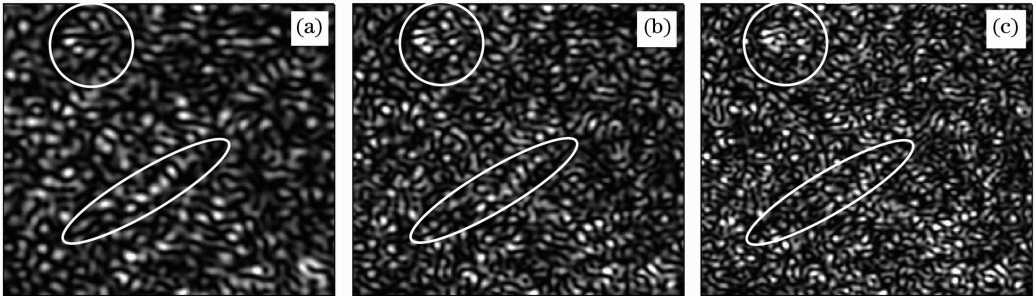


图 3 (a)~(c) $m=+3, \sigma=15, 20, 25 \mu\text{m}$ 时的拉盖尔-高斯光束形成的散斑图

Fig. 3 (a)~(c) Speckle patterns produced by Laguerre-Gaussian beams with $m=+3$ and $\sigma=15, 20, 25 \mu\text{m}$, respectively

从图 3 不难看出,随着入射光束光斑半径的增大,散斑场中的散斑颗粒的数量逐渐增多,散斑颗粒的尺寸逐渐减小,即单位面积上的散斑颗粒增多。散斑颗粒排列的轮廓变化较小,如图中白色圆圈和

的随机表面散射后,在夫琅禾费衍射区形成的光强分布的灰度图,灰度等级为 32,在计算过程中光强取的是任意单位。光强分布图显示的范围都为 $8.0 \text{ cm} \times 8.0 \text{ cm}$,其中包括 500×500 个取样点。

圈中,和图 2(d)、(e)中白色矩形线框中的散斑颗粒的走势和分布与白色圆圈中的现象相类似。

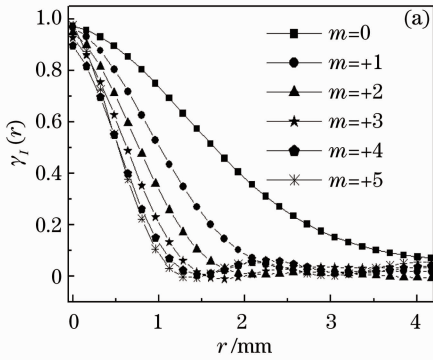
接下来给出当入射到随机表面上的拉盖尔-高斯光束的拓扑荷不变时,散斑颗粒大小随着入射光束光斑半径的变化。

图 3(a)~(c)分别给出了拓扑荷为 +3,光斑半径 $\sigma=15, 20, 25 \mu\text{m}$ 时,拉盖尔-高斯光束经过同一随机表面散射后在夫琅禾费衍射区的光强分布的灰度图,显示的范围和灰度等级都与图 2 中的相同。

椭圆中所示的散斑颗粒的分布。

众所周知,散斑颗粒的平均尺寸,可以由散斑光强分布的自相关函数曲线下降为其最大值的 $1/e$ 时对应的相关间隔来确定。图 4 给出了散斑归一化的

横向光强自相关函数曲线随着入射光拓扑荷和光斑半径的变化图,图中 r 为光强横向的相关间隔。图 4(a)给出的是拉盖尔-高斯光束的光斑半径为 $\sigma = 20 \mu\text{m}$ 时,散斑场光强自相关函数曲线随入射的涡



旋光束拓扑荷的变化关系。图 4(b)是拉盖尔-高斯光束的拓扑荷 $m = +3$ 时,光强自相关函数曲线随着光斑半径的变化关系。

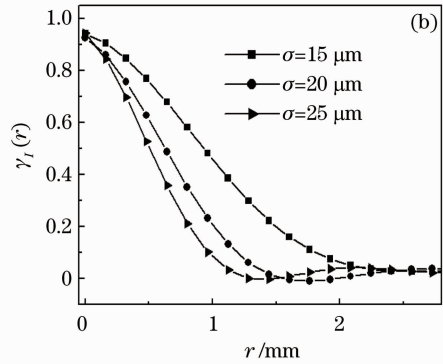


图 4 散斑场光强横向自相关函数曲线。(a)和(b)分别与图 2 和图 3 相对应

Fig. 4 Variations of intensity autocorrelation functions in transverse direction. (a) and (b) corresponding to Fig. 2 and Fig. 3 respectively

从图 4(a)看出,归一化的光强横向自相关函数 $\gamma_I(r)$ 曲线在 $m = 0$ 时最宽,而后随着入射光束拓扑荷的增大,自相关函数曲线随 r 的下降趋势越来越明显,所以对应的散斑颗粒的平均尺寸在 $m = 0$ 时最大,并且随着拓扑荷的增大散斑颗粒的平均尺寸逐渐减小。从图 4(b)看出,归一化的光强横向自相关函数 $\gamma_I(r)$ 曲线在 $\sigma = 15 \mu\text{m}$ 时最宽,而后随着光斑半径的增大,自相关函数曲线随 r 的下降趋势也越来越明显,因此对应的散斑颗粒的平均尺寸,在 $\sigma = 15 \mu\text{m}$ 时最大,并且随着入射光束光斑半径的增大逐渐减小。

根据以上分析得出以下结论:当涡旋光束光斑半径不变时,入射光束横截面的光斑面积随着其拓扑荷的增大而增大,即照射在随机表面上光斑面积增大,相当于随机表面前的孔径变大。众所周知,在其他参数不变的情况下,散斑颗粒的平均尺寸随入射到随机表面上孔径的增大而减小,所以当入射光束的拓扑荷逐渐增大时,散斑颗粒的平均尺寸逐渐减小;当涡旋光束的拓扑荷不变时,随着入射光束光斑半径的增大,入射到随机表面上的涡旋光束横向光束面积也逐渐增大,相当于入射孔径增大,因此散斑颗粒的平均尺寸随着光斑半径的增大逐渐减小。

3.2 纵向光强的分布特性

为了方便计算,图 5 给出了拉盖尔-高斯光束经图 1(a)所示的随机表面散射后,在非涅耳衍射区形成的纵向光强分布的灰度图,灰度等级仍然为 32。

光强分布图显示的范围都为 $80 \mu\text{m} \times 80 \mu\text{m}$,其中包括 300×300 个取样点。拉盖尔-高斯光束的拓扑荷和光斑半径与图 2 中的相同。

从图 5 不难看出,菲涅耳衍射区的散斑颗粒在纵向上成条纹状,随着入射光束拓扑荷的增大,条纹越来越窄,其密度越来越大。同时,散斑颗粒在纵向上变得越来越短,说明散斑颗粒越来越小。图 5(f)中很多散斑颗粒的尺寸小于 $5 \mu\text{m}$,因此,根据需要捕获的微粒的大小,适当调整入射光束拓扑荷和光斑半径大小,就可以得到合适的捕获微粒所需的散斑颗粒。讨论散斑颗粒在光学捕获中的作用,除了分析横向和纵向光强分布外,还要分析光强梯度的矢量分布特性。

3.3 光强梯度的分布特性

图 6(a)、(b)分别给出了与图 2(f)和图 5(f)中白色小矩形区域相对应的光强与光强梯度矢量相叠加的图,其中白色的短箭头表示光强梯度的方向。图 6(a)给出的是夫琅禾费衍射区横向光强梯度的矢量图,图 6(b)给出的是菲涅耳衍射区纵向光强梯度的矢量分布图。从图 6(a)容易看出,横向的光强梯度的矢量从各个方向指向光强的最大值,很显然在拉盖尔-高斯光束照射随机表面在夫琅禾费衍射区形成的光强图中存在捕获微粒所需的横向势阱。图 6(b)以同样的方式给出了,拉盖尔-高斯光束经随机表面散射后在非涅耳衍射区形成的光强图在纵向上存在浅势阱。

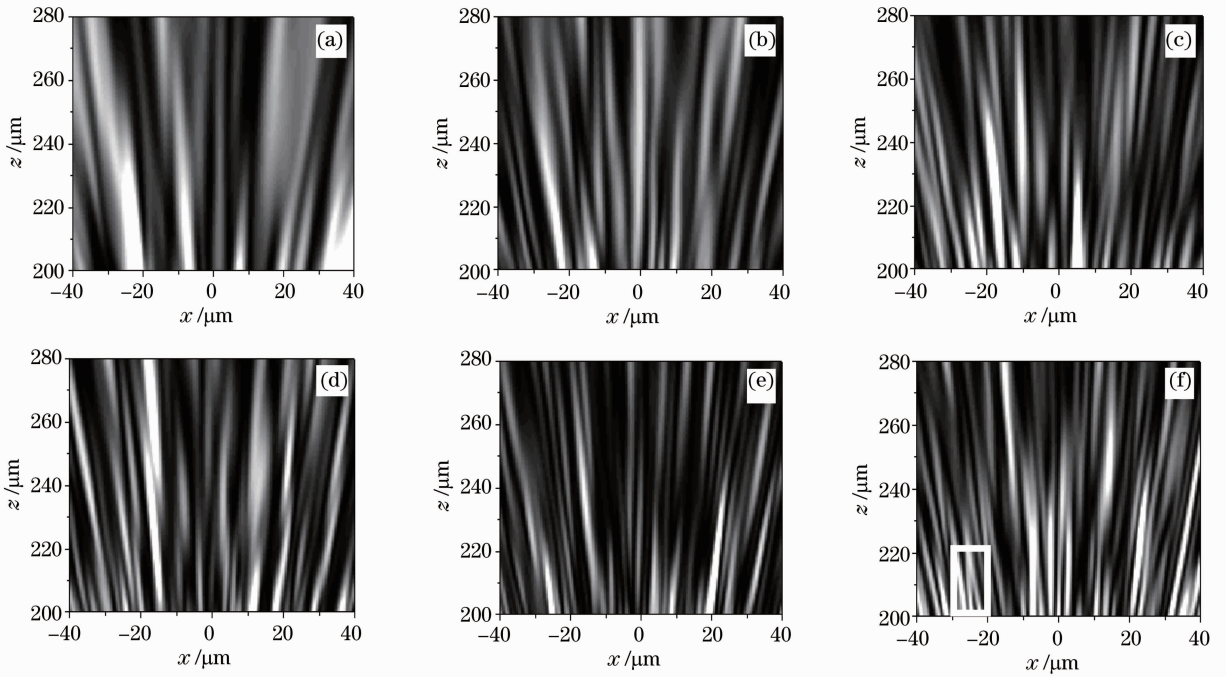


图 5 菲涅耳衍射区拉盖尔-高斯光束形成的纵向散斑图。(a)~(f)拓扑荷分别为 $m=0, +1, +2, +3, +4, +5$
 Fig. 5 Longitudinal speckle patterns produced by Laguerre-Gaussian beams in Fresnel diffraction region. (a)~(f) Topological charge $m=0, +1, +2, +3, +4, +5$ respectively

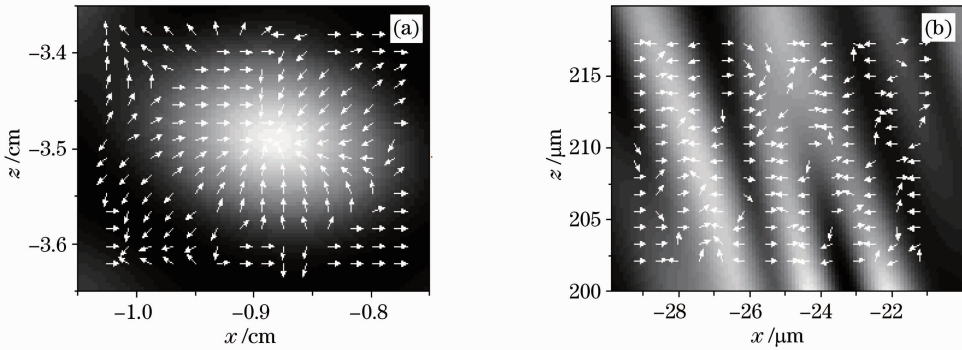


图 6 光强梯度的分布图。(a)和(b)分别与图 2(f)和图 5(f)中白色线框内的部分相对应
 Fig. 6 Intensity gradient patterns. (a) and (b) corresponding to the regions labeled by the white rectangular boxes in Fig. 2(f) and Fig. 5(f) respectively

3.4 相位的分布特性

图 7(a)~(f)分别给出了与图 2(a)~(f)光强图相对应的相位分布图。相位的变化范围为 $(-\pi, \pi]$, 相位值用灰度色标显示, 其相位间隔为 $\pi/4$ 。

从图 7(a)可以看出, 相位涡旋个数较少, 相位涡旋多以正负涡旋对出现, 并且彼此距离较近, 它们很难形成网络结构。各等相位区的面积比较大, 等相位区线多为圈状。对比图 7(b)和图 7(a)不难看出, 图 7(b)中相位涡旋的个数明显增多, 相位涡旋开始形成正负交替出现的相位涡旋链, 等相位区的面积明显变小。从图 7(c)~(f)容易看出, 随着入射

光束拓扑荷的增大, 散斑场中相位涡旋的数量越来越大, 即相位涡旋的密度逐渐增大, 并且在相位分布的局部区域出现了二阶相位涡旋, 其周围的相位分布与二阶涡旋光束在远场的衍射图极其相似, 彼此之间共用一个相位区, 如图 7(e)、(f)中红色矩形线框中两个同号的相位涡旋, 为了便于观察, 对其进行了放大显示。

同时, 为了更直观地分析相位涡旋密度随着入射光拓扑荷的变化关系, 对图 7 中每幅图中的相位涡旋数量进行了统计, 其结果在表 1 中给出。

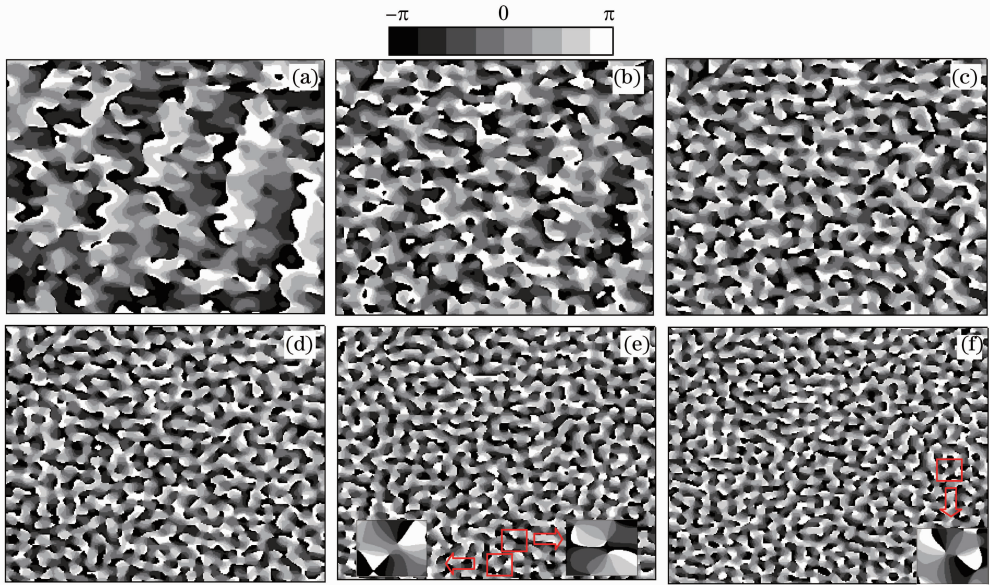


图 7 (a)~(f)与图 2(a)~(f)相对应的相位分布图

Fig. 7 (a)~(f) Phase patterns corresponding to the intensity patterns in Fig. 2(a)~(f) respectively

表 1 相位涡旋密度随入射光拓扑荷的变化关系

Table 1 Variation relationship between number of phase vortices and topological charges

Topological charge	Vortex number	Topological charge	Vortex number
0	255	+3	1070
+1	507	+4	1260
+2	795	+5	1528

表 1 给出光斑半径 $\sigma=20 \mu\text{m}$, 入射光束拓扑荷取不同值时图 7 中每幅图中相位涡旋的个数。从表 1 可以看出, 随着拓扑荷的增大, 相位涡旋的个数逐渐增多, 即在给定的区域相位涡旋密度逐渐增大。因为散斑场中相位涡旋的密度和散斑光强相关面积成正比, 所以随着涡旋光束拓扑荷的增大散斑颗粒的平均尺寸逐渐减小。

4 结 论

从理论上研究了涡旋光束经随机表面散射后, 在夫琅禾费衍射区形成的散斑颗粒大小和相位涡旋密度随入射光拓扑荷和光斑半径等参数的变化关系, 定性地解释了这种现象形成的机理, 并分析了捕获微粒所需的横向和纵向光强势阱。利用该结果可以方便地调整观察面上散斑颗粒的大小, 进而为光学捕获所需的更小散斑颗粒提供可行的方法, 并对降低空间噪声具有一定的作用。

参 考 文 献

1 J W Goodman. Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications [M]. Greenwood Village: Ben Roberts &

Company, 2006.
 2 J F Nye, M V Berry. Dislocations in wave trains [C]. Proc R Soc Lond A Math Phys Sci, 1974, 336(1605): 165-190.
 3 J W Goodman. Some fundamental properties of speckle [J]. J Opt Soc Am, 1976, 66(11): 1145-1150.
 4 T Asakura. Spatial coherence of laser light passed through rotating ground glass [J]. Opto Electronics, 1970, 2(3): 115-123.
 5 S Zhang, B Hu, P Sebbah, *et al.*. Speckle evolution of diffusive and localized waves [J]. Phys Rev Lett, 2007, 99(6): 063902.
 6 S Zhang, A Z Genack. Statistics of diffusive and localized fields in the vortex core [J]. Phys Rev Lett, 2007, 99(20): 203901.
 7 He Jingbo, Hu Shengliang, Luo Yasong, *et al.*. Statistical properties of phase noise based on stochastic differential [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(10): 1017002.
 贺静波, 胡生亮, 罗亚松, 等. 基于随机微分的相位噪声统计特性[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1017002.
 8 Xu Yuanyuan, Wang Yawei, Jin Weifeng, *et al.*. Study on phase characteristics of white blood cells and their optical models [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(5): 0504001.
 徐媛媛, 王亚伟, 金卫凤, 等. 白细胞光学模型及其相位分布物征分析[J]. 中国激光, 2012, 39(5): 0504001.
 9 Wang Rui, Wang Tingfeng, Sun Tao. Simulation model of laser atmospheric transmission characteristics using arbitrary thickness random phase screen [J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(8): 0813001.
 王 锐, 王挺峰, 孙 涛. 任意厚度随机相位屏激光大气传输特性仿真模型[J]. 中国激光, 2013, 40(8): 0813001.
 10 T M Grzegorzcyk, B A Kemp, J A Kong. Trapping and binding of an arbitrary number of cylindrical particles in an in-plane

- electromagnetic field [J]. *J Opt Soc Am A*, 2006, 23(9): 2324—2330.
- 11 G Grynberg, P Horak, Mennerat-Robilliard C. Spatical diffusion of atoms cooled in speckle field [J]. *Europhys Lett*, 2000, 49(4): 424—427.
 - 12 M Robert-de-Saint-Vincent, J P Brantut, B Allard, *et al.*. Anisotropic 2D diffusive expansion of ultracold atoms in a disordered potential [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104(22): 220602.
 - 13 M Tebaldi, A Lencina, N Bolognini. Analysis and applications of the speckle patterns registered in a photorefractive BTO crystal [J]. *Opt Commun*, 2002, 202(4-6): 257—270.
 - 14 W Wang, T Yokozeki, R Ishijima, *et al.*. Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement [J]. *Opt Express*, 2006, 14(1): 120—127.
 - 15 G H Sendra, H J Rabal, R Arizaga, *et al.*. Vortex analysis in dynamic speckle images [J]. *J Opt Soc Am A*, 2009, 26(2): 2634—2639.
 - 16 A Lencina, M Tebaldi, N Bolognini. Multiple rotation assessment through isothetic fringes in speckle photography [J]. *Appl Opt*, 2007, 46(2): 2676—2682.
 - 17 Liu Man. Intensity distribution and topological charge generated by four-pinhole aperture diffraction screens in near-field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0926001.
 - 刘 曼. 四孔径衍射屏在近场形成的光强分布及拓扑荷[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0926001.
 - 18 Liu Man. Novel method to detect the orbital angular momentum in optical vortex beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0326002.
 - 刘 曼. 探测涡旋光束轨道角动量的新方法 [J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0326002.
 - 19 Song Hongsheng, Liu Guiyuan, Qin Xifeng, *et al.*. Properties of ultrafast speckle fields in Fresnel diffraction region [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(9): 0932001.
 - 宋洪胜, 刘桂媛, 秦希峰, 等. 菲涅耳衍射区超快激光脉冲散斑场特性的研究 [J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 0932001.
 - 20 A Lencina, M Tebaldi, N Bolognini. Multiple-aperture speckle method applied to local displacement measurements [J]. *Opt Commun*, 2007, 274(1): 23—31.
 - 21 L Allen, M W Beijersbergen, R J C Spreeuw, *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys Rev A*, 1992, 45(11): 8185—8189.

栏目编辑：史 敏