

# 基于共线向量的非量测镜头畸变校正

周子卿 赵 鹏 李 勃 陈启美

(南京大学电子科学与工程学院, 江苏 南京 210046)

**摘要** 针对传统摄像机标定算法中摄像机内外参数与镜头畸变之间存在耦合, 提出了一种将镜头畸变从摄像机参数中分离出来单独求解的算法。算法基于“三维空间中的直线经过遵循透视模型的相机投影, 在相机平面上仍是直线”这一基本属性。对于无畸变图像, 直线上任意两特征点构成的共线向量外积应为零向量。利用非线性优化方法求解畸变参数, 讨论了畸变中心与畸变系数之间的耦合性。设计了一种畸变校正效果评估方法, 证明了结果的正确性。完成畸变校正后, 摄像机的内外参数可线性求解。实验表明, 该方法仅需一张图片即可完成所有摄像机参数的求解, 提高了标定效率, 且稳定度高, 精度与传统标定方法相当。

**关键词** 机器视觉; 摄像机标定; 非量测方法; 畸变校正; 共线向量

**中图分类号** TP391.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.1015001

## Nonmetric Lens Distortion Calibration Based on Collinear Vectors

Zhou Ziqing Zhao Peng Li Bo Chen Qimei

(School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210046, China)

**Abstract** Lens distortion is coupled with intrinsic and extrinsic camera parameters in traditional camera calibration algorithms. An algorithm which separates lens distortion from camera parameters is proposed. The algorithm is based on the fundamental property that a camera follows the perspective camera model if and only if the projection of every three dimensional (3D) line in space onto the camera plane is a line. For undistorted images, the cross product of collinear vectors which consist of any two feature points on a line should be a zero vector. Distortion parameters are found by using nonlinear optimization algorithms and the coupling between distortion center and distortion coefficient is also discussed. An evaluation method for the effect of distortion correction is designed so as to prove the correctness of the proposed algorithm. Once distortion correction is completed, intrinsic and extrinsic camera parameters can be solved linearly. The experimental results indicate that the proposed algorithm can implement the solving of all camera parameters by using only one calibration image. As a result, the efficiency of calibrating is improved. Moreover, the proposed algorithm performs more stably and has nearly the same accuracy as traditional methods.

**Key words** machine vision; camera calibration; nonmetric method; distortion correction; collinear vectors

**OCIS codes** 150.0155; 150.1488; 150.6910

## 1 引 言

摄像机标定的主要任务是确定摄像机的位置、姿态等属性参数, 以建立空间中任意一点与其经摄像机成像后在图像平面上的像点之间的对应关系。图像平面上的像点所在位置与其对应物点的空间几

何位置直接相关, 且由摄像机成像的几何模型决定。通过标定得到的摄像机参数, 可以计算出三维空间中物体的几何信息。在计算机视觉领域, 国内外学者近 20 年来对摄像机标定技术进行了深入的研究, 提出了一系列经典的标定方法和工具<sup>[1-3]</sup>。其中,

**收稿日期**: 2014-04-02; **收到修改稿日期**: 2014-04-30

**基金项目**: 国家自然科学基金(61105015)

**作者简介**: 周子卿(1990—), 男, 硕士研究生, 主要从事机器视觉、摄像机标定等方面的研究。

E-mail: roychou2008@126.com

**导师简介**: 李 勃(1982—), 男, 副教授, 主要从事宽带视频通信、视频信号分析处理等方面的研究。

E-mail: liboe@nju.edu.cn

Tsai 标定算法<sup>[1]</sup>是一种基于径向约束的两步标定算法,Zhang 的算法<sup>[2]</sup>基于平面标定物。传统标定方法利用标定物特征点的像素坐标同其世界坐标的对应关系估计摄像机内外参数初值,之后与畸变参数一起进行非线性优化,得到所有参数的最优解。然而,摄像机内外参数与畸变参数之间的耦合性会使求解过程不稳定,甚至得到错解。为了保证摄像机内外参数的稳定和畸变参数的一致性,需要将两者的求解分离开来。

在畸变参数的单独求解方面,目前主流的方法大致分为量测方法和非量测方法两类。量测方法需要已知特征点在空间中的精确位置,贺俊吉等<sup>[4-6]</sup>提出了基于交比不变性的畸变校正算法,Viala 等<sup>[7]</sup>在交比不变的基础上加入直线方程,得到更为稳健的运算结果。非量测方法则充分利用投影几何不变量,在这些不变量中,直线对畸变有很强的度量能力,因而被广泛采用。Melegy 等<sup>[8-9]</sup>提出了基于直线的畸变参数求解方法。周富强等<sup>[10-11]</sup>提出基于共线特征点的畸变校正算法,但需要直线拟合,且只考虑了一阶径向畸变。陈天飞等<sup>[12]</sup>基于镜头畸变的单参数除式模型,提出用圆弧拟合畸变像点的方法估计畸变参数,但依赖于非线性圆弧拟合的精度,且受限于单参数除式模型,对畸变度量能力不够。张靖等<sup>[13]</sup>将畸变曲线的面积平方和作为畸变测度,并用遗传算法搜索得到畸变参数,但遗传代数多,计算量庞大,实现繁琐。张征宇等<sup>[14]</sup>利用不同视角采集图像上同名像点共面的基本原理实现了摄像机自标定,但编码点数不够时精度较差。

本文依据“三维空间中的直线经过遵循透视模型的相机投影,在相机平面上仍是直线”的基本准则,认为对于无畸变图像,同一直线上任意两点构成的向量做叉乘运算后所得向量的模应为零。因此,可以将共线向量的外积之模作为畸变测度,用非线性优化算法搜索畸变测度的最小值,即可求得畸变参数。该算法实现简单,计算量小。另外,设计了一种畸变校正效果的评估方法。完成畸变校正后,线性求解摄像机的内外参数。

## 2 校正方法

### 2.1 摄像机模型

#### 2.1.1 线性参数模型

摄像机成像模型包括线性模型和非线性模型,非线性模型加入了对摄像机镜头畸变的补偿和修正。若不考虑畸变,摄像机标定中广泛采用线性模

型,亦即针孔模型。对针孔模型稍作变化,使得物体和其所成的像位于透镜同侧,即得到更符合实际情形的摄像机模型(图 1),称之为前投影模型。

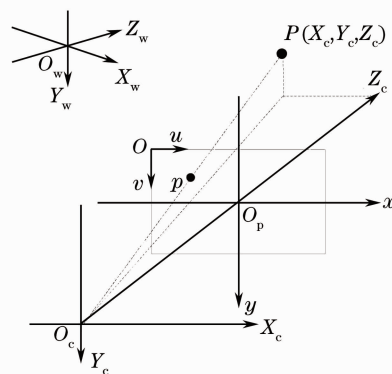


图 1 摄像机模型

Fig. 1 Camera model

在这个摄像机模型中,空间中一物点  $P(X_w, Y_w, Z_w)$  经过摄像机成像得到图片中对应像点  $p(u, v)$ ,这一过程需要经历三次坐标变换:

- 1) 世界坐标系  $O_w-X_wY_wZ_w$  到摄像机坐标系  $O_c-X_cY_cZ_c$  的变换:三维空间的刚体变换,用旋转矩阵  $\mathbf{R}$  和平移向量  $\mathbf{t}$  表征;
- 2) 摄像机坐标系  $O_c-X_cY_cZ_c$  到成像平面物理坐标系  $xO_p y$  的变换:投影变换,由内参数矩阵  $\mathbf{M}$  表征;
- 3) 成像平面物理坐标系  $xO_p y$  到像素坐标系  $uO v$  的变换:主点偏移量。

其齐次坐标表示为

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f/dy & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

#### 2.1.2 畸变模型

用针孔模型摄像机所获取的图像与理想模型成像之间存在着误差,这种误差表现在像点的位置上,一般把这种误差称之为摄像机镜头的非线性畸变。摄像机镜头畸变主要包括径向畸变和离心畸变。径向畸变使得实际像点与理想像点产生径向位移,其主要成因是透镜的曲面误差。离心畸变的成因则是透镜光轴与摄像机光轴不同轴。摄像机镜头畸变的标准模型表示了从有畸变的像点  $(x^d, y^d)$  到理想像点  $(x^u, y^u)$  的映射  $u$ :

$$u: (x^d, y^d) \rightarrow (x^u, y^u),$$

其数学表达式为

$$\begin{cases} x^u = x^d + \delta_x \\ y^u = y^d + \delta_y \\ \delta_x = \bar{x}^d(1 + k_1 \bar{r}_d^2 + k_2 \bar{r}_d^4 + \dots) + \\ p_1(\bar{r}_d^2 + 2\bar{x}^{d2}) + 2p_2\bar{x}^d\bar{y}^d \\ \delta_y = \bar{y}^d(1 + k_1 \bar{r}_d^2 + k_2 \bar{r}_d^4 + \dots) + \\ p_2(\bar{r}_d^2 + 2\bar{y}^{d2}) + 2p_1\bar{x}^d\bar{y}^d \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $\bar{x}^d = x^d - c_x$ ,  $\bar{y}^d = y^d - c_y$ ,  $\bar{r}_d^2 = \bar{x}^{d2} + \bar{y}^{d2}$ ,  $(c_x, c_y)$  为畸变中心的像素坐标,  $k_1, k_2, \dots$ , 为径向畸变系数,  $p_1, p_2$  为切向畸变系数。实际应用中, 只考虑一阶径向畸变通常不能够完全表征出镜头复杂的畸变情形, 但引入过多的畸变系数会导致解的不稳定, 为了更贴近镜头的真实畸变情况, 考虑二阶径向畸变系数和两个切向畸变系数, 更高阶径向畸变系数不再讨论。

## 2.2 畸变参数标定

### 2.2.1 形状不变量

众所周知, 物体描述对于物体识别来说是必要的<sup>[15]</sup>。然而目前所讨论的所有形状描述子都依赖于视点, 这意味着由于物体或观察者的位置变化, 使得识别物体往往是不可能的。形状不变性的作用是显然的, 形状不变量表示了一种几何结构的属性, 它在一个适当的变换类下保持不变。计算机视觉特别关心透视变换类。

共线性是透视不变性图像特征的最简单的例子。在任意的透视变换下任何直线都被投影为直线。类似地, 透视不变性形状描述的基本思想是找到这样的形状特征, 它不受物体和图像平面间的变换的影响。

不变量理论的应用提供了另一个途径, 其中不变量描述子可以直接从图像数据中计算出来而不需要专门的坐标系统。不变量描述子不受物体姿态、透视投影以及摄像机内参数的影响。如交比<sup>[4-6]</sup>就是代表了透视线的一个经典的不变量。

### 2.2.2 畸变测度

如果镜头没有畸变, 则空间中一条直线经过针孔模型相机投影后在像平面上仍然是一条直线。对于直线的衡量成为畸变测度的关键所在, 传统非量测方法<sup>[8]</sup>用斜率作为畸变测度, 但存在一些弊端: 1) 当直线接近垂直的时候, 斜率会过大而溢出, 出现不可控的状况; 2) 直接使用斜率判断两条直线的平行程度会出现尺度不均的情况; 3) 把直线转化到变换域下会显著增大计算量。因此, 需要提出新的畸变测度指标。

根据几何知识, 若两个向量共线, 则它们的外积应为零向量。因此, 对于直线上任意两点构成的向量, 由于共线, 其外积之模为零。从这个意义上来说, 共线向量外积之模可作为畸变测度。用共线向量外积之模作为畸变测度, 充分利用了共线性作为透视不变量, 且可有效避免斜率的不足, 实现简单, 计算量小。

### 2.2.3 畸变参数求解

假设一幅标定物图像提取到  $L$  行  $M$  列特征点, 每一行有  $N_l$  个特征点, 每一列有  $N_m$  个特征点。考察相邻两个特征点  $P_i$  和  $P_{i+1}$  构成的向量  $\mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1}$ , 其中  $P_i(x_i^u, y_i^u, 0)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_l - 1$  为理想像点。对按照此法构造的向量序列, 取相邻两个向量做叉乘运算并计算其模, 得到(3)式:

$$\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_i^u - x_{i-1}^u & y_i^u - y_{i-1}^u & 0 \\ x_{i+1}^u - x_i^u & y_{i+1}^u - y_i^u & 0 \end{vmatrix} = [(x_i^u - x_{i-1}^u)(y_{i+1}^u - y_i^u) - (x_{i+1}^u - x_i^u)(y_i^u - y_{i-1}^u)]\mathbf{k},$$

$$|\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1}|^2 = [(x_i^u - x_{i-1}^u)(y_{i+1}^u - y_i^u) - (x_{i+1}^u - x_i^u)(y_i^u - y_{i-1}^u)]^2, \quad i = 2, 3, \dots, N_l - 1. \quad (3)$$

将畸变模型, 即(2)式代入(3)式, (3)式便成为畸变参数的函数。利用此畸变测度建立畸变参数的优化目标函数, 并用非线性优化搜索求解畸变参数。设定目标函数为向量序列中相邻向量外积之模的和函数:

$$F(k_1, k_2, p_1, p_2, c_x, c_y) = \sum_{l=1}^L \sum_{i=2}^{N_l-1} |\mathbf{P}_{i-1}\mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i\mathbf{P}_{i+1}|^2 + \sum_{m=1}^M \sum_{j=2}^{N_m-1} |\mathbf{P}_{j-1}\mathbf{P}_j \times \mathbf{P}_j\mathbf{P}_{j+1}|^2, \quad (4)$$

(4)式对每一行和每一列的向量分别求和。用 Powell 算法对(4)式优化即可求解出畸变参数。

### 2.2.4 线性参数标定

完成畸变校正后, 可以认为校正后的图片符合针孔线性模型, 因此可线性求解摄像机的内外参

数<sup>[2]</sup>。在已知特征点的理想像点坐标和空间中世界坐标的对应关系的前提下,容易求得两者之间的单应性矩阵  $\mathbf{H}$ 。将  $\mathbf{H}$  写为列向量形式:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = s\mathbf{M}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}], \quad (5)$$

式中  $\mathbf{M}$  为摄像机内参数矩阵,  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  为旋转向量,  $\mathbf{r}$  为平移向量,  $s$  为尺度因子。

由旋转向量的正交性和模相等的特性可以写出以下两个约束方程<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1^T \mathbf{M}^{-T} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{M}^{-T} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{M}^{-T} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_2 \end{cases}, \quad (6)$$

令  $\mathbf{h}_1 = [h_{11} \quad h_{12} \quad h_{13}]^T, \mathbf{h}_2 = [h_{21} \quad h_{22} \quad h_{23}]^T$ , 定义以下变量:

$$\begin{cases} A = h_{11}h_{21} + h_{13}h_{23}c_x^2 - (h_{13}h_{21} + h_{11}h_{23})c_x \\ B = h_{12}h_{22} + h_{13}h_{23}c_y^2 - (h_{13}h_{22} + h_{12}h_{23})c_y \\ C = h_{13}h_{23} \\ D = h_{11}^2 - h_{21}^2 + (h_{13}^2 - h_{23}^2)c_x^2 + 2(h_{21}h_{23} - h_{11}h_{13})c_x \\ E = h_{12}^2 - h_{22}^2 + (h_{13}^2 - h_{23}^2)c_y^2 + 2(h_{22}h_{23} - h_{12}h_{13})c_y \\ F = h_{13}^2 - h_{23}^2 \end{cases}, \quad (7)$$

则像素焦距由下式给出:

$$f_x = \sqrt{\frac{AE - BD}{BF - CE}}, \quad f_y = \sqrt{\frac{AE - BD}{CD - AF}}, \quad (8)$$

外参数可以由单应性条件计算得到:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \lambda \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_1, & \mathbf{r}_2 = \lambda \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2, & \mathbf{t} = \lambda \mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_3 \end{cases}, \quad (9)$$

这里尺度因子由正交条件确定  $\lambda = 1 / \|\mathbf{M}^{-1} \mathbf{h}_1\|$ 。至此,所有摄像机参数标定完成。

### 3 实 验

实验选用 JAI 公司的 CB-200GE 相机, Computar 公司的 5 mm 镜头。为了与传统方法做比较,以不同位姿对标定物拍摄了 14 张图片,图片大小为 1624 pixel × 1236 pixel。分别对这 14 张图片计算畸变参数,优化方式分为优化畸变中心和未优化畸变中心两种,其结果如图 2 所示,图 2(a)~(d) 依次为一阶径向畸变系数  $k_1$ , 二阶径向畸变系数  $k_2$ , 离心畸变系数  $p_1$  和离心畸变系数  $p_2$  的计算结果。优化畸变中心的方式指将畸变中心同畸变系数一起作为未知量进行优化,即(4)式有 6 个变量;未优化畸变中心的方式则将畸变中心设定为图片中心,仅对畸变系数进行优化,即(4)式有 4 个变量。

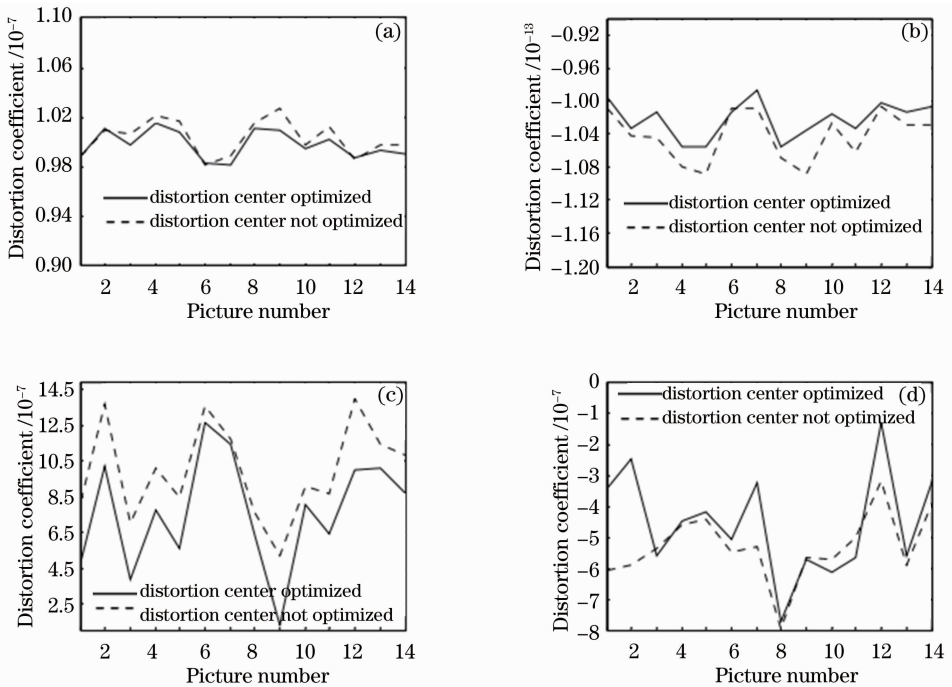


图 2 畸变参数

Fig. 2 Distortion parameters

#### 3.1 畸变参数

从图 2(a)、(b)中不难看出,无论是否优化畸变

中心,径向畸变系数的解都十分稳定,而改变优化方式会直接导致离心畸变系数发生较大变化[图 2

(c)、(d)]。从这两种畸变的成因来看,这是容易理解的。径向畸变是由于透镜的曲面误差而产生,与畸变中心的位置无关。而离心畸变是由于透镜光轴与相机光轴不同轴而产生,表征了两个平面之间的相对位置关系。不同优化方式导致畸变中心位置不同,使得镜头中心和相机中心之间的偏移量发生变化,从而导致离心畸变系数发生相应的变化。

文献[9]指出,在非线性优化过程中同时包含畸变中心和离心畸变系数可能会导致参数估计不稳定。为了避免畸变中心和离心畸变之间的耦合性,不妨将畸变中心设定为图片中心,文献[8]也证明了这种设定带来的误差很小,可以忽略。具体来说,对畸变中心 $(c_x, c_y)$ 取偏移量 $(\Delta_x, \Delta_y)$ ,若只考虑一阶径向畸变 $k_1$ 的影响,等价于在畸变模型中加入两个离心畸变项 $-k_1\Delta_x$ 和 $-k_1\Delta_y$ 。对于一幅 $W$  pixel $\times H$  pixel的图像,引入的误差不超过 $|k_1|[(2W+H)\bar{\Delta}^2+2\bar{\Delta}^3]$ , $\bar{\Delta}=\max(|\Delta_x|, |\Delta_y|)$ 。对于本文实验,一阶径向畸变为 $10^{-7}$ 量级,即使偏移量 $\bar{\Delta}=20$ ,误差仅为0.18 pixel,同样地,对于离心畸变,将畸变中心设定为图片中心后误差依然很小。另一方面,不优化畸变中心可以减少非线性目标函数中变量的数量,使其收敛速度变快,结果更为稳定。因

此,本文认为设定畸变中心为图片中心的方式更优。

图3给出了几张畸变校正前后标定物图片对比的示例,表1给出了用图3图片计算出的畸变参数(未优化畸变中心)。

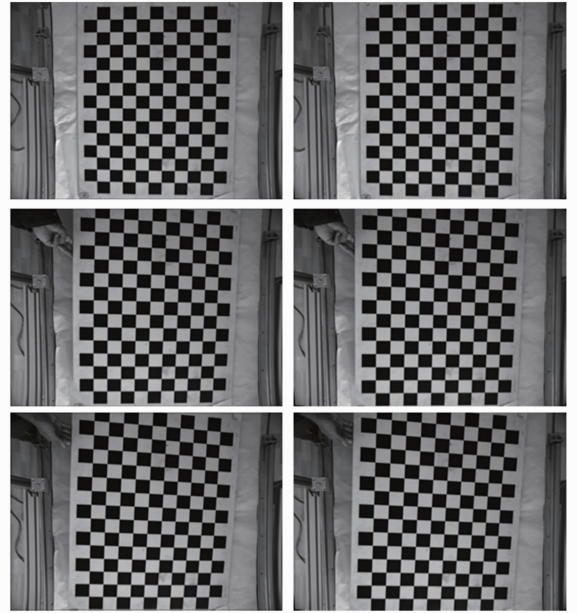


图3 畸变校正效果示例

Fig. 3 Examples for the effect of distortion correction

表1 图3图片畸变参数

Table 1 Distortion parameters of images shown in Fig. 3

Picture number	$k_1/10^{-7}$	$k_2/10^{-13}$	$p_1/10^{-7}$	$p_2/10^{-7}$	$x_c/\text{pixel}$	$y_c/\text{pixel}$
1	0.9897	-1.010	8.236	-6.092	812	618
2	1.0096	-1.043	13.74	-5.924	812	618
3	0.9866	-1.007	14.04	-3.193	812	618

### 3.2 畸变校正效果评估

完成畸变校正后,对每一行特征点进行直线拟合,若图像无畸变,则每个特征点到拟合直线的距离应当为零。因此,可以用特征点到用这些特征点拟合所得直线的平均距离来评估畸变校正的效果。定义评估函数

$$\xi_l = \frac{1}{LN_l} \sum_{i=1}^{N_l} |X_{li} - L_l|, \quad (10)$$

式中 $X_{li}$ 为第 $l$ 行第 $i$ 个特征点的像素坐标, $L_l$ 为第 $l$ 行特征点通过最小二乘法拟合得到的直线。图4给出了每幅标定物图片在畸变校正前后评估函数值的变化。显然,图片的畸变得到了很好的校正,并且两种优化方式的效果几乎完全一致。

完成畸变校正后,线性标定摄像机的内外参数并计算重投影误差,其值为0.1983 pixel,传统方法所得重投影误差为0.1936 pixel,两者精度相当。

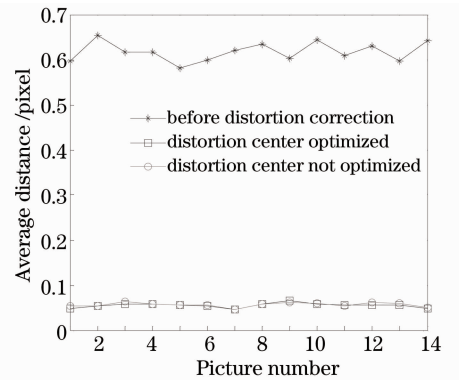


图4 畸变校正效果评估

Fig. 4 Evaluation for the effect of distortion correction

### 3.3 运算时间比较

将直线拟合方法和本文方法在耗费时间方面进行比较,畸变参数的标定过程基于OpenCV库编程实现,个人计算机(PC)环境为CPU i5-3470 3.2

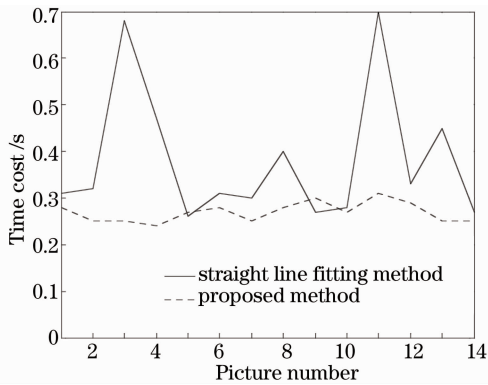


图 5 时间耗费  
Fig. 5 Time cost

GHz, 内存 4 G, 操作系统 Ubuntu 13. 10。结果如图 5 所示, 本文方法耗费时间显著小于直线拟合方法, 且对不同场景的运算时间相对稳定, 受相机位姿影响小。

## 4 结 论

根据直线的投影不变性, 提出将共线向量外积之模作为畸变测度, 并设计非线性优化方法搜索畸变参数。讨论了畸变中心与畸变系数之间的耦合性, 给出了设定畸变中心为图像中心的优势所在。同时, 设计了一种畸变校正效果评估方法, 对该算法的畸变校正能力给出定性的评价。对完成畸变校正后的图片给出摄像机内外参数的线性求解方法。

与之前存在的非量测方法相比, 该方法能够极大地简化计算, 减少标定过程的耗费时间。避免了镜头畸变与相机内外参数以及畸变参数内部(畸变中心和畸变系数)的耦合, 仅用单张标定物图片完成全部相机参数的求解, 提高了标定效率。对不同场景的适应性好, 畸变参数求解的稳定度高, 精度与传统方法相当。

## 参 考 文 献

- 1 R Y Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- 2 Z Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- 3 J Y Bouquet. Camera calibration toolbox for MATLAB [EB/OL]. [http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib\\_doc](http://www.vision.caltech.edu/bouquetj/calib_doc), 2004.

- 4 G Zhang, J He, X Yang. Calibrating camera radial distortion with cross-ratio invariability [J]. Optics & Laser Technology, 2003, 35(6): 457-461.
- 5 He Junji, Zhang Guangjun, Yang Xianming. Approach for calibration of lens distortion based on cross ratio invariability [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(5): 597-599.  
贺俊吉, 张广军, 杨宪铭. 基于交比不变性的镜头畸变参数标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(5): 597-599.
- 6 Xue Junpeng, Su Xianyu. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0115001.  
薛俊鹏, 苏显渝. 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0115001.
- 7 C R Viala, A S Salmerón. Robust metric calibration of non-linear camera lens distortion [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1688-1699.
- 8 M T E Melegy, A A Farag. Nonmetric lens distortion calibration: Closed-form solutions, robust estimation and model selection [C]. ICCV, 2003, 1: 554-559.
- 9 M Ahmed, A Farag. Nonmetric calibration of camera lens distortion: Differential methods and robust estimation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(8): 1215-1230.
- 10 Zhou Fuqiang, Hu Kun, Zhang Guangjun. Correction of camera lens distortion with collinear points [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(9): 174-177.  
周富强, 胡 坤, 张广军. 基于共线特征点的摄像机镜头畸变校正[J]. 机械工程学报, 2006, 42(9): 174-177.
- 11 Zhou Fuqiang, Cai Feihua. Camera calibration method based on non-metric distortion correction [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 228-232.  
周富强, 蔡斐华. 基于非量测畸变校正的摄像机标定方法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 228-232.
- 12 Chen Tianfei, Ma Zi, Li Peng, *et al.*. A camera calibration method based on non-metric distortion correction [J]. Control and Decision, 2012, 27(2): 243-246.  
陈天飞, 马 孜, 李 鹏, 等. 一种基于非量测畸变校正的摄像机标定方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(2): 243-246.
- 13 Zhang Jing, Zhu Dayong, Zhang Zhiyong. Nonmetric calibration of camera lens distortion [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(8): 1552-1557.  
张 靖, 朱大勇, 张志勇. 摄像机镜头畸变的一种非量测校正方法[J]. 光学学报, 2008, 28(8): 1552-1557.
- 14 Zhang Zhengyu, Huang Shijie, Luo Chuan, *et al.*. Nonlinear distortion correction of camera based on coplanar condition equations [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0115002.  
张征宇, 黄诗捷, 罗 川, 等. 基于共面条件的摄像机非线性畸变自校正[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0115002.
- 15 M Sonka, V Hlavac, R Boyle. Image Processing, Analysis, and Machine Vision [M]. USA: Cengage Learning, 2008.

栏目编辑: 张浩佳