

# 基于角差法面形测量装置的测角误差研究

陈海平<sup>1</sup> 李佳斌<sup>2</sup> 刘长春<sup>1</sup> 熊 召<sup>1\*</sup> 周 海<sup>1</sup> 袁晓东<sup>1</sup> 郑万国<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900)  
(<sup>2</sup> 西南科技大学计算机科学与技术学院, 四川 绵阳 621900)

**摘要** 针对已有的角差法面形检测原理验证装置, 分析采用相对测角法测量反射镜表面采样点的斜率并重构面形的测量方式中测角误差的传递方式。通过 Matlab 软件建立该传递方式的分析模型, 并分析测角稳定性误差对面形测量的影响。实验证明该仿真分析的结果可靠有效。

**关键词** 测量; 大口径反射镜; 面形测量; 角差法; 相对测量; 面形误差

**中图分类号** TH741 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.1012003

## Research on Angle Measure Error Based on Method of Angle Difference

Chen Haiping<sup>1</sup> Li Jiabin<sup>2</sup> Liu Changchun<sup>1</sup> Xiong Zhao<sup>1</sup>  
Zhou Hai<sup>1</sup> Yuan Xiaodong<sup>1</sup> Zheng Wanguo<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China*

<sup>2</sup> *School of Computer Science and Technology, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621900, China*

**Abstract** According to device of angle difference measurement, analyze how the error of angle measurement affect the topography measurement, while using relatively goniometry to measure the direction of sampling's normal. Using Matlab software to set up the error transmission model, then analyze the regulation of how stability of angle measurement influence the topography measurement. The experimental result demonstrates this analysis method is reliable.

**Key words** measurement; large aperture mirror; topography measurement; method of angle difference testing; relative measurement; surface figure error

**OCIS codes** 120.6650; 350.2660; 230.4040; 350.4800

## 1 引 言

大口径反射镜是高功率固体激光装置光传输过程中重要的光学元件。国内外关于激光装置的研究表明, 光学元件面形误差会使传输光束发生波前畸变<sup>[1]</sup>, 进而影响焦斑的能量分布, 激光装置造成严重的破坏。

虽然可以通过干涉仪<sup>[2-3]</sup>对反射镜元件面形在竖直或水平放置状态下进行比较精确的测量, 但是实际实验中大量反射镜是倾斜放置的, 干涉仪难以

精确测量其倾斜状态下的面形。目前可用于检测光学元件倾斜状态下面形的技术主要有 Shack-Hartmann 传感器<sup>[4-5]</sup>、角差法<sup>[6-7]</sup>等方法。

哈特曼检测方法可以实现对倾斜状态下的大口径反射镜反射波前的测量。但是该方法需要一个口径的准直透镜, 而且所需的准直光束直径较大, 准直光路比较长, 光路容易受到空气扰动的影响, 因此难以实现较高精度的测量。

角差法测量依据对待测点表面法矢的测量方法

收稿日期: 2014-06-03; 收到修改稿日期: 2014-06-25

作者简介: 陈海平(1988—), 男, 硕士, 研究实习员, 主要从事测试计量技术方面的研究。E-mail: chping5705@163.com

\* 通信联系人。E-mail: xiong\_022111@163.com

可分为绝对测量法和相对测量法。绝对测量法每次都测量待测点与固定参考点的相对角度,其角度测量误差不会不断累积,但是对大行程导轨的直线度有很高的要求<sup>[6]</sup>。相对测量法<sup>[7]</sup>每次测量待测点与参考光所测量的参考点之间的角度,该方法具有光学系统集成度高,参考光路与测量光路一致性高等优点,而且对大行程导轨的要求相对较低。但是对于相对测量而言,其累积误差是不可忽略的<sup>[8-9]</sup>。本文仿真分析了该方法中累积误差对最终面形检测的影响。

## 2 测量原理及过程

已有的测量装置原理如图 1 所示,系统包括三维(3D)扫描导轨、光学系统以及计算控制系统三部分。

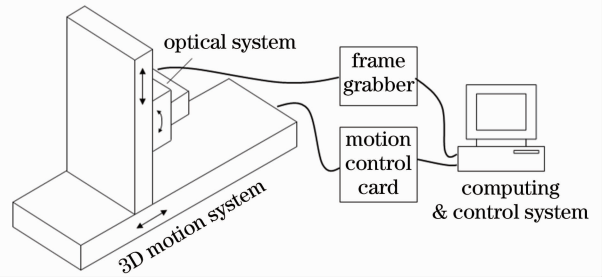


图 1 面形检测系统的示意图

Fig. 1 Testing system for topography measurement

其中二维移动平台用于实现对待测面的扫描,俯仰旋转用于实现对不同角度姿态的元件进行检测,本文暂不考虑倾斜状态下的测量分析。计算控制系统通过运动控制卡和图像采集卡分别与三维扫描系统、光学系统连接,实现对扫描平台的控制以及对光学系统采集图像的处理。

光学系统完成待测点角度测量,系统示意图如图 2 所示。

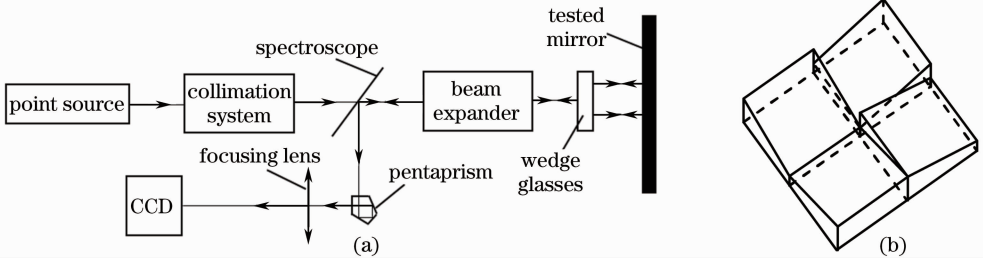


图 2 光学系统示意图。(a)光学系统;(b)楔镜组

Fig. 2 Optical system for testing system. (a) Optical system; (b) wedge glasses

点光源经准直、扩束后形成较大口径的准直光。大口径准直光经  $2 \times 2$  阵列的楔镜组后分成  $2 \times 2$  阵列的 4 束准直光。4 束阵列准直光相互之间有微小(约  $1'$ )的角度。这些准直光经待测件表面反射之后首先返回扩束系统,然后经分光镜及反射镜后通过聚焦透镜聚焦在 CCD 靶面上形成 4 个光斑。

当待测点所在的局部范围内面形接近理想平面时,图像上得到光斑如图 3(a)所示。当待测点所在局部范围内面形存在畸变时,图像上得到的光斑如图 3(b)所示。

数据处理时首先通过图像预处理、目标识别及亚像素质心提取得到图像中 4 个点的光斑的精确位

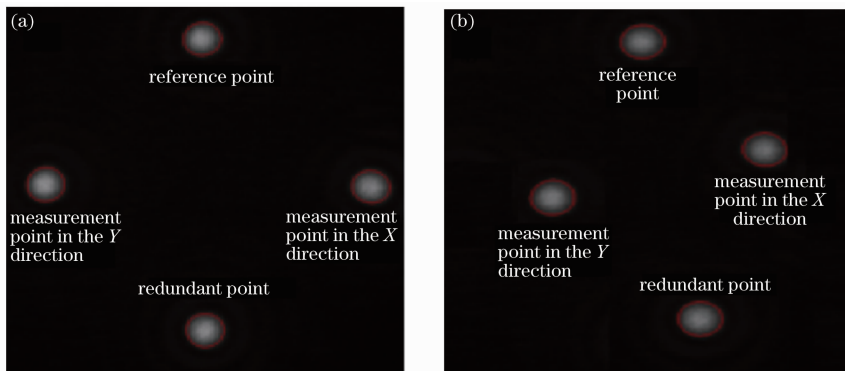


图 3 测量光斑示意图。(a)理想平面测量光斑;(b)曲面测量光斑

Fig. 3 Testing spots. (a) Testing spots for ideal plant; (b) testing spots for curve face

置,然后计算  $X$  向测量点、 $Y$  向测量点以及冗余点与参考点所形成的光斑与参考点光斑之间的相对位置关系,并进一步计算待测点表面法矢之间的关系。在扫描完成后,首先将  $m \times n$  次测量得到的法矢关系融合得到待测面上所有采样点相对于点  $P_{00}$  的法矢关系,即采样点的斜率矩阵。最后通过面形重构算法得到待测件表面形貌。

在得到采样点的斜率矩阵之后,可以通过区域法和模式法进行面形重构<sup>[10]</sup>,模式法中又可来用方域上正交的 Zernike 多项式,方域上的 Legendre 多项式等<sup>[11]</sup>进行面形重构。模式法可以方便地分离待测面形的倾斜、离焦等误差,因此采用方域上正交的 Zernike 多项式对面形进行重构。

Zernike 多项式在圆域上是互为正交、线性无关的,适用于描述圆形区域内的面形,但在方域上并不具备正交性,因此求解得到的像差系数存在误差,需要将 Zernike 多项式进行正交处理<sup>[12]</sup>。本文选取前 8 项多项式,然后进行正交化处理,得到方域内正交的 Zernike 多项式组,记为  $Z_k(x, y)$ :

$$Z_k(x, y) = \sum_{k=1}^{k=8} a_k z_k(x, y), \quad (1)$$

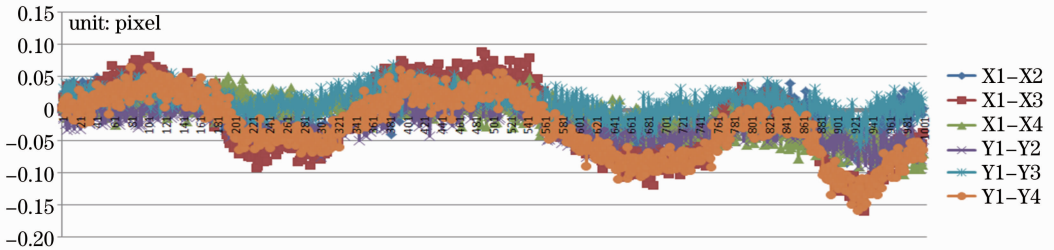


图 4 各测量点相对位置稳定性

Fig. 4 Stability of relative position for every test point

图 4 是现有设备在较好实验条件(采取措施减小气流扰动、待测件振动、温度变化等因素影响)下进行测量时,质心算法获取的各个点之间的相对位置关系曲线,图中共测量 1000 点,测量时长约 15 min。

由图 4 可知,在该实验条件下,测量得到的相对位置关系稳定性方差能够达到 0.06 pixel。根据该装置的设计参数,可以得到该实验条件下其测角稳定性方差能够达到  $\delta = 0.02''$  (测角精度约为  $\pm 0.06''$ , 即  $\pm 0.3 \mu\text{rad}$ )。在严格控制的实验条件(将待测件与光学系统密闭在下小空间内,严格控制气流扰动影响)下短时间的测角稳定性能够达到  $\delta = 0.006''$  (测角精度约为  $\pm 0.02''$ , 即  $\pm 0.1 \mu\text{rad}$ )。

该误差会不断累积,可能导致最终结果误差较大,有必要对该角度误差的累计过程以及对面形测

斜率可以表达为

$$g_x = \sum_{k=1}^{k=8} a_k \frac{dz_k(x, y)}{dx},$$

$$g_y = \sum_{k=1}^{k=8} a_k \frac{dz_k(x, y)}{dy}. \quad (2)$$

用矩阵描述表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_x \\ \mathbf{G}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{sx} \\ Z_{sy} \end{bmatrix} \mathbf{A}, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{G}_x$  为测量待测面形得到的  $x$  方向的斜率矩阵,  $\mathbf{G}_y$  为测量待测面形得到的  $y$  方向的斜率矩阵。通过矩阵广义逆对方程进行求解,得到系数矩阵  $\mathbf{A}$ , 实现对面型的 Zernike 多项式描述,进而实现面形重构。

### 3 测角误差影响分析

在该测量方法中,空气的扰动、待测件的微小振动、环境温度的微小波动以及质心算法的误差等都会导致其角度测量存在一定的误差,如图 4 所示。

量结果的影响进行分析。

#### 3.1 测角误差累积过程分析

该扫描过程如图 5 所示。每次测量 4 个点(虚线框所示),左上角点为参考点,右上角为  $X$  向测量点,左下角为  $Y$  向测量点,右下角为冗余点。在不考虑冗余点的情况下对该过程进行分析。

首先以点  $P_{00}$  为参考点分别测量点  $P_{01}$  和点  $P_{10}$  相对于点  $P_{00}$  的法矢关系,然后以点  $P_{01}$  为参考点,测量点  $P_{02}$  相对于点  $P_{01}$  的法矢关系,依次完成  $X$  向第一行所有的测量点,依次完成其他行的测量。

该测量过程中,法矢测量误差会累积叠加到下一测量点的法矢测量误差中,并逐步传递到随后的测量点中,因此每个测量点法矢的测量误差并不是完全独立的。

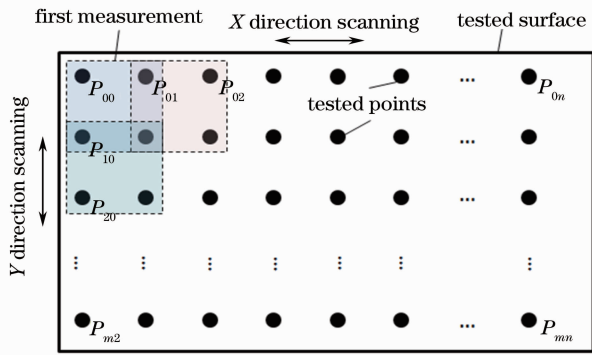


图 5 猫步扫描示意图

Fig. 5 Sketch map for scan process

根据实验可知每次测角相互独立且测量误差服从正态分布,假设其空间角测量稳定性误差在  $X, Y$  方向上的分量的方差均为  $\delta$ 。

以第一行为例,假设点  $P_{00}$  的法矢角度误差为 0。点  $P_{01}$  的相对法矢角度测量误差为  $dA_{01}$ ,点  $P_{02}$  的相对法矢角度测量误差为  $dA_{02}$ ,此时点  $P_{02}$  的绝对法矢角度测量误差为  $dA_{02} + dA_{01}$ ,因此点  $P_{02}$  法矢的测量方差为  $\sqrt{2}\delta$ ,依次计算可以得到点  $P_{0n}$  的法矢的测量方差为  $\sqrt{n}\delta$ 。显而易见,最后一个点测角的不确定性最大,此时点  $P_{mn}$  的测角方差为  $\sqrt{m+n}\delta$ 。由此可以得到在测量过程中,在相对测角误差不变的情况下,表面法矢角度的测量误差会不断增大。

### 3.2 面形重构高度误差分析

为便于分析,以二次曲线连接相邻两点的方式进行面形重构,分析测角稳定性误差对面形重建的影响。以  $X$  方向上任意相邻两点为例,其相对高度  $h$  计算如图 6 所示。

点  $A, B$  的斜率在  $X$  方向上的分量分别为  $\theta_A$  和  $\theta_B$ ,点  $A, B$  之间的距离(采样间距)为  $L$ 。以  $A$  点为原点,当用二次曲线连接相邻两点时,两点之间斜率连续均匀变化,可以通过积分得到点  $B$  相对于点  $A$  的高差的方差  $h_{BA}$  为

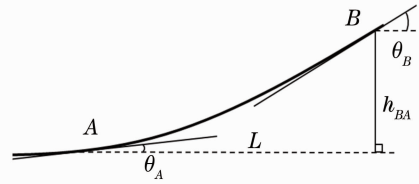


图 6 高差计算示意图

Fig. 6 Sketch map for height

$$h_{BA} = \int_0^L \left( \theta_A + \int_0^x \frac{\theta_B - \theta_A}{L} dx \right) dx. \quad (4)$$

简化得到点  $B$  相对于点  $A$  的高差  $h_{BA}$  为

$$h_{BA} = \frac{\theta_B + \theta_A}{2} L. \quad (5)$$

## 4 Matlab 建模分析测角误差对面形测量影响

### 4.1 Matlab 模型描述

统计表明在现有工艺条件下,大口径反射镜面形通常呈现中间低四角高(或中间高四角低)的状态,且峰谷(PV)值约为  $0.5\lambda$ 。通过建立相似的理想曲面,并进行微分和降采样处理得到理想曲面采样点的理想斜率矩阵。将理想斜率矩阵与误差斜率矩阵融合得到测量斜率矩阵。最后根据测量斜率矩阵,求解 Zernike 多项式系数,最终重建得到仿真测量面形及其 PV 值,同一参数下进行 1000 次的仿真测量,将 1000 次测量的 PV 值的均值记为该组参数下面形测量 PV 值,记为  $H_{pv}$ 。

### 4.2 仿真分析

现有设备的采样间距  $L = 12 \text{ mm}$ 。针对测量的对象,反射镜口径为  $432 \text{ mm} \times 432 \text{ mm}$ ,即拼接次数  $m = n = 36$ 。分析测角不确定度  $\delta$  对面形测量的影响。在最佳条件下,其测角精度  $\pm 0.02''$ ,仿真测量结果如图 7 所示。

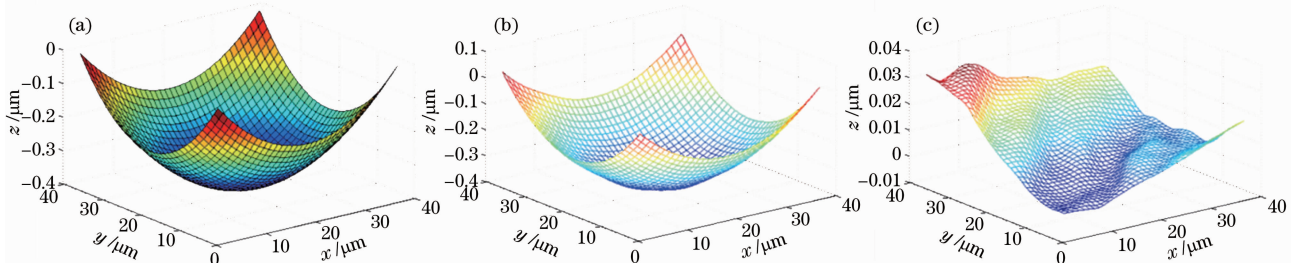


图 7 最佳条件下的测试仿真。(a)理想面形;(b)仿真测量面形;(c)误差面形

Fig. 7 Simulate for best test condition. (a) Ideal topography; (b) simulate topography; (c) error of topography

图 7 表明,在理想面形 PV 约为  $0.379 \mu\text{m}$  时,在最佳测量条件下可以对面形进行准确测量,仿真测量面形  $H_{pv}$  约为  $0.417 \mu\text{m}$ ,误差约为  $0.038 \mu\text{m}$ ,可以对面形进行检测。但是最佳测量条件要求将光学系统及待测大口径元件置于密闭在很小的空间内以避免空气扰动的影响,且要求有较好的隔振措施。

在对较大口径的原件难以将元件和光学系统密闭在很小的空间内,因此实际测量中无法对该面形进行检测。

进一步对较好实验条件下的测量进行仿真分析。在较好的实验条件下,其测角精度  $\pm 0.06''$ ,仿真测量结果如图 8 所示。

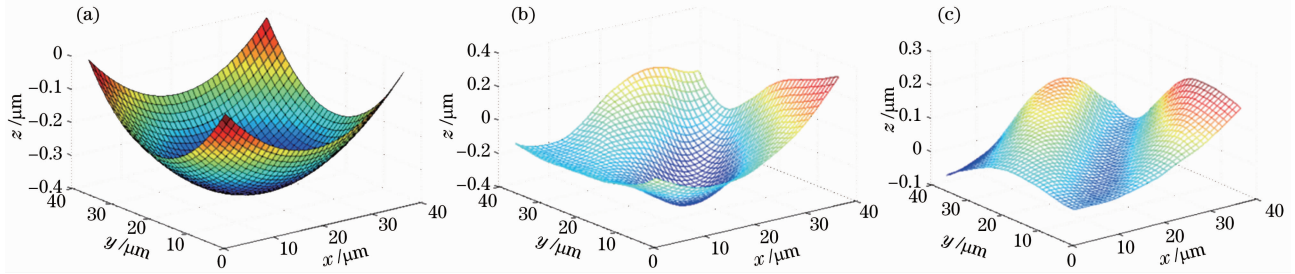


图 8 较好条件下的测试仿真。(a)理想面形; (b)仿真测量面形; (c)误差面形

Fig. 8 Simulate for controlled test condition. (a) Ideal topography; (b) simulate topography; (c) error of topography

图 8 表明,在理想面形 PV 约为  $0.379 \mu\text{m}$  时,在较好的测量条件下难以对面形进行准确测量,仿真测量面形  $H_{pv}$  约为  $0.589 \mu\text{m}$ ,误差约为  $0.210 \mu\text{m}$ 。在实际测量中由于扫描时间过长,较好的实验条件难以保持,因此测量得到的误差将会更大。

条件下也难以对面形较好的大口径反射镜元件进行面形检测。根据 3.2 节的分析内容可知在待测区域较小时,测量误差会更小。仿真结果表明在理想实验条件下且不考虑其他误差时,该设备能够对小于  $216 \text{ mm} \times 216 \text{ mm}$  的待测区域进行面形测量。为了避免长时间测量中存在的温度变化等不确定因素带来更多的附加误差,实验中对  $80 \text{ mm} \times 140 \text{ mm}$  的

### 4.3 实验验证

根据 4.2 节的仿真分析,该方法在理想的实验

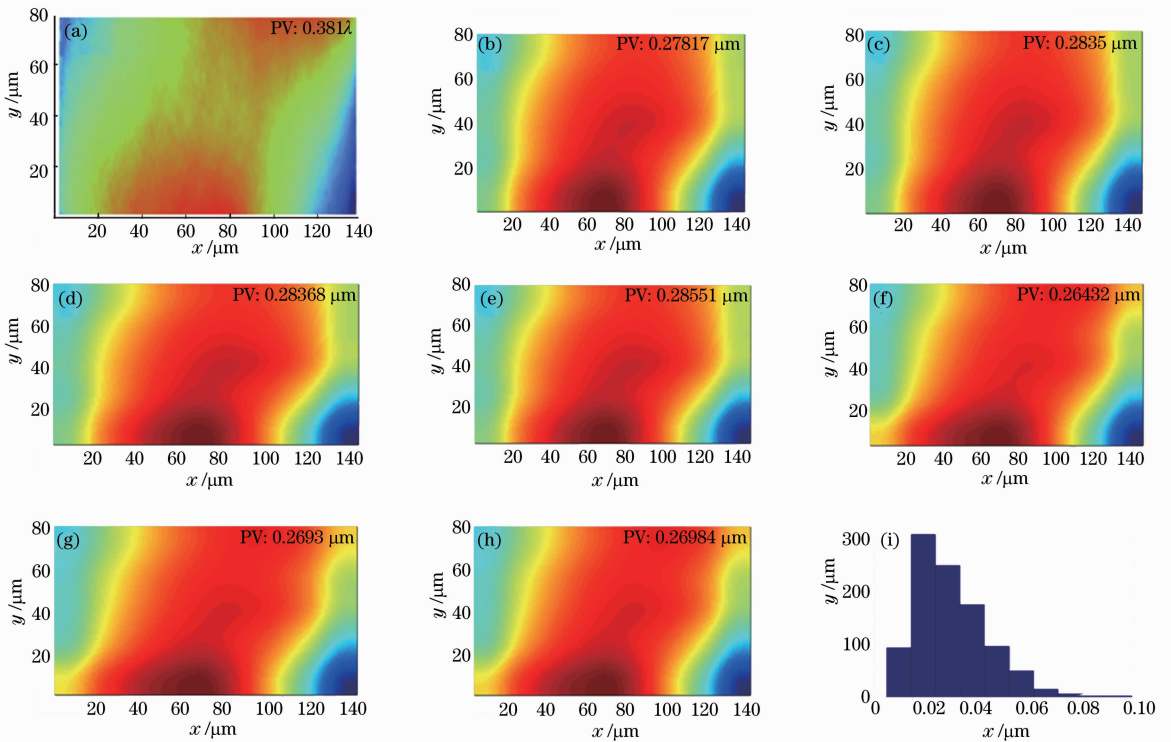


图 9 小口径元件测试实验。(a)干涉仪测量面形; (b)~(h)角差法测量得到的面形; (i)仿真得到面形 PV 误差的直方图

Fig. 9 Testing for small aperture mirror. (a) Test by interferometer; (b)~(h) test with method of angle difference; (i) histogram of topography PV by simulate

区域进行测量,即拼接次数  $m=6, n=10$ 。测量结果如图 9 所示。

干涉仪测量得到待测区域面形 PV 值为  $0.381\lambda$ , 约为  $0.241\ \mu\text{m}$ 。现有设备对该区域测量 7 次,面形区域与干涉仪得到的面形相似,只是细节上存在差异。7 次实验得到该区域面形 PV 值在  $0.264\sim 0.286\ \mu\text{m}$  之间,测量误差约为  $0.034\ \mu\text{m}$ 。图 9(i) 显示,对待测区域大小为  $80\ \text{mm}\times 140\ \text{mm}$ ,测角稳定性方差为  $0.02''$ ,不考虑其他因素带来的误差时仿真得到的面形 PV 的误差值均值约为  $0.029\ \mu\text{m}$ ,略小于实验值,认为分析结果可靠有效。

## 5 结 论

仿真和实验的结果都证明在较好的实验条件下,角差法面形测量原理验证装置能够对小口径反射镜元件面形进行准确测量,面形测量误差约为  $0.03\ \mu\text{m}$ 。在对大口径反射镜元件面形进行测量时,需要的测量时间较长,较好的实验条件难以保持,测量过程中误差积累,难以进行准确的测量,有必要改进测量方案。

## 参 考 文 献

- 1 Chen Xiaojuan, Wang Meicong, Wu Wenkai, *et al.*. Wavefront distortion control for large aperture mirror [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(12): 3325–3328.  
陈晓娟, 王美聪, 吴文凯, 等. 大口径反射镜波前畸变控制技术 [J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(12): 3325–3328.
- 2 Li Chaohui, Jing Wencai, Zhou Ge, *et al.*. Research on phase-stepping interferometric nanometer measurement system and unwrapping algorithm technique [J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2004, 2(3): 217–220.  
李朝辉, 井文才, 周 革, 等. 相移干涉三维形貌纳米检测及算法研究 [J]. 纳米技术与精密工程, 2004, 2(3): 217–220.
- 3 Song Bing, Chen Shanyong, Wang Guilin. Subaperture testing technique of aspheres based on counter-rotating phase plates [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1112007.

- 宋 兵, 陈善勇, 王贵林. 基于双回转相位板的非球面子孔径测量技术 [J]. 光学学报, 2013, 33(11): 1112007.
- 4 Li Hongzhuang, Wang Zhichen, Liu Xinyue, *et al.*. Application of Shack-Hartmann wavefront sensor in optical testing [J]. Journal of Applied Optics, 2012, 33(1): 134–138.  
李宏壮, 王志臣, 刘欣悦, 等. Shack-Hartmann 波前传感器在光学检验中的应用 [J]. 应用光学, 2012, 33(1): 134–138.
- 5 D R P Neal, T D Raymond, I Pulask, *et al.*. Testing highly aberrated large optics with a Shack-Hartmann wavefront sensor [C]. SPIE, 2003, 5162: 1–10.
- 6 Ma Dongmei, Sun Junyue, Zhang Bo, *et al.*. High precision large flat mirror measurement by angle difference testing [J]. Optics and Precision Engineering, 2005, 13(s): 121–126.  
马冬梅, 孙军月, 张 波, 等. 高精度大口径平面镜面角差法测试探究 [J]. 光学 精密工程, 2005, 13(s): 121–126.
- 7 Chen Niannian, Fan Yong, Zhang Jinfeng, *et al.*. Study on topography measurement system of oversize optical component [J]. Measuring & Controlling Technology, 2010, 29(3): 13–17.  
陈念年, 范 勇, 张劲峰, 等. 大口径光学组件面形检测系统研究 [J]. 测控技术, 2010, 29(3): 13–17.
- 8 Liu Yi. Research on Flight Strip Stitching Arithmetic for UAV Remote Sensing Image [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2010. 25–28.  
刘 异. 无人机遥感影像的航带拼接算法研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2010. 25–28.
- 9 Ji Weiwei. Investigation on Node Localization and Network Coverage in Wireless Sensor Networks [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2008. 39–42.  
嵇玮玮. 无线传感器网络的节点定位与覆盖技术研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2008. 39–42.
- 10 Li Mengyang, Li Dahai, Wang Qionghua, *et al.*. Wavefront reconstruction with orthonormal polynomials in a square area [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(11): 1108011.  
李萌阳, 李大海, 王琼华, 等. 用方形区域内的标准正交多项式重构波前 [J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1108011.
- 11 Liu Zesheng, Li Dahai. Comparative study of Hartmann wavefront reconstruction algorithm in square zone [J]. Laser Journal, 2008, 29(1): 39–40.  
刘泽晟, 李大海. 方形区域上哈特曼波前重构算法比较研究 [J]. 激光杂志, 2008, 29(1): 39–40.
- 12 Li Mengyang, Li Dahai, Zhao Jiwen, *et al.*. Wavefront reconstruction based on standard orthonormal vector polynomials in a square area [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0712007.  
李萌阳, 李大海, 赵霁文, 等. 基于方形域内标准正交多项式的波前重建 [J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0712007.

栏目编辑: 何卓铭