

合成孔径激光成像雷达的二维傅里叶变换成像算法

刘立人

(中国科学院上海光学精密机械研究所空间激光通信和检验技术重点实验室, 上海 201800)

摘要 提出了合成孔径激光成像雷达(SAIL)的二维傅里叶变换成像算法,即对回波信号进行顺轨向相位二次项共轭补偿后直接实施二维傅里叶变换。归纳了啁啾光源侧视 SAIL, 平移二次项波面直视 SAIL 和偏转平面波面直视 SAIL 的数据收集方程,采用连续变量和函数说明了算法的成像过程,并分析了矩形和圆形天线孔径下的成像分辨率,最后给出了离散傅里叶变换的表达形式。算法中交轨向和顺轨向的时间域数据均直接变换到频率域成像,给出了圆形孔径天线 SAIL 的随交轨向变化的顺轨向成像分辨率的解析解。

关键词 遥感;侧视合成孔径激光成像雷达;直视合成孔径激光成像雷达;成像算法;傅里叶变换;矩形孔径;圆形孔径

中图分类号 TN958 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201434.0128001

2D Fourier-Transform Imaging Algorithm for Synthetic Aperture Imaging Ladars

Liu Liren

(Key Laboratory of Space Laser Communication and Testing Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract A 2D Fourier transform imaging algorithm for synthetic aperture imaging lidar (SAIL) is proposed. The collected data are first compensated with a conjugated quadratic phase and then imaged by 2D Fourier transform. Unified data collection equations for side-looking SAILs with chirped laser, down-looking SAILs with shifting of quadratic wavefronts and with deflection of plane wavefronts are formulated. Functions and relative imaging resolutions of the algorithm for these SAILs with rectangular and circular apertures are described and analyzed in terms of continuous variables and functions. Then, the expression of the 2D discrete Fourier transform is given. The feature of the algorithm is that the collected data in the time domain are transformed into the frequency domain both in the travel direction and in its orthogonal direction to be directly imaged. The mathematical formulation of the travel-direction imaging resolution varying along the orthogonal direction is deduced.

Key words remote sensing; side-looking synthetic aperture imaging lidar; down-looking synthetic aperture imaging lidar; imaging algorithm; Fourier transform; rectangular aperture; circular aperture

OCIS codes 280.6730; 280.3640; 100.3005; 110.2990

1 引言

合成孔径激光成像雷达(SAIL)的原理取自于射频领域的合成孔径雷达,是能够在远距离得到厘米量级成像分辨率的一种光学成像观察手段。目前已经发展了两种合成孔径激光成像雷达体制^[1],即侧视 SAIL^[2-14]和直视 SAIL^[15-17]。侧视 SAIL 在侧视观察的直线距离方向上采用目标对于雷达的视

距分辨的原理,相应地在回波信号中产生快时间线性相位调制项,而在方位向实施孔径合成成像,相应地在回波信号中产生慢时间二次项相位历程。直视 SAIL 在直视观察的交轨方向上采用目标在目标面上横向距离分辨的原理,相应地在回波信号中产生快时间线性相位调制项,而在顺轨向实施孔径合成成像,相应地在回波信号中产生慢时间二次项相位历程。

收稿日期: 2013-06-17; 收到修改稿日期: 2013-07-04

作者简介: 刘立人(1942—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间信息光学方面的研究。

E-mail: lirenliu@mail.shenc.ac.cn(中国光学学会会员号: Z019248)

为统一起见,侧视 SAIL 的距离向和方位向也如同直视 SAIL 一样统称交轨向和顺轨向。

上述侧视 SAIL 和直视 SAIL 都采用了相同的匹配滤波聚焦成像算法,即在快时间上采用傅里叶变换实现交轨向聚焦成像,在慢时间的顺轨向上采用二次项相位历程的共轭二次项匹配滤波聚焦成像。因此,二维时间域的回波信号数据变换到了一维频率域和一维时间域的图像输出。本文提出了 SAIL 的二维傅里叶变换成像算法,即对于回波信号进行顺轨向相位二次项历程共轭补偿后直接实施二维傅里叶变换,其特点是把交轨向和顺轨向的二维时间域数据均直接变换为二维频率域的成像输出数据,提供了一种 SAIL 可以选择的成像算法。给出了圆形孔径 SAIL 的随交轨向变化的顺轨向成像分辨率的解析表达式,顺轨向成像分辨率从目标面中心

沿交轨方向向外有逐渐变坏的趋势。

2 二维傅里叶变换成像算法

傅里叶变换采样窗口与回波信号数据流的关系如图 1 所示。SAIL 的顺轨向和交轨向的回波信号的数据收集都采用了离散时间的采样方式。为实现简洁明了的成像过程分析,可以采用连续变量和函数进行数学解析分析,作为采样间隔趋于无限小时的离散时间采样。SAIL 的成像过程可以用目标上的一个成像分辨单元 (x_p, y_p) 的散射来描述,对于采用啁啾激光的侧视 SAIL,采用二次项波面平移扫描的直视 SAIL 和采用线性波面倾斜扫描的 SAIL 的单一目标单元连续量数据收集方程可以归纳为统一的表达式,为

$$i_p^{SL}(t_s, t_{i,s}; x_p, y_p) = A(x_p, y_p) S(x_p, y_p - v_y t_s) \text{rect}\left(\frac{t_{i,s} - T_f/2}{T_f}\right) \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda L/2} (y_p - v_y t_s)^2\right] \times \exp[j2\pi f_b(x_p) t_{i,s}]. \quad (1)$$

定义交轨向为 x 方向,顺轨向为 y 方向。 $A(x_p, y_p)$ 为与 SAIL 结构、系统安排和目标点特性等有关的接收光场因子。目标面中心到 SAIL 的距离为 Z 。 $t_s (-\infty \leq t_s \leq \infty)$ 为顺轨向慢时间, $t_{i,s} (0 \leq t_{i,s} \leq T_f)$ 为交轨向快时间, T_f 为快时间信号采样持续时间。慢时间和快时间的坐标原点 $t_s = 0$ 和 $t_f = 0$ 与 SAIL 空间坐标原点 $(x = 0, y = 0, z = 0)$ 重合。 v_y 为 SAIL 运动速度。 $f_b(x_p)$ 为目标在交轨向快时间上产生的等效拍频频率。 $S(x, y)$ 为由发射光斑和接收方向性特性决定的光学足趾函数,侧视 SAIL 由光学天线孔径的衍射产生,直视 SAIL 由发射机内孔径成像产生。

侧视 SAIL 包括使用矩形孔径天线和圆形孔径天线两种结构。采用矩形孔径时其光学足趾函数是分离变量的,即 $S(x, y) = S_x(x)S_y(y)$,回波收集方程因此也是分离变量的。对慢时间(即顺轨向)实施一维傅里叶变换时可以单独对于 $S_y(y)$ 分量进行变换,成像分辨率能够得到解析分析。但是圆形孔径 SAIL 的光学足趾函数是非分离变量的,即 $S(x, y) \neq S_x(x)S_y(y)$,其数据收集方程也是非分离变量的,对慢时间实施一维傅里叶变换时即是对二维函数进行一维变换,难以得到解析解。但是对二维光学足趾函数进行适当的近似,成像过程也可以得到近似解析表达。

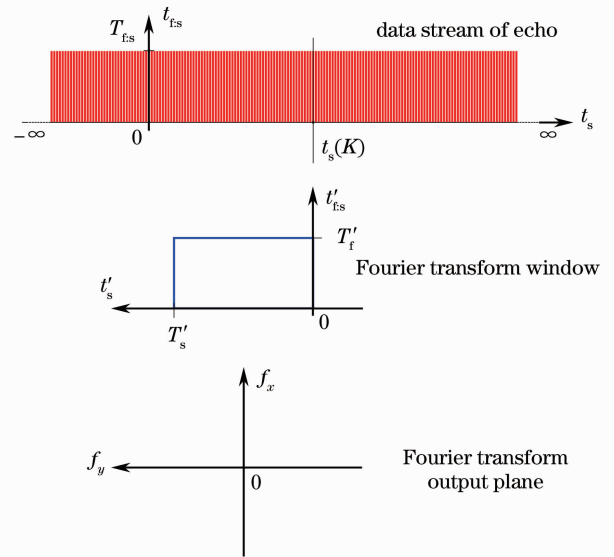


图 1 傅里叶变换采样窗口与回波信号数据流的关系
Fig. 1 Relationship between sampling window of the Fourier transform and data stream of echo

(1)式中的两项相位指数项是 SAIL 成像的关键,前一项为顺轨向二次项相位历程,后一项为交轨向线性相位调制项。其中顺轨向二次项曲率半径参数 L 和交轨向相位线性项等效差频参数 f_b 如下:

1) 对于侧视 SAIL,定义在倾斜角为 φ 的物体平面 $\alpha\beta$ 上第 p 个目标散射点的坐标为 (α_p, β_p) ,则在对于侧视 SAIL 的垂直目标面 xy 内的坐标位置

为 $(x_p = \alpha_p \sin \varphi, y_p = \beta_p, z_p = \alpha_p \cos \varphi)$, 等效视距距离 $z'_p = z_p + Z - L_{\text{loc}}/2$, 其中 L_{loc} 为外差本振激光的光学延时线长度, 激光啁啾速率为 \dot{f} , 则有

$$\begin{cases} L = Z \\ f_b(z'_p) = \frac{2\dot{f}z'_p}{c} = \frac{2B}{cT_f}z'_p \end{cases} \quad (2)$$

由于侧视观察, z'_p 为单极性值, 所以 $f_b(z'_p)$ 也为单极性函数。

2) 对于交轨向采用两个柱面透镜(相位二次项)平移扫描的侧视 SAIL, 定义 R_x 为交轨向扫描二次项等效曲率半径, $\Delta X = D_x^p$ 为其扫描平移宽度, R_y 为直顺轨方向上符号相反的曲率半径的值, 则有

$$\begin{cases} L = R_y \\ f_b(x_p) = \frac{2\Delta X}{\lambda R_x T_f}x_p \end{cases} \quad (3)$$

这时两个发射光束在交轨方向(相反)扫描速度 $v_x = \Delta X/T_f$ 。

3) 对于交轨向采用两个反射镜倾斜(线性相位项)扫描的侧视 SAIL, 令 $\Delta\theta$ 为反射镜偏转宽度, 则有

$$\begin{cases} L = R_y \\ f_b(x_p) = \frac{4\Delta\theta}{\lambda T_f}x_p \end{cases} \quad (4)$$

这时反射镜的偏转速度 $\dot{\theta}_x = \Delta\theta/T_f$ 。

合成孔径激光成像雷达的二维傅里叶变换成像算法对所获得的时间函数数据流先进行顺轨向共轭相位二次项补偿, 然后进行二维傅里叶变换。二维傅里叶变换的时间坐标为 (t'_s, t'_f) , 其中 t'_s 为等效慢时间, 而 $t'_f(t'_f = t_f)$ 为等效快时间。傅里叶变换窗口宽度为 $0 \leq t'_s \leq T'_s$ 和 $0 \leq t'_f \leq T'_f$ 。等效慢时间 $t'_s = 0$ 在回波数据流上的启动时间为 $t_s(K)$ [$-\infty \leq t_s(K) \leq \infty$], 其中定义 $t'_s = t_s(K) - t_s$, 时间关系和变换关系如图 1 所示。

共轭相位二次项为

$$\exp[j\varphi_c(t'_s)] = \exp[-j\pi v_y^2 (t'_s - T'_s/2)^2 / (\lambda L/2)]. \quad (5)$$

SAIL 的光学足趾在矩形孔径时为 $D_x^p \times D_y^p$ 或者在圆形孔径时为 D^p , 在顺轨向的经历时间为:

$$T_s = \frac{D_y^p}{v_y} \text{ or } T_s = \frac{D^p}{v_y}. \quad (6)$$

因此当 $T'_s = 2T_s$ 时, 对于顺轨向光学足趾的两倍数据进行变换, 将得到二维图像输出。二维成像输出为傅里叶变换($t'_f \rightarrow f_x, t'_s \rightarrow f_y$):

$$\begin{aligned} I_p[f_x, f_y; x_p, y_p; t_s(K)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i_p[t_s(K) - t'_s, t'_f; x_p, y_p] \exp[j\varphi_c(t'_s)] \text{rect} \left[\frac{t'_s - \frac{T'_s}{2}}{T'_s} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \text{rect} \left[\frac{t'_f - \frac{T'_f}{2}}{T'_f} \right] \exp[-j2\pi(f_x t'_f + f_y t'_s)] \right\} dt'_f dt'_s. \end{aligned} \quad (7)$$

最大截止频率 $|f_{y, \max}| = \frac{v_y D_y^p}{\lambda L}$ (或 $|f_{y, \max}| = \frac{v_y D^p}{\lambda L}$)。

当 $T'_s = T_s$ 时, 输出像必须定义在 $f_y = 0$ 的一维表达上, 即有

$$\begin{aligned} I_p[f_x, 0; x_p, y_p; t_s(K)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ i_p[t_s(K) - t'_s, t'_f; x_p, y_p] \exp[j\varphi_c(t'_s)] \text{rect} \left[\frac{t'_s - \frac{T'_s}{2}}{T'_s} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \text{rect} \left[\frac{t'_f - \frac{T'_f}{2}}{T'_f} \right] \exp(-j2\pi f_x t'_f) \right\} dt'_f dt'_s. \end{aligned} \quad (8)$$

最终, 相对于目标点 (x_p, y_p) 的输出像为

$$I_p[f_x(K), K] = \sum_K I_p[f_x, 0; x_p, y_p; t_s(K)]. \quad (9)$$

3 侧视 SAIL 的二维傅里叶变换成像算法的物理过程

3.1 矩形孔径侧视 SAIL 的成像

光学发射/接收口径为 $D_x \times D_y$, 则光学足趾

尺寸为 $D_x^p \times D_y^p = 2\lambda Z/D_x \times 2\lambda Z/D_y$ (零值全宽), 考虑了发射光斑和外差接收方向性的光学足趾函数为

$$S(x, y) = S_x(x)S_y(y) = \text{sinc}^2\left(\frac{x}{D_x^p/2}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{y}{D_y^p/2}\right). \quad (10)$$

侧视 SAIL 在结构设计中已经定义了方位向分辨率(零值全宽度)为 $d_y = D_y/2$, 距离向分辨率(零

值全宽度)为 $d_x = c/(fT_f)$, 一般要求 $d_x = d_y$ 则有 $f = c/(D_y T_f)$ 。

因此, 傅里叶变换后的成像信号为 $(t'_f \rightarrow f_x, t'_s \rightarrow f_y)$

$$I_p^{\text{SL}}[f_x, f_y; x_p, y_p; t_s(K)] = A(x_p, y_p) \exp \left\{ j \frac{\pi v_y^2}{\lambda Z/2} \left\{ \left[\frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right]^2 - \left(\frac{T'_s}{2} \right)^2 \right\} \right\} \times$$

$$F_{t'_s \rightarrow f_y} \left\{ S(x_p, y_p - v_y[t_s(K) - t'_s]) \otimes [T'_s \text{sinc}(T'_s f_y) \exp(j\pi T'_s f_y)] \otimes \delta \left\{ f_y + \frac{v_y^2}{\lambda Z/2} \left[\frac{T'_s}{2} + \frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right] \right\} \right\} \times$$

$$[T_f \text{sinc}(T_f f_x) \exp(j\pi T_f f_x)] \otimes [T'_f \text{sinc}(T'_f f_x) \exp(j\pi T'_f f_x)] \otimes \delta[f_x - f_b^{\text{SL}}(x_p)], \quad (11)$$

式中, 符号 \otimes 表示卷积积分, 光学足趾函数的一维傅里叶变换为

$$F_{t'_s \rightarrow f_y} \left\{ S[x_p, y_p - v_y(t_s(K) - t'_s)] \right\} = \text{sinc}^2 \left(\frac{x_p}{D_x^{lp}/2} \right) \left\{ \frac{D_y^{lp}/2}{v_y} \text{tri} \left(\frac{D_y^{lp}/2}{v_y} f_y \right) \exp \left\{ 2\pi j \left[\frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right] f_y \right\} \right\}. \quad (12)$$

首先讨论方位向的成像位置和成像分辨率, 由(11)式前一个卷积项表示的方位向成像函数可知, 方位向成像点位置为

$$f_y(y_p) = -\frac{v_y^2}{\lambda Z/2} \left[\frac{T'_s}{2} + \frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right]. \quad (13)$$

光学足趾函数的一维傅里叶变换决定了方位向成像分辨率, 其中卷积 $\text{tri}(\lambda Z f_y / D_y v_y) \otimes \text{sinc}(T'_s f_y)$ 相当于点扩散函数, 其宽度代表成像分辨率, 即 $\Delta f_{y,1} = 2D_y v_y / (\lambda Z) = 4v_y / D^{lp}$ (零值全宽)。而傅里叶变换窗口 $\text{sinc}(T'_s f_y)$ 的宽度为 $\Delta f_{y,2} = 2/T'_s$ (零值全宽)。因此方位向成像宽度近似为

$$\Delta f_y \approx \frac{2v_y}{D_y^{lp}/2} + \frac{2}{T'_s}. \quad (14)$$

(11)式后一个卷积项表示距离向成像函数, 距离向成像点位置为

$$f_x(x_p) = f_b^{\text{SL}}(x_p), \quad (15)$$

由于侧视 SAIL 中 $f_b^{\text{SL}}(x_p)$ 是单极性的, 所以成像只在方位向一侧。距离向成像点的系统设计宽度为 $\Delta f_{x,1} = 2/T_f$, 而傅里叶变换窗口尺度决定成像宽度为 $\Delta f_{x,2} = 2/T'_f$ (零值全宽)。两个 sinc 函数的卷积仍然是 sinc 函数, 因此距离向成像宽度 (零值全宽) 最终为

$$\Delta f_x(x_p) = \max \left\{ \Delta f_{x,1} = \frac{2}{T_f}, \Delta f_{x,2} = \frac{2}{T'_f} \right\}. \quad (16)$$

3.2 圆形孔径侧视 SAIL 的成像

圆形孔径侧视 SAIL 成像过程与矩形孔径一致, 只需改变光学足趾函数的一维傅里叶变换及其方位向分辨率。为了得到近似解析分析, 对于二维光学足趾函数可以给出如下近似表达:

$$S(x, y) = \text{somb}^2 \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D^{lp}/2} \right) \approx \text{sinc}^2 \left(\frac{x}{D^{lp}/2} \right) \text{sinc}^2 \left[\frac{y}{\sqrt{(D^{lp}/2)^2 - x^2}} \right], \quad (17)$$

式中 somb 代表宽边帽函数, 这种近似保持了在 x 轴和 y 轴上的 somb^2 函数准确分布, 同时第一级零点具有与 somb 函数分布相同的半径 $D^{lp}/2$ 。所以

$$S\{x_p, y_p - v_y[t_s(K) - t'_s]\} = \text{sinc}^2 \left(\frac{x_p}{D^{lp}/2} \right) \text{sinc}^2 \left\{ \frac{v_y[t'_s - t_s(K) + y_p/v_y]}{\sqrt{(D^{lp}/2)^2 - x_p^2}} \right\}. \quad (18)$$

因此对于 t'_s 的傅里叶变换为

$$F_{t'_s \rightarrow f_y} \left\{ S\{x_p, y_p - v_y[t_s(K) - t'_s]\} \right\} = \text{sinc}^2 \left(\frac{x_p}{D^{lp}/2} \right) F_{t'_s \rightarrow f_y} \left\{ \text{sinc}^2 \left\{ \frac{v_y[t'_s + y_p/v_y - t_s(K)]}{\sqrt{(D^{lp}/2)^2 - x_p^2}} \right\} \right\} =$$

$$\text{sinc}^2 \left(\frac{x_p}{D^{lp}/2} \right) \frac{\sqrt{(D^{lp}/2)^2 - x_p^2}}{v_y} \text{tri} \left[\frac{\sqrt{(D^{lp}/2)^2 - x_p^2}}{v_y} f_y \right] \exp \left\{ j2\pi f_y \left[\frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right] \right\}, \quad (19)$$

则在顺轨方向上的成像分辨率的零值全宽度为

$$\Delta f_y = 2 \frac{v_y}{\sqrt{(D^{lp}/2)^2 - x_p^2}}. \quad (20)$$

可知, 由于圆分布函数, 在 $x_p = 0$ 上由于合成孔径积分长度最大而达到最高成像分辨率, 宽度为 $\Delta f_{y,\min} = 4v_y/D^{lp}$ 。但是随着 x_p 位置增加成像分辨率降低, 在边缘上因为合成孔径积分长度接近零分辨率宽度趋向无穷大。

4 直视 SAIL 的二维傅里叶变换成像算法的物理过程

4.1 矩形孔径直视 SAIL 的成像

矩形孔径直视 SAIL 的光学足趾函数为矩形函数,即

$$S(x, y) = S_x(x)S_y(y) = \text{rect}\left(\frac{x}{D_x^{lp}}\right)\text{rect}\left(\frac{y}{D_y^{lp}}\right). \quad (21)$$

直视 SAIL 在结构设计中已经定义了交轨向成像分辨率(零值全宽)为 $d_x = \lambda R_x / D_x^{lp}$ (柱面透镜扫描), $d_x = \lambda / 2\Delta\theta$ (反射镜扫描), 顺轨向成像分辨率(零值全宽)为 $d_y = \lambda R_y / D_y^{lp}$ 。

成像算法的第一步是对于数据流进行方位向二次项相位补偿, 然后进行二维傅里叶变换。因此傅里叶变换后的成像信号为

$$\begin{aligned} F_p^{\text{SL}}[f_x, f_y; x_p, y_p; t_s(K)] &= A(x_p, y_p) \exp\left\{j \frac{\pi v_y^2}{\lambda R_y / 2} \left[\left[\frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right]^2 - \left(\frac{T_s'}{2} \right)^2 \right]\right\} \times \\ F_{t_s' \rightarrow f_y} \{S\{x_p, y_p - [t_s(K) - t_s']\}\} &\otimes [T_s' \text{sinc}(T_s' f_y) \exp(j\pi T_s' f_y)] \otimes \delta\left\{f_y + \frac{v_y^2}{\lambda R_y / 2} \left[\frac{T_s'}{2} + \frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right]\right\} \times \\ [T_f \text{sinc}(T_f f_x) \exp(j\pi T_f f_x)] &\otimes [T_f' \text{sinc}(T_f' f_x) \exp(j\pi T_f' f_x)] \otimes \delta[f_x - f_b^{\text{DL}}(x_p)]. \end{aligned} \quad (22)$$

其中光学足趾函数的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} F_{t_s' \rightarrow f_y} [S(x_p, y_p)] &= S_x(x_p) F_{t_s' \rightarrow f_y} \{S\{y_p - v_y[t_s(K) - t_s']\}\} = \\ \text{rect}\left(\frac{x_p}{D_x^{lp}}\right) &\left\{ \frac{D_y^{lp}}{v_y} \text{sinc}\left(\frac{D_y^{lp}}{v_y} f_y\right) \exp\left\{2\pi j \left[\frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right] f_y\right\} \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

首先讨论方位向的成像位置和成像分辨率。由(22)式前一个卷积项表示顺轨向成像函数, 则方位向成像点位置为

$$f_y(y_p) = -\frac{v_y^2}{\lambda R_y / 2} \left[\frac{T_s'}{2} + \frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right]. \quad (24)$$

光学足趾函数的一维傅里叶变换决定了方位向成像分辨率, 其中卷积 $\text{sinc}(D_y^{lp} f_y / v_y) \otimes \text{sinc}(T_s' f_y)$ 宽度代表成像分辨率, $\text{sinc}(D_y^{lp} f_y / v_y)$ 的宽度为 $\Delta f_{y,1} = 2v_y / D_y^{lp}$ (零值全宽), 而 $\text{sinc}(T_s' f_y)$ 的宽度为 $\Delta f_{y,2} = 2/T_s'$ (零值全宽), 因此顺轨向成像宽度为

$$\Delta f_y(x_p) = \max\left[\Delta f_{y,1} = \frac{2v_y}{D_y^{lp}}, \Delta f_{y,2} = \frac{2}{T_s'}\right]. \quad (25)$$

(22)式后一个卷积项表示距离向成像函数, 交轨向成像点位置为

$$f_x(x_p) = f_b^{\text{DL}}(x_p), \quad (26)$$

由于侧视 SAIL 中 $f_b^{\text{DL}}(x_p)$ 是双极性的, 所以成像在顺轨向两侧。交轨向成像点的系统设计宽度为 $\Delta f_{x,1} = 2/T_f$, 而傅里叶变换窗口尺度决定的为成像宽度为 $\Delta f_{x,2} = 2/T_f'$ (零值全宽), 因此距离向成像宽度(零值全宽度)最终为

$$\Delta f_x(x_p) = \max\left(\Delta f_{x,1} = \frac{2}{T_f}, \Delta f_{x,2} = \frac{2}{T_f'}\right). \quad (27)$$

4.2 圆形孔径直视 SAIL 的成像

圆形孔径直视 SAIL 成像过程与矩形孔径一致, 只需改变光学足趾函数的一维傅里叶变换及其方位向分辨率。为了得到近似解析分析, 对于二维光学足趾函数

$$S(x, y) = \text{cir}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D^{lp}}\right) \approx \text{rect}\left(\frac{x}{D^{lp}}\right) \text{rect}\left[\frac{y}{\sqrt{(D^{lp})^2 - (2x)^2}}\right], \quad (28)$$

所以

$$S\{x_p, y_p - v_y[t_s(K) - t_s']\} = \text{rect}\left(\frac{x_p}{D^{lp}}\right) \text{rect}\left\{\frac{v_y[y_p/v_y - t_s(K) + t_s']}{\sqrt{(D^{lp})^2 - (2x_p)^2}}\right\}. \quad (29)$$

因此对于 t_s' 的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} F_{t_s' \rightarrow f_y} \{S\{x_p, y_p - v_y[t_s(K) - t_s']\}\} &= \text{rect}\left(\frac{x_p}{D^{lp}}\right) \frac{\sqrt{(D^{lp})^2 - (2x_p)^2}}{v_y} \times \\ \text{sinc}\left[\frac{\sqrt{(D^{lp})^2 - (2x_p)^2}}{v_y} f_y\right] &\exp\left\{j2\pi f_y \left[\frac{y_p}{v_y} - t_s(K) \right]\right\}, \end{aligned} \quad (30)$$

在顺轨方向上的成像分辨率的零值全宽度为

$$\Delta f_y = \frac{v_y}{\sqrt{(D^{ip}/2)^2 - x_p^2}}. \quad (31)$$

可知,由于圆分布函数,在 $x_p = 0$ 上由于合成孔径积分长度最大而达到最高成像分辨率,宽度为 $\Delta f_{y,\min} = 2v_y/D^{ip}$ 。但是随着 x_p 位置增加成像分辨率降低,在边缘上因为合成孔径积分长度接近零而分辨率宽度趋向无穷大。

5 算法的离散傅里叶变换表达

SAIL 的回波数据都是离散化采样取得的,二维傅里叶变换成像算法最终是采样离散傅里叶变换^[18]实现的,本节综合算法的离散傅里叶变换表达方法。

设定 k 为顺轨向慢时间采样系列,根据抽样定律慢时间采样周期应至少为

$$T_k = \frac{d_y}{2v_y}, \quad (32)$$

因此光学足址内的慢时间采样数为

$$M' = \frac{D_y^{ip}}{v_y T_k} = \frac{2D_y^{ip}}{d_y}. \quad (33)$$

交轨向的最大差频频率为 f_b^{\max} ,根据抽样定律快时间采样周期至少为

$$T_n = \frac{1}{2f_b^{\max}}, \quad (34)$$

因此快时间采样数为

$$N = 2f_b^{\max} T_i. \quad (35)$$

参考(1)式,侧视或者直视 SAIL 对于第 p 个目标点得到的回波二维数据可以用时间系列指数表达为 $i_p[k, n(k); x_p, y_p]$ 。如图 1 所示,令慢时间上的离散傅里叶变换的启动时间指数为 K ,离散傅里叶变换的窗口函数的时间系列指数为 $n \times m$,其中快时间系列指数为 $n = 0, 1, \dots, (N-1)$,慢时间系列指数为 $m = K - k$,取 $k = K, K-1, K-2, \dots, K-(M-1)$,则 $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$ 。为方便起见设定 M 和 N 均为奇数。

离散傅里叶变换窗口中的相位二次项补偿函数为

$$\exp[j\varphi_c(m)] = \exp\left\{j\left\{-\frac{\pi}{\lambda(L/2)}\left[\left(m - \frac{M-1}{2}\right)T_n v_y\right]^2\right\}\right\}, \quad (36)$$

因此离散傅里叶变换后的二维成像输出为

$$G\left(\frac{s}{NT_n}, \frac{l}{MT_k}; K\right) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_p[nT_n, (K-m=k)T_k; K; x_p, y_p] \exp\left\{j\left\{-\frac{\pi}{\lambda L/2}\left[\left(m - \frac{M-1}{2}\right)T_n v_y\right]^2\right\}\right\} \right\} \times \exp\left[-j2\pi\left(\frac{ml}{M} + \frac{ns}{N}\right)\right], \quad (37)$$

其中, $l = 0, 1, \dots, M-1; s = 0, 1, \dots, N-1$ 。

参考第二节关于处理图像的二维输出或者一维输出的傅里叶变换窗口宽度的要求,同样地当 $M = 2M'$ 时算法对顺轨向光学足址的两倍数据进行变换,将直接得到二维图像输出,而当 $M = M'$ 时算法对顺轨向光学足址的一倍数据进行变换,输出像必须定义在 $l = 0$ 的一维表达上。

6 结 论

提出了侧视和直视合成孔径激光成像雷达的二维傅里叶变换成像算法,即对于回波信号进行顺轨向共轭相位二次项共轭补偿后直接实施二维傅里叶变换。采用连续变量和函数对于矩形和圆形孔径的侧视和直视 SAIL 进行了算法成像验证,并且分析了矩形和圆形孔径下的成像分辨率,最后给出了离散傅里叶变换的表达形式。算法的特点是把交轨向

和顺轨向的时间域信号数据均直接变换到频率域的成像输出数据,为侧视和直视 SAIL 提供了一种新的成像算法。

给出了圆形孔径 SAIL 的随交轨向变化的顺轨向成像分辨率的解析表达式,表明顺轨向成像分辨率从目标面中心向外逐渐变低。因为二维傅里叶变换成像方法和以前的匹配滤波成像算法在物理上是一致的,因此这种顺轨向成像分辨率表达也适用于匹配滤波成像算法。

匹配滤波算法的顺轨向处理是直接的时间域对于相位历程信号进行共轭二次项匹配滤波,而在本算法中顺轨向傅里叶变换处理相当于在频率域中对于相位历程信号谱进行共轭二次项谱的匹配滤波,在信号和信号谱的两个定义域中进行相同的运算却在这两个不同域中得到了完全相同的成像结果,核心原因是相位历程也必须是相位二次项,这也进一

步证明了 SAIL 的孔径合成的本质是顺轨向上的相位二次项产生。

参 考 文 献

- 1 Liu Liren. Coherent and incoherent synthetic aperture imaging ladars and laboratory-space experimental demonstrations [J]. *Appl Opt*, 2013, 52(4): 579–599.
- 2 M Bashkansky, R L Lucke, E Funk, *et al.*. Two-dimensional synthetic aperture imaging in the optical domain [J]. *Opt Lett*, 2002, 27(22): 1983–1985.
- 3 S M Beck, J R Buck, W F Buell, *et al.*. Synthetic-aperture imaging ladar: laboratory demonstration and signal processing [J]. *Appl Opt*, 2005, 44(35): 7621–7629.
- 4 J Ricklin, M Dierking, S Fuhrer, *et al.*. Synthetic aperture ladar for tactical imaging [C]. DARPA Strategic Technology Office, Nov, 14, 2007.
- 5 B Krause, J Buck, C Ryan, *et al.*. Synthetic aperture ladar flight demonstration [C]. CLEO: Science and Innovations, 2011, PDPB7.
- 6 Zhou Yu, Xu Nan, Luan Zhu, *et al.*. Imaging experiment of a 2D target in a laboratory-scale synthetic aperture imaging ladar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(7): 2030–2032.
周煜, 许楠, 笋竹, 等. 缩小合成孔径激光雷达的二维成像实验[J]. *光学学报*, 2009, 29(7): 2030–2032.
- 7 Liu Liren, Zhou Yu, Zhi Ya'nan, *et al.*. A large-aperture synthetic aperture imaging ladar demonstrator and its verification in laboratory space [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(9): 0900112.
刘立人, 周煜, 职亚楠, 等. 大口径合成孔径激光成像雷达演示样机及其实验室验证[J]. *光学学报*, 2011, 31(9): 0900112.
- 8 Liu Liren. Optical antenna of telescope for synthetic aperture ladar [C]. SPIE, 2008, 7094: 7094F1.
- 9 Liu Liren. Synthetic aperture laser imaging radar (I): defocused and phase-biased telescope for reception antenna [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(5): 997–1000.
刘立人. 合成孔径激光成像雷达(I): 离焦和相位偏置望远镜接收天线[J]. *光学学报*, 2008, 28(5): 997–1000.
- 10 Liu Liren. Synthetic aperture laser imaging ladar (II): spatial phase biased telescope for transmitting antenna [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(6): 1197–1200.
刘立人. 合成孔径激光成像雷达(II): 空间相位偏置发射望远镜[J]. *光学学报*, 2008, 28(6): 1197–1200.
- 11 Liu Liren. Synthetic aperture laser imaging ladar (III): circulated duplex telescope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(7): 1405–1410.
刘立人. 合成孔径激光成像雷达(III): 双向环路发射接收望远镜[J]. *光学学报*, 2008, 28(7): 1405–1410.
- 12 Liu Liren. Synthetic aperture laser imaging ladar (IV): unified operation mode and two-dimensional data collection equation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(1): 1–6.
刘立人. 合成孔径激光成像雷达(IV): 统一工作模式和二维数据收集方程[J]. *光学学报*, 2009, 29(1): 1–6.
- 13 Liu Liren. Synthetic aperture ladar (V): imaging resolution and antenna aperture shape [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(5): 1408–1415.
刘立人. 合成孔径激光成像雷达(V): 成像分辨率和天线孔径函数[J]. *光学学报*, 2009, 29(5): 1408–1415.
- 14 Liu Liren. Synthetic aperture imaging ladar (VI): space-time speckle effect and heterodyne SNR [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(8): 2326–2332.
刘立人. 合成孔径激光成像雷达(VI): 时空散斑效应和外差探测信噪比[J]. *光学学报*, 2009, 29(8): 2326–2332.
- 15 Liu Liren. Fresnel telescope full-aperture synthesized imaging ladar: principle [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(1): 0128001.
刘立人. 菲涅耳望远镜全孔径合成成像激光雷达: 原理[J]. *光学学报*, 2011, 31(1): 0128001.
- 16 Liu Liren. Principle of down-looking synthetic aperture imaging ladar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 0928002.
刘立人. 直视合成孔径激光成像雷达原理[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 0928002.
- 17 Dai Enwen, Sun Jianfeng, Yan Aimin, *et al.*. Demonstration of a laboratory Fresnel telescope synthetic aperture imaging lader [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(5): 0528003.
戴恩文, 孙建锋, 闫爱民, 等. 菲涅耳望远镜合成孔径激光成像雷达实验室验证[J]. *光学学报*, 2012, 32(5): 0528003.
- 18 E O Brigham. The Fast Fourier Transform [M]. Liu Qun, Transl. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1979.
E O 布赖姆. 快速傅里叶变换[M]. 柳群译. 上海: 上海科学技术出版社, 1979.

栏目编辑: 张 腾