

# 周期局域空心光束自重建的理论模拟与实验

杜团结 吴逢铁 王 涛 李 攀 欧阳玉梅

(华侨大学信息科学与工程学院福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

**摘要** 利用衍射积分理论和干涉理论分析了轴棱锥对无衍射贝塞尔(Bessel)光束进行线聚焦产生周期局域空心光束遇障碍发生自重建的全过程。数值模拟了周期局域空心光束的传输情况及轴上放入圆形障碍物后不同位置的截面光强分布图,并计算了障碍物后最小自重建距离。研究表明周期局域空心光束遇到障碍物后,会绕过障碍物继续向前传输,并且传输一段距离后恢复原来的周期局域空心光束的特性。设计实验光路图对理论模拟进行了验证,通过显微镜和照相机系统拍摄得到轴上圆形障碍物和方形障碍物前后光束的截面光强分布图,实验与理论模拟相吻合。研究结果使得周期局域空心光束的应用得到了扩展。

**关键词** 衍射;周期局域空心光束;障碍物;自重建

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201434.0114001

## Theoretical Modulation and Experiment on the Self-Reconstruction of Periodic Bottle Beam

Du Tuanjie Wu Fengtie Wang Tao Li Pan Ouyang Yumei

(Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China)

**Abstract** The theories of diffraction integral and interference are used to analyze the whole process of self-reconstruction of periodic bottle beam which is generated by line-focusing the non-diffracting Bessel beam through an axicon. The intensity distributions along the propagation distance of the periodic bottle beam and the cross-section intensity distribution in different distance after the circle obstacle is simulated numerically; the minimum distance of self-reconstruction is calculated. The results of the proposed work show that after encountering obstacles, the periodic bottle beam will transport around obstructions, transmit along and restore the original characteristics after a distance transmission cycle bottle beam. Optical system is designed to prove the theoretical simulation, the cross-section intensity distribution around a circle or quadrate obstacle can be observed by a microscope and camera system and the experimental results agree well with the theoretical analysis. The results expand the application of the periodic bottle beam.

**Key words** diffraction; periodic bottle beam; obstacle; self-reconstruction

**OCIS codes** 140.3300; 180.3170; 260.1960; 260.3160

## 1 引 言

局域空心光束<sup>[1-3]</sup>是一束在传播方向上嵌入光强极小(甚至为零)的暗中空区域,在此区域外围绕着高强度光的一种特殊空心光束,它可以由无衍射贝塞尔(Bessel)光束<sup>[4-5]</sup>经过整形变换得到。它具

有一系列独特的性质:如圆桶状强度分布、较小的暗斑尺寸、传播不变性,无加热效应以及无损耗效应,并且具有自旋与轨道角动量。局域空心光束因具有三维封闭的暗中空区域和极高的强度梯度,可以对微小粒子进行捕获进而操控,实现对微粒的全方位

**收稿日期**: 2013-07-11; **收到修改稿日期**: 2013-08-28

**基金项目**: 国家自然科学基金(61178015)、福建省自然科学基金(2012J01278)

**作者简介**: 杜团结(1988—),男,硕士研究生,主要从事激光传输与光束变换的理论和术方面的研究。

E-mail: tuanjie0327@163.com

**导师简介**: 吴逢铁(1958—),男,博士,教授,主要从事光束传输与变换,短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn(通信联系人)

三维操作,尤其是作为光镊<sup>[6-8]</sup>操纵微粒具有非接触、低损伤等优点,使操纵活体物质成为可能,在生命科学和纳米科技中发挥着巨大的作用。无衍射 Bessel 光束的一个重要的特性是遇到障碍物会发生自重建<sup>[9-10]</sup>。2012 年本课题组在理论上提出了周期局域空心光束遇到障碍物也会发生自重建<sup>[11]</sup>。并基于 Hankel 波理论,详细分析了由两束 Bessel 光相干产生的周期性局域空心光束遇到障碍物后的自重建特性。本文在该理论的指导下首次在实验上进行了验证,分析了无衍射 Bessel 光束线聚焦<sup>[12]</sup>产生周期局域空心光束遇障碍发生自重建的过程。数值模拟了无衍射 Bessel 光束线聚焦后的传输情况及放入轴上圆形障碍物不同位置的截面光强分布图。设计实验对无衍射 Bessel 光束经过轴棱锥线聚焦产生周期局域空心光束,遇到轴上圆形障碍物和方形障碍物发生自重建的性质进行验证,实验结果与理论模拟相吻合。研究结果拓宽了局域空心光束的应用范围,对周期局域空心光束在光学微操控方面具有特殊的意义。

## 2 理论分析与模拟

光波在无源的自由空间传播时,其电场  $E$  满足标量亥姆霍兹(Helmholtz)波动方程:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \cdot E(r, t) = 0. \quad (1)$$

(1)式的可能解为

$$E(\rho, \phi, z, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] J_0(\alpha \rho), \quad (2)$$

式中  $\alpha = k_r$ ,  $\beta = k_z$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为径向和纵向的波矢分量;  $\beta^2 + \alpha^2 = k^2 = (\omega/c)^2$ ,  $k$  为波数,  $J_0$  为零阶贝塞尔函数,  $c$  为光速,  $\omega$  为光波的频率,  $\rho, \phi, z$  分别表示柱坐标中的径向距离、方位角及轴向距离,其中  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ 。

如图 1 所示,当产生的无衍射 Bessel 光经过轴棱锥进行聚焦,由几何光学分析,将产生两束波矢不同

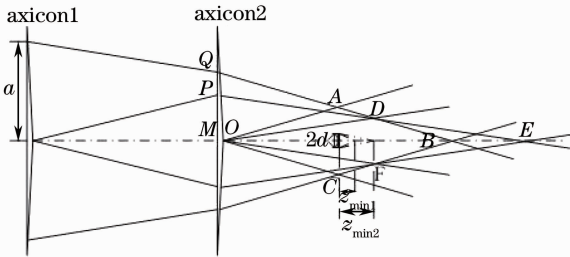


图 1 Bessel 光束线聚焦后遇障碍物自重建

Fig. 1 Self-reconstruction of line focused Bessel beam after encounters an obstacle

的 Bessel 光束,如图 1 中的菱形区域  $OABC$  和  $ODEF$ 。两束无衍射光束相互叠加干涉,将产生具有塔尔博特效应的局域空心光束,即在重叠区域内也会有周期局域空心光束产生。在周期局域空心光束范围内放入不透光障碍物,在一定距离后将发生自重建现象。设 axicon1 的底角为  $\gamma_1 = 1^\circ$ , axicon2 的底角为  $\gamma_2 = 2^\circ$ ,  $OABC$  区域内的无衍射光束的径向波矢分量为  $k_{r1}$ ,  $ODEF$  区域内的无衍射光束的径向波矢分量为  $k_{r2}$ 。两束无衍射 Bessel 光束的纵向波矢分量和横向波矢分量大小分别为:  $k_{z1} = \sqrt{k_1^2 - k_{r1}^2}$ ,  $k_{z2} = \sqrt{k_2^2 - k_{r2}^2}$ ,  $k_{r1} = k_1(n-1)(\gamma_2 + \gamma_1)$ ,  $k_{r2} = k_1(n-1)(\gamma_2 - \gamma_1)$ , 波数  $k = k_1 = k_2 = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $n$  为轴棱锥的折射率。障碍物后两束无衍射 Bessel 光束最小重建距离分别为:  $z_{\min1} = d\left(\frac{k_{z1}}{k_{r1}}\right)$ ,  $z_{\min2} = d\left(\frac{k_{z2}}{k_{r2}}\right)$ ,  $d$  为障碍物的半径,故周期局域空心光束的最小自重建距离为  $z_{\min(\text{Bottle})} = \max(z_{\min1}, z_{\min2}) = 12.51 \text{ mm}$ 。

在旁轴近似下,两束同频率不同径向波矢分量的 Bessel 光束在自由空间传输距离  $z$  后的光场分布分别为

$$E_1(\rho, z) = -\frac{ik \exp(ikz)}{z} \left\{ \int_0^R \psi_1(r) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \times \exp\left[\frac{ik(r^2 + \rho^2)}{2z}\right] r dr \right\}, \quad (3)$$

$$E_2(\rho, z) = -\frac{ik \exp(ikz)}{z} \left\{ \int_0^R \psi_2(r) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \times \exp\left[\frac{ik(r^2 + \rho^2)}{2z}\right] r dr \right\}, \quad (4)$$

$\psi_1, \psi_2$  为入射的两束 Bessel 光束的光场表达式,它们的径向波矢分量分别为  $k_{r1}$  和  $k_{r2}$ 。入射到第二个轴棱锥的光束半径  $R = a - z_0 \cdot (n-1) \cdot \gamma_1$ ,  $z_0$  为两轴棱锥之间的距离,相干叠加后的合场强为

$$I_1(\rho, z) = |E_1(\rho, z) + E_2(\rho, z)|^2. \quad (5)$$

选取适当参数:  $R = 5 \text{ mm}$ ,  $\gamma_1 = 1^\circ$ ,  $\gamma_2 = 2^\circ$ ,  $z_0 = 200 \text{ mm}$ ,  $n = 1.458$ , 根据(5)式进行数值模拟,模拟结果如图 2 所示。

通过计算,理论上得到周期局域空心光束的空间周期为  $z_T = \left| \frac{2\pi}{k_{z1} - k_{z2}} \right| = 2.476 \text{ mm}$ 。而从图 2 中可以清楚地看到其周期大约为  $2.5 \text{ mm}$ , 与理论计算相一致,并且沿光束的传播方向其轴上光强由最大逐渐变暗直至为零后又逐渐变大,整个过程重复出现。

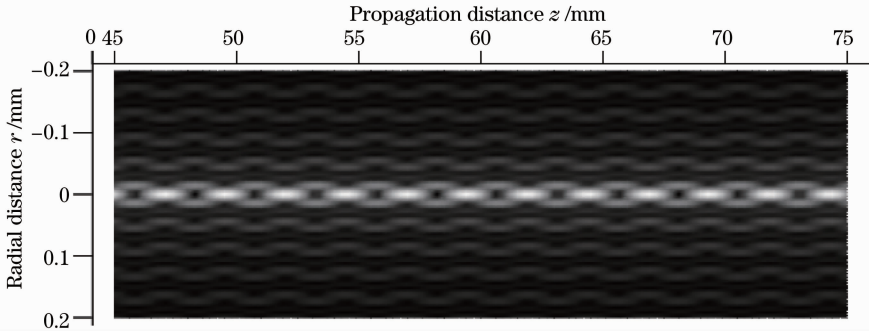


图 2 周期局域空心光束的三维光强分布图

Fig. 2 Three-dimensional intensity distribution of period Bottle beam

在  $z=50$  mm 处插入半径为  $d=0.1$  mm 的轴上圆形障碍物时, 以障碍物所在处为  $z$  轴零点, 则障碍物后的光场分布可以表示为

$$E_3(\rho, z) = \frac{-ik \exp(ikz)}{z} \left\{ \int_d^R \psi_1(r) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{ik(r^2 + \rho^2)}{2z}\right] r dr \right\}, \quad (6)$$

$$E_4(\rho, z) = \frac{-ik \exp(ikz)}{z} \left\{ \int_d^R \psi_2(r) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) \exp\left[\frac{ik(r^2 + \rho^2)}{2z}\right] r dr \right\}, \quad (7)$$

相干叠加后的合场强为

$$I_2(\rho, z) = |E_3(\rho, z) + E_4(\rho, z)|^2. \quad (8)$$

对障碍物前后光束的截面光强图进行模拟, 模拟结果如图 3 所示。从图中可以观察到周期局域空心光

束在遇到轴上圆形障碍物后, 其光束形态遭到破坏, 随着传播距离的增加又逐渐恢复到原有的光束形态。

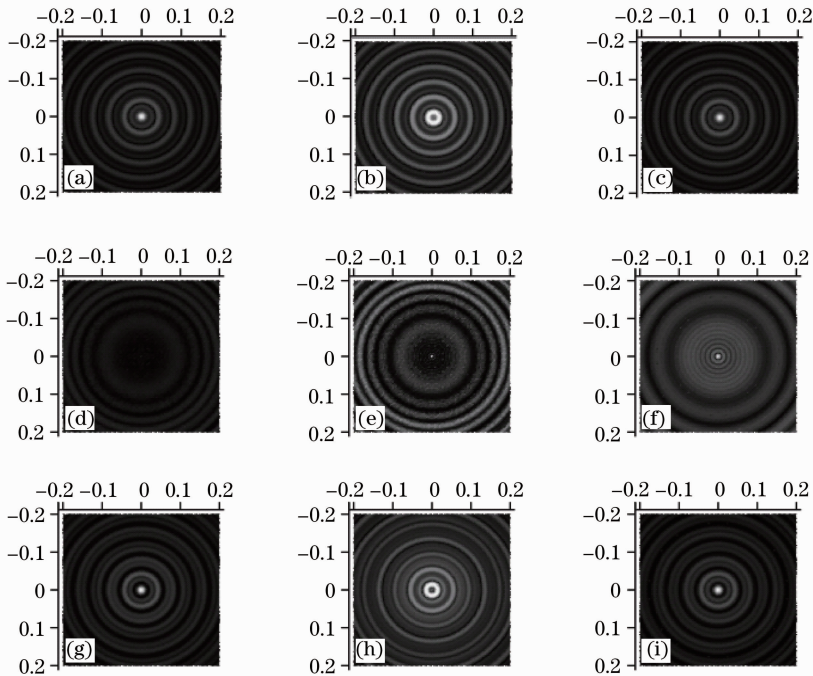


图 3 障碍物前后的截面光强图。(a)  $z=-3$  mm; (b)  $z=-1.75$  mm; (c)  $z=-0.5$  mm; (d)  $z=3$  mm; (e)  $z=5$  mm; (f)  $z=10$  mm; (g)  $z=15$  mm; (h)  $z=16.25$  mm; (i)  $z=17.5$  mm

Fig. 3 Intensity distribution of cross-section around an obstacle. (a)  $z=-3$  mm; (b)  $z=-1.75$  mm; (c)  $z=-0.5$  mm; (d)  $z=3$  mm; (e)  $z=5$  mm; (f)  $z=10$  mm; (g)  $z=15$  mm; (h)  $z=16.25$  mm; (i)  $z=17.5$  mm

### 3 实验验证

设计如图 4 所示的实验光路图, He-Ne 激光器发出的光经过一系列光学元件准直扩束后, 入射到底角为  $\gamma_1 = 1^\circ$  的轴棱锥产生无衍射 Bessel 光束, 在  $z_0 = 200$  mm 处放入另一个底角为  $\gamma_2 = 2^\circ$  的轴棱锥, 对产生的无衍射 Bessel 光束进行线聚焦产生周期

局域空心光束, 在第二个轴棱锥后  $z = 50$  mm 处放入半径为 0.1 mm 的圆形不透光障碍物。

在第二个轴棱锥后, 通过显微镜照相机系统对障碍物前后的光束情况进行观察, 并拍摄得到如图 5 所示的实验光斑图。

将圆形障碍物换成边长为 0.1 mm 的正方形障

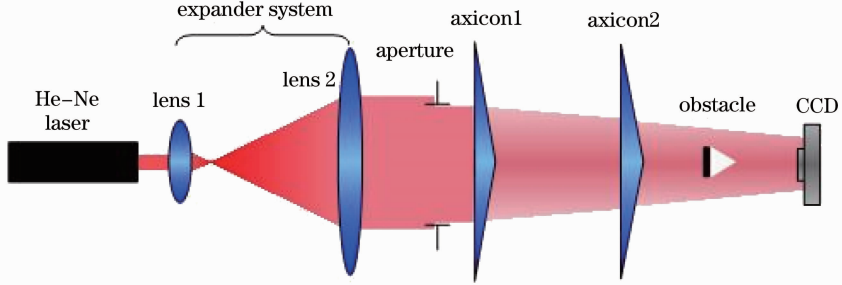


图 4 实验光路图

Fig. 4 Experimental diagram

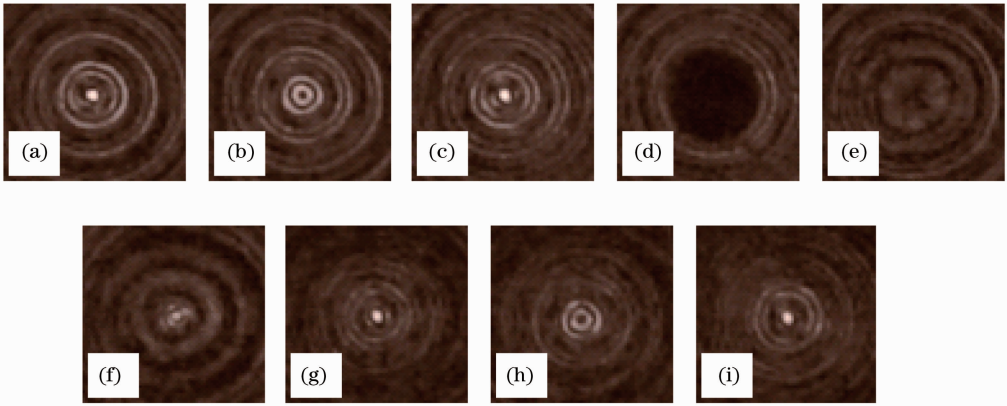


图 5 圆形障碍物后局域空心光束重建。(a)  $z = -3$  mm; (b)  $z = -1.75$  mm; (c)  $z = -0.5$  mm; (d)  $z = 3$  mm; (e)  $z = 5$  mm; (f)  $z = 10$  mm; (g)  $z = 15$  mm; (h)  $z = 16.25$  mm; (i)  $z = 17.5$  mm

Fig. 5 Self-reconstruction of period Bessel beam after an circle obstacle. (a)  $z = -3$  mm; (b)  $z = -1.75$  mm; (c)  $z = -0.5$  mm; (d)  $z = 3$  mm; (e)  $z = 5$  mm; (f)  $z = 10$  mm; (g)  $z = 15$  mm; (h)  $z = 16.25$  mm; (i)  $z = 17.5$  mm

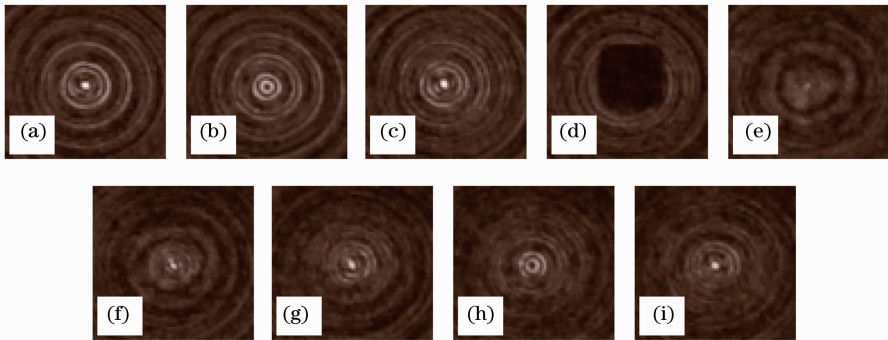


图 6 方形障碍物后局域空心光束重建。(a)  $z = -3$  mm; (b)  $z = -1.75$  mm; (c)  $z = -0.5$  mm; (d)  $z = 3$  mm; (e)  $z = 5$  mm; (f)  $z = 10$  mm; (g)  $z = 15$  mm; (h)  $z = 16.25$  mm; (i)  $z = 17.5$  mm

Fig. 6 Self-reconstruction of period Bessel beam after an quadrate obstacle. (a)  $z = -3$  mm; (b)  $z = -1.75$  mm; (c)  $z = -0.5$  mm; (d)  $z = 3$  mm; (e)  $z = 5$  mm; (f)  $z = 10$  mm; (g)  $z = 15$  mm; (h)  $z = 16.25$  mm; (i)  $z = 17.5$  mm

碍物时,拍摄得到如图 6 所示的实验光斑图。

从图 3、图 5 和图 6 中可以看到,无衍射 Bessel 光束经轴棱锥线聚焦后,产生两束不同波矢的无衍射 Bessel 光束相干形成周期局域空心光束。在遇到障碍物时,波矢较大的无衍射 Bessel 光束先发生重建,当波矢小的无衍射光也重建后,两束 Bessel 光束再次相干形成周期局域空心光束。在周期局域空心光束的 Bottle 链中插入不透光障碍物,聚焦后的光束不会因此而停止,而是绕过障碍物继续向前传播。传播一段距离后,逐恢复到原来的光束形态。故周期局域空心光束遇到障碍物后,会绕过障碍物继续向前传播。

## 4 结 论

利用衍射和干涉理论对无衍射 Bessel 光束经过轴棱锥线聚焦产生周期局域空心光束,遇到障碍物发生自重建进行了详细的分析。计算了障碍物后周期局域空心光束的最小重建距离为  $z_{\min(\text{Bottle})} = 12.51 \text{ mm}$ 。数值模拟了无衍射 Bessel 光束经过轴棱锥线聚焦后的光束情况及障碍物前后光束的截面光强分布图。实验上用底角为  $\gamma_2 = 2^\circ$  的轴棱锥对无衍射 Bessel 光束进行聚焦,并在产生的周期局域空心光束范围内放入不透光障碍物。用显微镜和 CCD 照相机系统观察并拍摄了障碍物前后的截面光强分布图,实验结果与理论模拟能够很好地吻合。研究结果对周期局域空心光束在多层粒子操控和光学微操作等方面的应用提供了有利的条件。

## 参 考 文 献

1 J Arlt, M J Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam [J]. *Opt Lett*, 2000, 25(4): 191–193.

- 2 Bokor Nandor, Davidson Nir. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light [J]. *Opt Commun*, 2007, 279(2): 229–234.
- 3 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Fang Xiang, *et al.*. Theory and experiment of generating multi-Bottle beam with higher light intensity gradient [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(11): 1114001.  
程治明, 吴逢铁, 方翔, 等. 产生多个高光强梯度局域空心光束的理论及实验 [J]. *光学学报*, 2012, 32(11): 1114001.
- 4 J Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams [J]. *J Opt Soc Am A*, 1987, 4(4): 651–654.
- 5 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Fan Dandan, *et al.*. Non-diffraction Bessel-like beam generated by green LED source [J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanical & Astronomica*, 2012, 42(8): 805–811.  
程治明, 吴逢铁, 范丹丹, 等. 绿光 LED 产生无衍射 Bessel 光束 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2012, 42(8): 805–811.
- 6 M P MacDonald, L Parerson, K Volke-Sepulveda, *et al.*. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures [J]. *Science*, 2002, 296(5570): 1101–1103.
- 7 B P S Ahluwalia, W C Cheong, X-C Yuan, *et al.*. Design and fabrication of a double-axicon for generation of tailorable self-imaged three-dimensional intensity voids [J]. *Opt Lett*, 2006, 31(7): 987–989.
- 8 Samir K Mondal, Sudipta Sarkar Pal, Pawan Kapur. Optical fiber nano-tip and 3D bottle beam as non-plasmonic optical tweezers [J]. *Opt Express*, 2012, 20(15): 16180–16185.
- 9 F O Fahrbach, P Simon, A Rohrbach. Microscopy with self-reconstructing beams [J]. *Nat Photon*, 2010, 4(11): 780–785.
- 10 Zhang Qian'an, Wu Fengtie, Zheng Weitao, *et al.*. Self-reconstructing properties of high-order Bessel-Gauss beam [J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanical & Astronomica*, 2011, 41(10): 1131–1137.  
张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 等. 高阶贝塞尔-高斯光束的自重建特性 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2011, 41(10): 1131–1137.
- 11 Fan Dandan, Wu Fengtie, Cheng Zhiming, *et al.*. The self-reconstruction of periodic Bottle beam after obstacle [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(24): 244104.  
范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 等. 障碍物后周期性局域空心光束的自重建 [J]. *物理学报*, 2012, 61(24): 244104.
- 12 Du Tuanjie, Wang Tao, Wu Fengtie. Line focusing characteristics of axicon illuminated by non-diffracting Bessel beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 63(13): 134103.  
杜团结, 王涛, 吴逢铁. 轴棱锥对无衍射光束的线聚焦特性 [J]. *物理学报*, 2013, 63(13): 134103.

栏目编辑: 李志兰