

径向剪切干涉术的标定算法研究

章 辰¹ 刘春玲³ 李大海¹ 李萌阳¹ 王琼华^{1,2}

¹ 四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065
² 视觉合成图形图像技术国家重点学科实验室, 四川 成都 610064
³ 四川大学华西医院眼科, 四川 成都 610041

摘要 径向剪切干涉术目前被广泛运用于波前检测,但其测量结果中不仅包括待测波前的实际相位信息,也包括剪切干涉仪自身的系统误差。通过平移待测元件获取其产生的透射波前在不同位置时的干涉条纹图所包含的相位信息,运用最大似然方法对多次采集的相位差进行线性组合分析和最大似然估计,将待测波前相位差与系统误差相位差分离。对该方法进行了模拟实验,结果表明最大似然法可以将系统误差相位差与待测波前相位差分离,实现对剪切干涉仪的标定,为提取和重建待测元件波前消除了系统误差的干扰。

关键词 测量;最大似然法;环路径向剪切干涉;绝对测量;标定

中图分类号 TN247 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201333.s112001

Study of Calibration Method of Radial Shearing Interferometry

Zhang Chen¹ Liu Chunling³ Li Dahai¹ Li Mengyang¹ Wang Qionghua^{1,2}

¹ School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China
² State Key Laboratory of Fundamental Science on Synthetic Vision, Chengdu, Sichuan 610064, China
³ Department of Ophthalmology, West China Hospital of Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610041, China

Abstract Radial shearing interferometry has been widely used to test distorted wavefront. However, the result of wavefront measurement by using this technique includes two parts, one is the real phase information of wavefront under test and the other is the system errors in radial shearing interferometer. A calibration method of a radial shearing interferometer is presented. First of all, several fringe patterns of the phase difference distribution are obtained by a tested component with different positions. Then, the maximum likelihood method is used to combine the phase difference data and create a maximum likelihood function. After that, the wavefront under test and system errors can be separated. The simulation results show that the maximum likelihood method can deal with the issue of the calibration of a radial shearing interferometer. Furthermore, the method is used to reduce the effect of the system errors on extracting and reconstructing the wavefront under test.

Key words measurement; maximum likelihood method; cyclic radial shearing interferometry; absolute measurement; calibration

OCIS codes 120.0120; 120.3180; 150.1488

1 引 言

环路径向剪切干涉(CRSI)测试技术作为一种高精密度干涉计量技术,通常用于波前相位畸变^[1~3]的检测、激光光束近场光强分布重建^[4]、自适应光学的波前遥感^[5]以及大功率激光光束表征^[6,7]等方面。

与传统的双光束干涉计量技术相比,CRSI不需要专门设置参考光路去实现待测波前的检测,无需加工高精度的参考表面。此外,CRSI是共光路结构,还具有对环境的扰动不敏感、稳定性强的优点。

近年来,CRSI已经成为波前检测应用中一个很

收稿日期: 2012-10-23; 收到修改稿日期: 2012-12-19

基金项目: 国家自然科学基金(60877004)资助课题。

作者简介: 章 辰(1988—),女,硕士研究生,主要从事波前检测方面的研究。E-mail: zchen1226@126.com

导师简介: 李大海(1968—),男,博士,教授,主要从事光学信息处理、波前传感和三维立体显示等方面的研究。

E-mail: lidahai@scu.edu.cn(通信联系人)

重要的工具。由于 CRSI 采用了共光路的结构,是待测波前间的自身干涉,传统的条纹分析方法很难从径向剪切干涉图中提取出待测波前的相位信息。因此,近 10 年来,研究人员相继提出了许多提取待测波前相位并重建波前的算法。如 Li 等^[8,9]提出的基于迭代算法的波前相位重建方法和波前近场重建方法,Gu 等^[10]提出的基于 Zernike 多项式的波前重建方法等。即使参考波前存在误差,这些算法根据光路结构也能从相位差数据中恢复出待测波前的相位信息,实现待测波前的绝对测试。但是这些算法的适用前提是参考光路和待测光路都应是不引入附加像差的理想光路。因此,为使 CRSI 系统达到更高的测量精度,需要对参考和待测光路引入的波前误差进行标定。目前,实现对待测元件面形的绝对测量方法有很多,如 Schulz 等^[11]提出的三平面互检法,Harris 等^[12,13]提出的三球面互检法,Jensen^[14]提出的三位置绝对测试法,Su 等^[15]提出的最大似然估计方法,Parks^[16]提出的随机球测试法等。Su 等^[17,18]提出和发展的最大似然估计方法是在待测元件和参考元件的面形均未知的情况下,通过对参考和待测元件的相互旋转,从而获取多幅测试数据,再通过线性分析建立最大似然函数处理获得的测试数据,从而实现待测和参考元件面形的重建。

通过对 CRSI 系统的误差分析发现,最大似然估计方法可用于对该系统中存在的误差进行标定。通过平移待测元件从而改变由其产生的透射待测波前的位置,可以改变扩大和缩小光束中实际待测波前的相位信息,但是不改变 CRSI 的系统误差。因此,在待测波前相位差和 CRSI 系统误差相位差均未知的情况下,本文将待测波前相位差看作待测波前,CRSI 系统误差相位差看作参考波前,运用最大似然估计对波前相位进行分析,并结合最小二乘法和 Zernike 多项式拟合重建波前,实现待测波前相位差与系统误差相位差的分离。对该方法进行了模拟实验,结果表明最大似然方法可以有效地将 CRSI 的系统误差相位差和待测波前相位差分离,从而实

现对环路径向剪切干涉仪的标定。

2 基本原理

2.1 环路径向剪切干涉系统原理

环路径向剪切干涉系统的工作原理如图 1 所示。该系统结构最早是由 Murty^[19]于 1964 年提出。

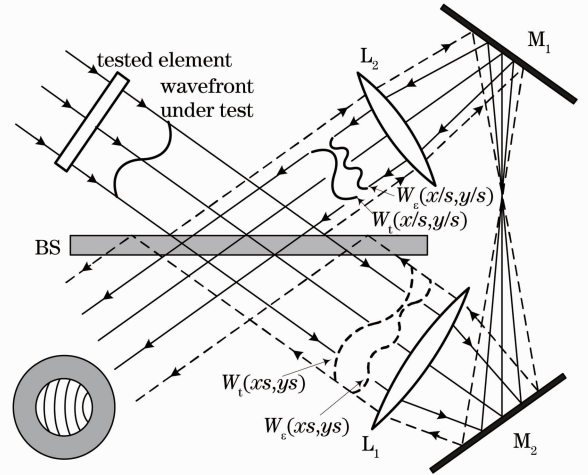


图 1 环路径向剪切干涉系统原理图

Fig.1 Principle diagram of cyclic radial shearing interferometry

从激光器中出射的准直平行光入射到待测元件上,经元件透射后形成一个待测波前,该波前经过分束棱镜(BS)被分成一束透射光(实线)和一束反射光(虚线)。两束光经过由 L_1 和 L_2 组成的开普勒望远系统,以及 M_1 、 M_2 反射镜后,在逆时针方向上形成缩小光束(实线),在顺时针方向上形成扩大光束(虚线)。两光束再经分束棱镜后,在其重叠区域产生干涉,形成干涉条纹。用 f_1 、 f_2 分别表示透镜 L_1 、 L_2 的焦距,且 $f_2 < f_1$,系统的径向剪切比为 $s = f_2 / f_1$,其倒数的平方即为系统的径向剪切放大倍数。

假设由待测元件形成的原始待测波前相位分布为 $W(x, y)$,其复振幅分布为 $A(x, y)\exp[iW(x, y)]$ 。经透射缩小的光束为 $A(x/s, y/s)\exp[iW(x/s, y/s)]$,经反射扩大的光束为 $A(xs, ys)\exp[iW(xs, ys)]$ 。两光束在重叠区域形成干涉条纹,其光强分布为

$$I(x/s, y/s) = |A(x/s, y/s)\exp[iW(x/s, y/s)] + A(xs, ys)\exp[iW(xs, ys)]|^2 = A^2(x/s, y/s) + A^2(xs, ys) + 2A(x/s, y/s)A(xs, ys)\cos[W(x/s, y/s) - W(xs, ys)], \quad (1)$$

式中 $W(x/s, y/s)$ 和 $W(xs, ys)$ 分别表示缩小光束和扩大光束的相位分布。若用 $\Delta W(x/s, y/s)$ 表示两光束在重叠区域的相位差,则

$$\Delta W(x/s, y/s) = W(x/s, y/s) - W(xs, ys). \quad (2)$$

2.2 环路径向剪切干涉系统的误差分析

上述提取待测波前以及重建波前的方法,都是

在忽略系统误差的情况下,通过将 CRSI 中扩大光束与缩小光束的相位分离测量实现波前重建的。但是实际中,产生干涉的两光束中不仅包括了待测波前的相位信息,还含有剪切干涉仪的系统误差。如图 1 所示,在 CRSI 中扩大和缩小光束虽经过的光学元件相同,但是由于光斑大小不一样,两光束经过光学元件的位置也不同,所以它们经过系统后包含的像差也不同。因此,为了获得更准确的待测波前,

需要先将 CRSI 系统进行标定,去除系统误差后再进行波前重建,从而提高 CRSI 的测量精度和准确度。

假设缩小光束中待测波前的相位分布为 $W_t(x/s, y/s)$, 系统误差的相位分布为 $W_\epsilon(x/s, y/s)$, 扩大光束中待测波前的相位分布为 $W_t(xs, ys)$, 系统误差的相位分布为 $W_\epsilon(xs, ys)$ 。则(2)式应表示为

$$\Delta W(x/s, y/s) = W(x/s, y/s) - W(xs, ys) = [W_t(x/s, y/s) + W_\epsilon(x/s, y/s)] - [W_t(xs, ys) + W_\epsilon(xs, ys)], \quad (3)$$

对(3)式进行简单的数学分析,可得

$$\begin{aligned} \Delta W(x/s, y/s) &= W(x/s, y/s) - W(xs, ys) = [W_t(x/s, y/s) + W_\epsilon(x/s, y/s)] - \\ &[W_t(xs, ys) + W_\epsilon(xs, ys)] = [W_t(x/s, y/s) - W_t(xs, ys)] + \\ &[W_\epsilon(x/s, y/s) - W_\epsilon(xs, ys)] = \Delta W_t(x/s, y/s) + \Delta W_\epsilon(x/s, y/s), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\Delta W_t(x/s, y/s)$ 表示待测波前的相位差分布, $\Delta W_\epsilon(x/s, y/s)$ 表示系统误差的相位差分布。(4) 式可简写为 $\Delta W = \Delta W_t + \Delta W_\epsilon$ 。

在实际的测量过程中,对图 1 中所示的待测元件进行平移将改变待测波前的相位分布,使 ΔW_t 随之变化。但是,系统误差为剪切干涉仪的固有误差,在每次测量中不会随着待测元件位置的变化而变化,因此 ΔW_ϵ 不变。根据此特点,利用绝对测量法对上述相位分布进行分析和处理,即可将待测波前的相位差与系统误差的相位差分离。

2.3 最大似然估计法

最大似然法是统计学中的一种参数估计方法,在已知总体的概率密度函数的情况下,对其进行采样,由采样数据来估计总体中的一个未知参数。假设已知的概率密度函数为 $P(x|y)$, 采样数据为 x , 要估计的未知参数为 y 。建立最大似然函数 $L(x|y)$, 最大似然估计会在所有可能的 y 取值中,寻找一个值使采样数据 x 的“可能性”最大化,即 $L(x|y) = P(x|y) \rightarrow \max$ 。其中采样数据 x 被称为“最大似然估计量”。

环路径向剪切干涉仪测量由待测元件产生的透射待测波前时,随机获得的所有干涉图所对应的相位分布 ΔW 即为一个总体。平移待测元件得到不同相位分布的待测波前,相当于对总体进行采样,平移后的干涉图所对应的相位分布用 ΔW_{ij} 表示,即为所有的采样数据,其中 i 表示第 i 次平移测量, j 表示每次平移测量得到的第 j 个相位值,则

$$\begin{aligned} \Delta W_{ij} &= \Delta W_{tj} + \Delta W_\epsilon = \sum_{k=1}^n C_{tk} Z_k(x_i, y_i) + \\ &\sum_{k=1}^n C_{\epsilon k} Z_k, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 ΔW_{tj} 表示第 i 次平移的待测元件相位差, Z 表示 Zernike 多项式, C_t 和 C_ϵ 表示待测波前和系统误差的 Zernike 系数, n 表示 Zernike 多项式的最高项数, x_i 和 y_i 表示第 i 次平移时待测元件的坐标值。

将最大似然法用于分析获得的相位差分布时,把 ΔW_{ij} 作为采样数据,需要估计的未知参数为 C_t 和 C_ϵ 。通常情况下,环路径向剪切干涉仪随机获得的干涉图相位 ΔW_{ij} 符合正态分布。于是,建立最大似然函数

$$L(\Delta W_{ij} | C_t, C_\epsilon) = (\sqrt{2\pi\sigma})^{-uv} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^u \sum_{j=1}^v \left[\Delta W_{ij} - \sum_{k=1}^n C_{tk} Z_k(x_i, y_i) - \sum_{k=1}^n C_{\epsilon k} Z_k \right]^2 \right\}, \quad (6)$$

式中 σ 表示平移测量的标准差, u 表示测量次数, v 表示第 i 次平移测量获得的相位值个数。

因为最大化似然函数同最大化它的自然对数是等价的,所以等同于求出似然函数 $L(\Delta W_i | C_t, C_\epsilon)$

中指数函数的最小值,即通过下式,运用最小二乘法求解出 Zernike 系数 C_t 和 C_ϵ , 从而实现对似然函数的最大化:

$$\sum_{i=1}^u \sum_{j=1}^v [\Delta W_{ij} - \sum_{k=1}^n C_{ik} Z_k(x_i, y_i) - \sum_{k=1}^n C_{ek} Z_k]^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

上述推导过程还可以用矩阵形式表示。Zernike 系数 C_i 和 C_e 均为列矩阵,用 C 表示 Zernike 系数矩阵,则 $C = [C_i \ C_e]^T$ 。用 W 表示原始和平移得到的干涉图所对应的相位分布矩阵,则 $W = [\Delta W_1 \ \Delta W_2 \ \dots \ \Delta W_u]^T$ 。由(5)式知,存在一个矩阵 M 可以表示出矩阵 C 和矩阵 W 的关系。 $M_i = [ZT_{i1} \ ZT_{i2} \ \dots \ ZT_{in} \ ZE_{i1} \ ZE_{i2} \ \dots \ ZE_{in}]^T$, 式中 $ZT_{i1}, ZT_{i2}, \dots, ZT_{in}$ 表示待测波前相位差的 Zernike 多项式, $ZE_{i1}, ZE_{i2}, \dots, ZE_{in}$ 表示系统误差相位差的 Zernike 多项式。则 $M = [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_u]^T$, 矩阵 C 和矩阵 W 的关系为 $W = MC$ 。已知矩阵 W , 运用最大似然法求解矩阵 C , 即可得到 Zernike 系数 C_i 和 C_e , 从而实现待测波前相位差和系统误差相

位差的分离。

3 模拟实验

由上述分析可知,在实际的剪切干涉仪中,由待测元件产生的透射待测波前中存在四种波前,分别是经 CRSI 扩大和缩小的待测波前,CRSI 系统中顺时针方向(扩大)和逆时针方向(缩小)的系统误差波前。在模拟实验中,分别假设了三组代表 CRSI 系统中顺时针系统误差波前、逆时针系统误差波前和缩小待测波前的 Zernike 系数,通过 37 项 Zernike 多项式拟合三个波前,同时根据剪切比 $s=0.5$ 插值出扩大的待测波前。四种波前如图 2 所示,其中图 2(a)为扩大的待测波前 $W_t(xs, ys)$,图 2(b)为缩小的待测波前 $W_t(x/s, y/s)$,图 2(c)为顺时针方向的系统误差波前 $W_e(xs, ys)$,图 2(d)为逆时针方向的系统误差波前 $W_e(x/s, y/s)$ 。

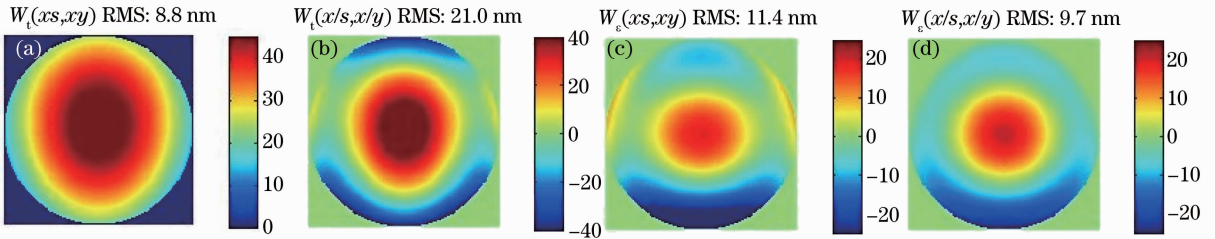


图 2 CRSI 系统中存在的四种波前。(a)扩大的待测波前;(b)缩小的待测波前;(c)顺时针方向的系统误差波前;(d)逆时针方向的系统误差波前

Fig. 2 Four wavefronts in CRSI. (a) Expanded wavefront under test; (b) contracted wavefront under test; (c) system errors in clockwise direction; (d) system errors in counterclockwise direction

根据(4)式,由 CRSI 系统中缩小和扩大的待测波前相位可得到待测波前的相位差分布 ΔW_t ,如图 3(a)所示;由 CRSI 系统中逆时针和顺时针方向的系统误差波前相位可得到系统误差的相位差分布 ΔW_e ,如图 3(b)所示。

由 $\Delta W = \Delta W_t + \Delta W_e$ 得到相位差分布,如图 4(a)所示。将待测元件沿垂直光轴(z 轴)的方向

平移,模拟实验中是将待测元件产生的透射波前分别沿 $\pm x$ 、 $\pm y$ 轴平移,平移范围为待测波前直径的 10%,得到 4 幅平移后的相位差分布图 ΔW_i ,即沿 $+x$ 方向平移的 $\Delta W_t(x + x_0, y) + \Delta W_e(x, y)$ 、沿 $-x$ 方向平移的 $\Delta W_t(x - x_0, y) + \Delta W_e(x, y)$ 、沿 $+y$ 方向平移的 $\Delta W_t(x, y + y_0) + \Delta W_e(x, y)$ 和沿 $-y$ 方向平移的 $\Delta W_t(x, y - y_0) + \Delta W_e(x, y)$, 分别如图 4(b)~(e)所示。

由(6)式对图 4 中 5 幅相位差分布图建立最大似然函数,并进行最大似然估计。再由(7)式对最大似然函数中的指数项进行最小二乘法处理,得到待测波前相位差的 Zernike 系数 C_i 和系统误差相位差的 Zernike 系数 C_e 。最后用 37 项 Zernike 多项式拟合 Zernike 系数 C_i 和 C_e , 得到分离后的待测波前相位差分布和系统误差相位差分布,分别如图 5(a)、(c)所示。图 5(b)和(d)分别为图 3 中的预设待测波前相位差分布和系统误差相位分布。图 6(a)、(b)分别

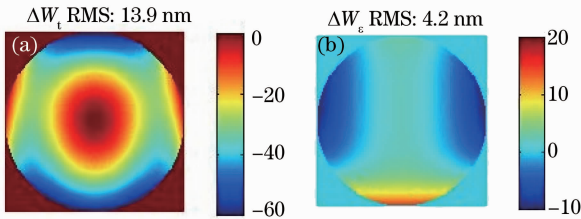


图 3 (a)待测波前的相位差分布;(b)系统误差的相位差分布

Fig. 3 (a) Phase difference of wavefront under test; (b) phase difference of system errors

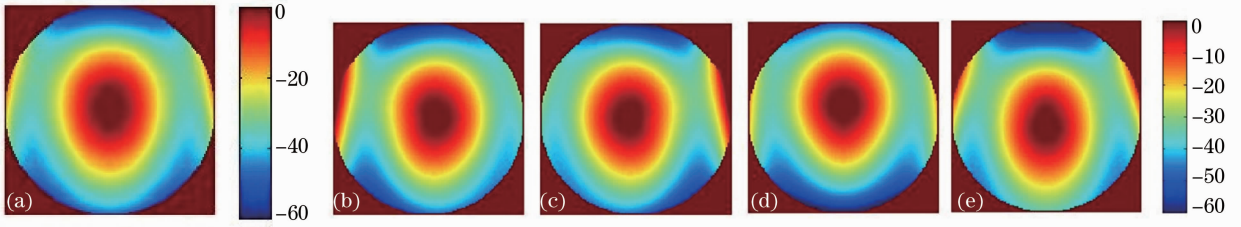


图 4 相位差分布。(a) ΔW 相位分布；(b) $+x$ 方向平移；(c) $-x$ 方向平移；(d) $+y$ 方向平移；(e) $-y$ 方向平移
Fig. 4 Phase difference. (a) Phase difference ΔW ; (b) translation along the $+x$ direction; (c) translation along the $-x$ direction; (d) translation along the $+y$ direction; (e) translation along the $-y$ direction

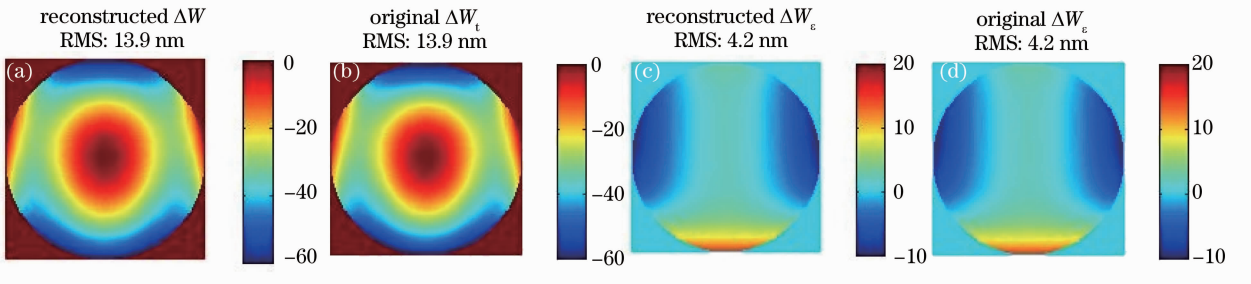


图 5 (a)模拟待测波前;(b)原始待测波前;(c)模拟系统误差;(d)原始系统误差

Fig. 5 (a) Phase difference of reconstructed wavefront under test; (b) phase difference of original wavefront under test; (c) phase difference of reconstructed system errors; (d) phase difference of original system errors

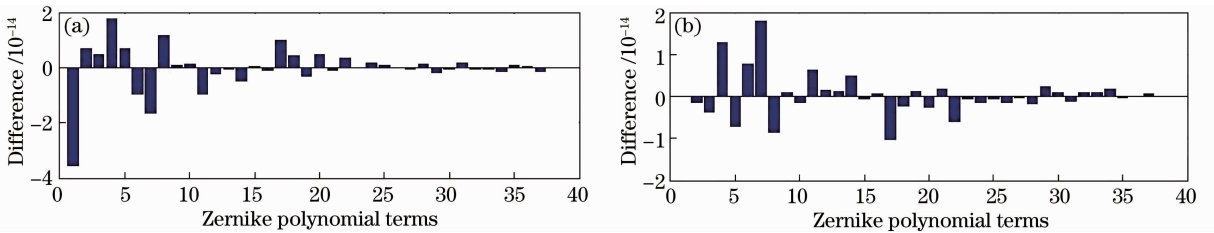


图 6 (a)待测波前相位差的像差系数模拟值与预设值之差;(b)系统误差波前相位差的像差系数模拟值与预设值之差
Fig. 6 (a) Difference in Zernike coefficients of reconstructed and original wavefront under test; (b) difference in Zernike coefficients of reconstructed and original system errors

给出了待测波前相位差和系统误差相位差的 Zernike 系数 C_t 和 C_e 的模拟值与预设值之差。

从图 6 中可以看出,经最大似然估计分离重建后的待测波前和系统误差的相位差均方根(RMS)值与预设的相位差 RMS 值相同,两者的 Zernike 系数之间的残差数量级为 10^{-14} ,可以认为模拟结果与预设值几乎完全吻合,无论是非旋转对称像差或旋转对称像差都能正确地进行分离。因此通过上述模拟实验验证了最大似然法分离待测波前和系统误差的可行性。实验上,对多次测量数据的处理还有助于降低数据中的噪声,从而提高测量精度。系统误差标定后,采用参考文献中提到的方法可以实现待测波前的绝对测量。

4 结 论

采用最大似然估计法分析经过 CRSI 系统后获得的干涉图的相位分布信息,并结合最小二乘法获取与相位分布相对应的 Zernike 系数,运用 Zernike 多项式进行待测波前和系统误差波前的恢复重建,有效地将待测元件产生的透射待测波前经 CRSI 系统后的相位信息与 CRSI 系统中的系统误差相位信息分离,解决了环路径向剪切干涉仪系统的标定问题。通过模拟实验证实了该方法的可行性,为提高重建待测波前的准确度和精确度提供了一个新方法。

致谢 作者感谢美国亚利桑那光学中心的 Cai Wenrui 博士、Zhao Chunyu 博士、Zhou Ping 博士、

Su Peng 博士、Matt Dubin 博士的有益讨论和帮助。

参 考 文 献

- 1 D. Liu, Y. Yang, Y. Shen *et al.*. System optimization of radial shearing interferometer for aspheric testing[C]. *SPIE*, 2007, **6834**: 68340U
- 2 M. Wang, B. Zhang, N. Shouping. Radial shearing interferometer for aspheric surface testing [C]. *SPIE*, 2002, **4927**: 673~676
- 3 Li Dahai, Chen Huaixin, Chen Zhenpei. Utilizing LCTV's phase modulation characteristics to compensate distorted wavefront [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(7): 614~618
李大海, 陈怀新, 陈祯培. 利用液晶电视的相位调制特性补偿畸变波前[J]. *中国激光*, 2003, **30**(7): 614~618
- 4 D. Liu, Y. Yang, J. Weng *et al.*. Measurement of transient near-infrared laser pulse wavefront with high precision by radial shearing interferometer [J]. *Opt. Commun.*, 2007, **275** (1): 173~178
- 5 T. Shirai. Liquid-crystal adaptive optics based on feedback interferometry for high-resolution retinal imaging [J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(19): 4013~4023
- 6 D. Liu, Y. Yang, L. Wang *et al.*. Real time diagnosis of transient pulse laser with high repetition by radial shearing interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(34): 8305~8314
- 7 C. Hernandez-Gomez, J. L. Collier, S. J. Hawkes. Wave-front control of a large-aperture laser system by use of a static phase corrector[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(12): 1954~1961
- 8 D. Li, F. Wen, Q. Wang *et al.*. Improved formula of wavefront reconstruction from a radial shearing interferogram [J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(3): 210~212
- 9 D. Li, P. Wang, X. Li *et al.*. Algorithm for near-field reconstruction based on radial-shearing interferometry[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(5): 492~494
- 10 N. Gu, L. Huang, Z. Yang *et al.*. Modal wavefront reconstruction for radial shearing interferometer with lateral shear [J]. *Opt. Lett.*, 2011, **36**(18): 3693~3695
- 11 G. Schulz, J. Schwider. Interferometric testing of smooth surfaces[J]. *Progress in Optics*, 1976, **13**: 93~167
- 12 J. S. Harris. The Universal Fizeau Interferometer[D]. Reading: University of Reading, 1971
- 13 J. S. Hopkins. Applied optics at Reading[J]. *Opt. Technol.*, 1971, **2**(3): 158~163
- 14 A. E. Jensen. Absolute calibration method for laser Twyman-Green wave-front testing interferometers[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**: 1313A
- 15 P. Su, J. Burge, A. Robert *et al.*. Maximum likelihood estimation as a general method of combining sub-aperture data for interferometric testing [C]. *SPIE*, 2006, **6342**: 63421X
- 16 Robert E. Parks. A practical implementation of the random ball test[C]. *Optical Fabrication and Testing*, 2006. OFMC12
- 17 P. Su, J. H. Burge, Robert E. Parks. Application of maximum likelihood reconstruction of subaperture data for measurement of large flat mirrors[J]. *Appl. Opt.*, 2010, **49**(1): 21~31
- 18 Peng Su. Absolute Measurements of Large Mirrors [D]. Tucson: University of Arizona, 2008. 22~68
- 19 M. V. R. K. Murty. A compact radial shearing interferometer based on the law of refraction[J]. *Appl. Opt.*, 1964, **3**(7): 853~857

栏目编辑: 何卓铭