

# 菲涅耳衍射区超快激光脉冲散斑场特性的研究

宋洪胜<sup>1</sup> 刘桂媛<sup>1</sup> 秦希峰<sup>1</sup> 张宁玉<sup>1</sup> 程传福<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 山东建筑大学理学院, 山东 济南 250101  
<sup>2</sup> 山东师范大学物理与电子科学学院, 山东 济南 250014)

**摘要** 将散斑场的研究拓展到超快激光领域, 进而引入了超快散斑的概念。首先在理论上研究了超快脉冲照明随机粗糙表面在菲涅耳衍射区域形成的超快散斑光场及其自相关函数, 然后利用光场的自相关、强度系综平均和强度自相关等统计函数导出散斑强度自相关函数。发现超快散斑的强度相关随着时间的推迟逐渐呈现出周期性振荡的特征, 且振荡频率依次增大。利用对菲涅耳衍射区超快散斑场的计算模拟, 发现了诸如散斑颗粒随时间逐渐增大、颗粒中出现频率越来越大的干涉条纹以及干涉条纹由观察面两侧向中心方向依次消失等一系列全新的动态演化规律。

**关键词** 超快光学; 散射; 超快散斑; 统计特性

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201333.0932001

## Properties of Ultrafast Speckle Fields in Fresnel Diffraction Region

Song Hongsheng<sup>1</sup> Liu Guiyuan<sup>1</sup> Qin Xifeng<sup>1</sup> Zhang Ningyu<sup>1</sup> Cheng Chuanfu<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> School of Science, Shandong Jianzhu University, Jinan, Shandong 250101, China  
<sup>2</sup> College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China)

**Abstract** The studies of the speckle field are extended to the area of ultrafast laser, and the concept of ultrafast speckles is introduced. In the theoretical research, the ultrafast speckle fields in the Fresnel diffraction region and the general expressions of their autocorrelation functions are discussed, and then the speckle intensity autocorrelation function is solved using the optical field autocorrelation and the intensity ensemble average. As time delays, ultrafast speckle intensity space autocorrelation curves present a characteristic of periodic oscillation and the frequency gradually increases. Combined with the computer simulation, the formation and the never-before understood dynamic behaviors of the ultrafast speckles in the Fresnel diffraction region are found and explained. Such dynamic behaviors include the increased speckle grains, the structures of the interference fringes in the speckle grains and the decrease of the spatial period, and the interference fringes gradually disappearing from two sides to the center of the observation plane, etc.

**Key words** ultrafast optics; scattering; ultrafast speckle; statistical property

**OCIS codes** 320.7090; 290.5880; 070.7345

## 1 引言

超快激光脉冲是由一系列不同频率的单色光波叠加而成的持续时间非常短暂的激光脉冲。由于光波的衍射模式因频率而异, 超快脉冲在经过介质、狭

缝、孔径或者光栅等的衍射时各个不同频率的单色光波成分都将按照自己的传播模式传播, 导致它们到达同一个观察点所用的时间不同, 所以衍射后各单色光波再叠加形成的脉冲相对于衍射前发生了很

**收稿日期:** 2013-02-04; **收到修改稿日期:** 2013-05-21

**基金项目:** 山东省自然科学基金(ZR2011AM011)、住房和城乡建设部研究开发项目(2010-K4-15)

**作者简介:** 宋洪胜(1976—), 男, 博士研究生, 副教授, 主要从事光学散射和信息光学等方面的研究。

E-mail: songhongsheng7605@yahoo.com.cn

**导师简介:** 程传福(1962—), 男, 博士, 教授, 主要从事光学散射和信息光学等方面的研究。

E-mail: chengchuanfu@sdu.edu.cn

大的变化。人们已经在诸如共焦显微镜<sup>[1-3]</sup>、自由传播<sup>[4-5]</sup>、频移<sup>[6]</sup>和衍射<sup>[7-14]</sup>等领域对超快脉冲做了大量研究工作。其中 Jiang 等<sup>[8]</sup>详细讨论了超快脉冲经圆形孔径的非涅耳衍射,并给出光轴上任意观察点处的散射轮廓随时间的变化规律;Wang 等<sup>[11-12]</sup>对超快脉冲经光栅在非涅耳衍射区域的散射进行了研究并给出了相关的解析表达式。Siiman 等<sup>[14]</sup>研究了超短激光脉冲经投射体布拉格光栅衍射后的时空扭曲特性。由早期的这些研究工作可以看出,散射后的脉冲与散射前相比无论是在脉冲的宽度还是强度方面都发生了很大的变化。散斑是相干光波经粗糙的随机介质散射后形成的随机强度分布,而散射体和光源的变化都会引起散斑的变化,这种变化的散斑通常被称为动态散斑。由于散斑对随机表面的变化非常敏感,且动态散斑的变化包含随机表面及其运动特征的信息,因此动态散斑一直是人们所感兴趣的研究课题<sup>[15-16]</sup>。由于在传统相干光的照明条件下,光波随时间的变化与散射体所引起的相位变化相应的光传播的时间差相比要小得多,从而在空间一点所产生的散斑强度的动态变化形式与散斑强度分布规律趋于一致,因此对动态散斑研究,一般也主要考虑随机表面或散射介质的变化所引起的散斑场的变化特性<sup>[17]</sup>。若用超快激光脉冲代替传统相干光照明,由于超快激光在空间各点可以引起与自身的时间变化形式完全不同的光强时间演化,从而产生动态散斑。很明显,这样的动态散斑特性与上述的由于散射表面运动而产生的动态散斑具有完全不同的特性,并且它们除了包含表面的信息之外,还包含超快激光脉冲的信息。这类散斑可以称为超快散斑。关于超快散斑的研究不仅是对散斑场理论的拓展,也是超快激光传播研究中的重要内容。

本文根据超快脉冲的性质以及简化随机表面光场自相关的表达式推导出超快脉冲照射随机表面在非涅耳衍射区域形成的超快脉冲散斑场的自相关函数,然后结合散斑的强度系综平均与其自相关的关系求出超快脉冲散斑场的强度自相关函数,根据求得的结果分析得出一些超快脉冲散斑异于常规散斑的特性:随着衍射时间的推迟超快脉冲散斑颗粒逐渐减小,而且其平均强度分布在逐渐减弱的过程中表现出越来越明显的周期性振荡特征。通过对非涅耳衍射区超快脉冲散斑的计算模拟,研究了观察面上任意时刻超快脉冲散斑的分布规律以及任意观察点处散斑随时间演变的特征,分析其强度的自相关。所给出的理论完全符合计算模拟的结果,因此可以

用其解释模拟超快脉冲散斑的所有特征。本研究成果对于超快脉冲的传播和衍射特性以及远场超快脉冲散斑统计特性的研究具有一定的参考价值。

## 2 超快脉冲散斑强度自相关函数的理论推导及分析

### 2.1 超快脉冲散斑强度自相关函数的理论推导

图 1 为超快脉冲光波在随机表面上散射的示意图。为简单起见,只讨论一维的情况。一束超快激光脉冲照射到置于  $z = 0$  的平面上  $x_0$  处的长为  $L$  的透射随机散射屏上,散射屏后面距离  $z$  处的  $x$  平面为观察面。超快激光脉冲看作在时间上呈高斯分布<sup>[7-8,11-13,18-19]</sup>,即

$$U_0(t) = \exp[-(t/\tau)^2] \exp(i\omega_0 t), \quad (1)$$

式中  $\tau$  表示脉冲的半峰全宽,  $\omega_0$  表示脉冲的中间频率值。如果把上述随时间变化的光波看成是一系列具有不同频率  $\omega$  的单色波的叠加,则可以写成

$$U_0(t) = \int U_0(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (2)$$

式中  $U_0(\omega)$  表示频率为  $\omega$  的单色波,可以通过对(1)式中的  $U_0(t)$  进行傅里叶变换得出,其形式可以写为

$$U_0(\omega) = \tau \sqrt{\pi} \exp[-\tau^2(\omega - \omega_0)^2/4]. \quad (3)$$

紧靠散射屏后面的出射光波为

$$U_1(\omega, x_0, z = 0) = \tau \sqrt{\pi} \exp[-\tau^2(\omega - \omega_0)^2/4] U_s(\omega, x_0), \quad (4)$$

式中

$$U_s(\omega, x_0) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) h(x_0)\right] \quad (5)$$

为散射屏对频率为  $\omega$  的光波的透射率函数。结合(2)、(4)、(5)式可以把观察面上任意一点  $x$  处的光波写为

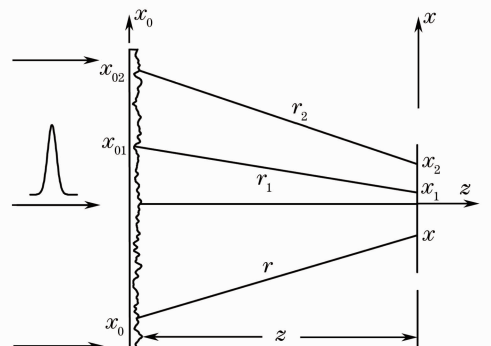


图 1 超快激光的散射

Fig. 1 Scattering of ultrafast laser

$$\begin{aligned}
 U(t, x, z) &= \tau \sqrt{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\tau^2(\omega - \omega_0)^2/4] \exp(-i\omega t) \frac{\exp(i2\pi r/\lambda)}{i\lambda r} \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h(x_0)\right] dx_0 d\omega = \\
 & \frac{\tau \sqrt{\pi}}{i\lambda_0 z} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\tau^2(\omega - \omega_0)^2/4] \exp[-i\omega(t - r/c)] \exp\left[i \frac{\omega}{c}(n-1)h(x_0)\right] dx_0 d\omega, \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中  $r$  为散射屏上的点  $x_0$  到达观察点  $x$  的距离, 且  $r = [z^2 + (x - x_0)^2]^{1/2}$ , 在实际计算中, 对  $x_0$  的积分范围为整个散射屏, 而对频率  $\omega$  的积分范围为脉冲频谱宽度。上式的推导过程中运用了  $2\pi/\lambda = \omega/c$ 。根据基尔霍夫衍射理论, 在近轴条件下,  $r$  和  $\lambda$  的变化对振幅影响较小, 所以指数外的分式中分母部分的波长  $\lambda$  近似为  $\lambda_0$ ,  $r$  近似为  $z$ , 而  $\lambda_0$  为脉冲的中间频率对应的波长,  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ 。由于光波从  $x_0$  点传播到  $x$  点需要的时间为  $r/c$ , 所以(6)式中观察面上  $t$  时刻的光波应该是  $r/c$  这段时间之前的光波  $U_0(t - r/c, x_0, z = 0)$  的积分。则观察面上  $x_1, x_2$  两点处的光场的相关可以写为

$$\begin{aligned}
 R_U(\Delta t, \Delta x) &= \langle U(t_1, x_1, z) U^*(t_2, x_2, z) \rangle = \frac{\tau^2 \pi}{\lambda_0^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-\tau^2[(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2]/4\} \times \\
 & \exp[-i\omega_1(t_1 - r_1/c) + i\omega_2(t_2 - r_2/c)] \langle \exp\left\{i \frac{n-1}{c} [\omega_1 h(x_{01}) - \omega_2 h(x_{02})]\right\} \rangle dx_{01} dx_{02} d\omega_1 d\omega_2, \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中  $\langle \dots \rangle$  表示系综平均,  $\Delta t = t_2 - t_1, \Delta x = x_2 - x_1$ 。结合(5)式可以看出  $\langle \exp\left\{i \frac{n-1}{c} [\omega_1 h(x_{01}) - \omega_2 h(x_{02})]\right\} \rangle$  为光波  $U_s(\omega, x_0)$  的自相关, 对于强散射体来说, 该函数可以采用随机表面光波的  $\delta$  相关模型<sup>[20]</sup> 来简化, 即

$$\langle U_s(\omega, x_{01}) U_s^*(\omega, x_{02}) \rangle = \delta(x_{01} - x_{02}), \quad (8)$$

把(8)式代入(7)式中有

$$\begin{aligned}
 R_U(\Delta t, \Delta x) &= \frac{\tau^2 \pi}{\lambda_0^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-\tau^2[(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2]/4\} \times \\
 & \exp[-i\omega_1(t_1 - r_{10}/c) + i\omega_2(t_2 - r_{20}/c)] |P(x_0)|^2 d\omega_1 d\omega_2 dx_0. \quad (9)
 \end{aligned}$$

$P(x_0)$  为随机表面的孔径函数, 它满足

$$P(x_0) = \begin{cases} 1, & |x_0| \leq L/2 \\ 0, & |x_0| > L/2 \end{cases} \quad (10)$$

在(9)式中作了积分变换  $x_{01} = x_0$ , 所以  $r_{10}$  和  $r_{20}$  分别为  $x_1, x_2$  两点到  $x_0$  点的距离, 由于它们的变化对相位的影响比较大, 所以不能近似为  $z$ , 而是分别作如下近似:

$$r_{m0} = [z^2 + (x_m - x_0)^2]^{1/2} \approx z + (x_m - x_0)^2/2z, \quad m = 1, 2. \quad (11)$$

则(9)式可以写为

$$\begin{aligned}
 R_U(\Delta t, \Delta x) &= \frac{\tau^2 \pi}{\lambda_0^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-\tau^2[(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2]/4\} \times \\
 & \exp\left\{-i\omega_1 \left[t_1 - \frac{z + (x_1 - x_0)^2/2z}{c}\right] + i\omega_2 \left[t_2 - \frac{z + (x_2 - x_0)^2/2z}{c}\right]\right\} |P(x_0)|^2 d\omega_1 d\omega_2 dx_0, \quad (12)
 \end{aligned}$$

令

$$f_{\omega_m} = \frac{1}{2\pi} \left[ t_m - \frac{z + (x_m - x_0)^2/2z}{c} \right], \quad m = 1, 2, \quad (13)$$

把(13)式代入(12)式中, 有

$$\begin{aligned}
 R_U(\Delta t, \Delta x) &= \frac{\tau^2 \pi}{\lambda_0^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} |P(x_0)|^2 dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\tau^2(\omega_1 - \omega_0)^2/4] \exp(-i2\pi\omega_1 f_{\omega_1}) d\omega_1 \times \\
 & \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\tau^2(\omega_2 - \omega_0)^2/4] \exp(-i2\pi\omega_2 f_{\omega_2}) d\omega_2. \quad (14)
 \end{aligned}$$

很明显, (14) 式对  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的积分就是对它们的傅里叶变换, 从而由(14)式可以解得

$$R_U(\Delta t, \Delta x) = \frac{\omega_0^2}{c^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} |P(x_0)|^2 \exp[-4\pi^2(f_{\omega_1}^2 + f_{\omega_2}^2)/\tau^2] \exp[-i2\pi\omega_0(f_{\omega_1} - f_{\omega_2})] dx_0. \quad (15)$$

求解过程中应用了  $\omega_0/c = 2\pi/\lambda_0$ 。不难看出, 上式右边是以  $\Delta x$  为谱坐标的  $x_0$  函数的傅里叶变换, 并且由于入射超快激光脉冲的宽度  $\tau$  很小, 使得在相关函数  $R_U$  有意义的时间差别  $\Delta t = t_2 - t_1$  内,  $(f_{\omega_1}^2 + f_{\omega_2}^2)/\tau^2$  实际上对应于随机表面上的一定范围, 并且  $\tau$  越小, 该范围也越小。当  $P(x_0)$  的范围等于或者大于  $\exp[-4\pi^2(f_{\omega_1}^2 + f_{\omega_2}^2)/\tau^2]$  对应的范围时, (15)式可以写为

$$R_U(\Delta t, \Delta x) = \frac{\omega_0^2}{c^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-4\pi^2(f_{\omega_1}^2 + f_{\omega_2}^2)/\tau^2] \exp[i2\pi\omega_0(f_{\omega_1} - f_{\omega_2})] dx_0. \quad (16)$$

最后把(13)式表示的  $f_{\omega_1}$  和  $f_{\omega_2}$  代入(16)式中, 整理以后可得

$$R_U(\Delta t, \Delta x) = \frac{\omega_0^2}{c^2 z^2} \exp\left[i\omega_0\left(\Delta t - \frac{x_1 + x_2}{2zc}\Delta x\right)\right] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{-1}{\tau^2}\left[t_1 - \frac{z + (x_1 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2 - \frac{1}{\tau^2}\left[t_2 - \frac{z + (x_2 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2\right\} \exp\left(i\omega_0 \frac{x_0 \Delta x}{zc}\right) dx_0. \quad (17)$$

如果把  $\exp\left\{\frac{1}{\tau^2}\left[t_1 - \frac{z + (x_1 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2\right\}$  和  $\exp\left\{\frac{-1}{\tau^2}\left[t_2 - \frac{z + (x_2 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2\right\}$  分别看成是两个与时间因素有关的孔径函数  $P_1(x_0, x_1, t_1)$  和  $P_1^*(x_0, x_2, t_2)$ , 并且在对于  $R_U$  有意义的空间坐标差  $\Delta x = x_2 - x_1$  不太大的情况下, 即满足

$$\left[t_1 - \frac{z + (x_1 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2 + \left[t_2 - \frac{z + (x_2 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2 \leq \tau^2, \quad (18)$$

有  $P_1(x_0, x_1, t_1) \approx P_1^*(x_0, x_2, t_2)$ , 即这两个函数的乘积可以看作是一个孔径函数的模平方, 那么(17)式所表示的光场的自相关就可以看作是散射孔径模平方的傅里叶变换, 这符合传统散斑理论中相关函数的 Van Cittert-Zernike (VCZ)定理<sup>[21]</sup>。

由散斑相关函数的定义, 可知观察面上的散斑平均光强为  $\langle I \rangle = R_U(\Delta t = 0, \Delta x = 0)$ , 所以观察点  $x_1$  处的光强平均为

$$\langle I \rangle = \frac{\omega_0^2}{c^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{2}{\tau^2}\left[t - \frac{z + (x_1 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2\right\} dx_0. \quad (19)$$

又由于光强的相关函数  $R_I(\Delta t, \Delta x)$  与  $\langle I \rangle$  和  $R_U(\Delta t, \Delta x)$  有以下关系式:

$$R_I(\Delta t, \Delta x) = \langle I \rangle^2 + |R_U(\Delta t, \Delta x)|^2, \quad (20)$$

所以把(17)式和(20)式代入(19)式中就可以表示出散斑场光强的相关函数。最后给出  $\Delta t = 0$ , 即  $t_1 = t_2 = t$  时超快散斑光强自相关, 即

$$R_I(t, \Delta x) = \left(\frac{\omega_0}{cz}\right)^4 \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left(-\frac{2}{\tau^2}a_1\right) + \exp\left[-\frac{1}{\tau^2}(a_1 + a_2)\right] \exp\left[i\omega_0 \frac{\Delta x}{cz}(x_0 - x'_0)\right] \right\} dx_0 dx'_0, \quad (21)$$

式中

$$a_m = \left[t - \frac{z + (x_m - x_0)^2/2z}{c}\right]^2 + \left[t - \frac{z + (x_m - x'_0)^2/2z}{c}\right]^2, \quad m = 1, 2. \quad (22)$$

此外, 为了解释超快散斑场相关函数的物理意义, 进一步分析了(17)式。在强散射体的情况下, 观察面上中心点附近的散斑场可以近似看作是空间平稳的随机过程, 即  $x_1 = 0$  处的散斑相关函数可以反映出中心点附近的散斑场的相关特性。同时可令  $\Delta t = 0$ , 从而得到  $t_1 = t_2 = t$  时刻的散斑场的空间自相关函数

$$R_U(t, \Delta t = 0, x = 0, \Delta x) = \left(\frac{\omega_0}{cz}\right)^2 \exp\left\{i\omega_0\left[-\frac{(\Delta x)^2}{2zc}\right]\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{-2}{\tau^2}\left(t - \frac{z + x_0^2/2z}{c}\right)^2\right] \exp\left(i\omega_0 \frac{x_0 \Delta x}{zc}\right) dx_0. \quad (23)$$

即某一时刻  $t$  的观察面上的超快散斑相关是从  $t = 0$

时算起推迟了  $\frac{z + \frac{x_0^2}{2z}}{c}$  时间后,物面上  $x_0$  点处对该

点处出射光波的贡献,并且由于超快脉冲的时间宽度  $\tau$  的限制,使得某一时刻对观察面上有贡献的物面上区域限制在一定的范围内。很显然,物面上  $x_0 = 0$  附近的光波最先到达观察点  $x_1 = 0$  处,该时刻为  $t = z/c$ 。在之后的一段时间内,物面上坐标  $x_0$  满足  $x_0^2/2cz < \sqrt{2}\tau$  的各点都会对该观察点的光波有贡献。在激光脉冲过后,来自物面上中心点附近的光波不再对观察面上  $x_1 = 0$  点的光波起作用,并且随着时间的推迟,物面上对该点有贡献的区域向  $x_0 = 0$  的两侧移动。从而使得  $x_1 = 0$  处的光波的自相关函数随着时间而变化。

## 2.2 理论结果分析

在(21)式给出的  $\Delta t = 0$  时光强的空间自相关函数中,如果脉冲的半峰全宽  $\tau$  取 20 fs,脉冲的中间频率值  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$ ,  $z = 20 \text{ cm}$ , 那么图 2 中

的实线绘出了归一化的  $R_I(t, \Delta x)$  函数,图中是以光波由随机表面平行于  $z$  轴传播到观察面上所用的时间  $t = z/c$  为零时刻开始计时的,于是图 2(a)~(d) 四幅图对应的时刻分别为 0, 10, 20, 30 fs。分析图 2 可以看出超快散斑场的  $R_I(t, \Delta x)$  具有以下特征:  $R_I(t, \Delta x)$  只有在  $t = 0$  时为高斯曲线,而后曲线逐渐出现周期性振荡的特征,随着时间的推迟,振荡的频率越来越大,曲线的峰宽越来越小,且每次振荡的幅度随着  $\Delta x$  的增大越来越小。因而可以绘制一个包含这些振荡曲线的高斯型包络线,随着时间的推迟包络线的宽度逐渐增大,其中包含的振荡个数也不断增加,如图 2 中的虚线所示。

由此可以确定超快散斑光强随时间的分布特征,即在  $t = z/c = 0$  时,超快散斑与传统散斑一样呈高斯分布,且散斑颗粒最小,然后随着时间的推迟超快散斑的颗粒越来越大,在增大的散斑颗粒中出现了空间频率逐渐增大、宽度逐渐减小的明暗条纹。

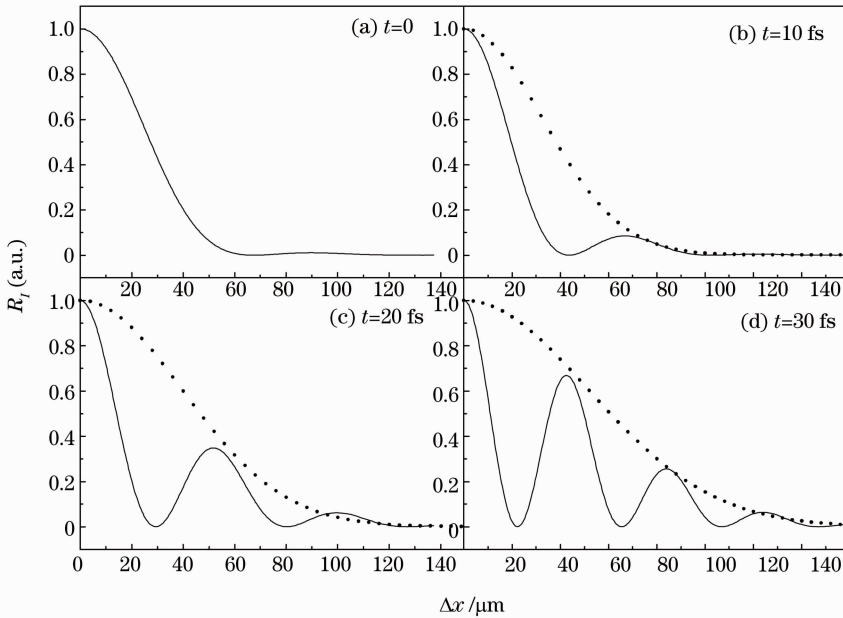


图 2 光强自相关的理论曲线

Fig. 2 Theoretical curves of intensity autocorrelation

超快散斑场的上述特征是前面所说的不同时刻来自物面上不同区域的出射光波的贡献所引起的。在  $t = z/c$  时,相当于(17)式中两个出射孔径  $\exp\left\{\frac{1}{\tau^2}\left[t_1 - \frac{z + (x_1 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2\right\}$  和  $\exp\left\{\frac{-1}{\tau^2}\left[t_2 - \frac{z + (x_2 - x_0)^2/2z}{c}\right]^2\right\}$  重合在点  $x_0 = x$  处,其中  $x$  点为观察点,此时的散斑场相当

于由单束光衍射产生。随着时间的推迟,两个出射孔径开始分别向  $x_0 = x$  的两侧对称移动,则散斑场就等效于来自两个孔径的光波的干涉了,所以就出现了周期性振荡的特征,且随着时间的推迟,两个孔径之间的距离不断增大,散斑场的振荡频率也不断增大。另外,在该对称孔径向两侧移动的过程中,对观察面上  $x$  点处的散射角不断增加,这样使得与光程

有关的出射孔径相比于  $\tau$  所对应的单个孔径范围逐渐减小, 因此相应的散斑颗粒逐渐增大, 即此时散斑出现大颗粒结构但调制条纹的间距减小。

### 3 随机表面及超快脉冲菲涅耳衍射的计算模拟

对随机表面在菲涅耳衍射区产生的超快散斑光场进行了计算模拟。

首先模拟产生随机表面的高度分布  $h(x_0)$ 。自仿射分形随机表面高度自相关函数可以表示为<sup>[22]</sup>

$$R_h(\Delta x_0) = \langle h(x_0)h(x_0 + \Delta x_0) \rangle = \omega^2 \exp[-(\Delta x_0/\xi)2\alpha], \quad (24)$$

式中  $\omega$  和  $\xi$  分别为表面的均方偏差粗糙度和横向相关长度,  $\alpha$  为表面粗糙指数, 它与表面分形维数  $D_f$  之间的关系为  $\alpha = d - D_f$ ,  $d$  为表面所嵌入空间的维数, 并且  $0 \leq \alpha \leq 1$ 。很明显  $R_h(\Delta x_0)$  是对称下降函数, 其傅里叶变换为非负的实数, 可以定义孔径函数  $p(u)$  为<sup>[23]</sup>

$$p(u) = [P(u)]^{1/2},$$

$$P(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \exp[-(v/\xi)^{2\alpha}] \exp(i2\pi u \cdot v) dv. \quad (25)$$

用以下的傅里叶变换作为复高度函数  $h_c(x_0)$  的产生公式

$$h_c(x_0) = h_r(x_0) + ih_i(x_0) = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} p(u)\eta(u) \exp(-i2\pi u \cdot x_0) du, \quad (26)$$

式中  $h_r(x_0)$  和  $h_i(x_0)$  分别是  $h_c(x_0)$  的实部和虚部,  $\eta(u)$  是均值为 0 的实变量白噪声过程,  $\langle \eta(u) \rangle = 0$ ,  $\langle \eta(u)\eta(u') \rangle = \delta(u - u')$ 。由散斑场的特性<sup>[21]</sup>, 可以看出  $h_r(x_0)$  和  $h_i(x_0)$  的自相关函数均可由 (24) 式给出,  $h_r(x_0)$  和  $h_i(x_0)$  是均值为 0 的高斯随机过程。 $h_r(x_0)$  和  $h_i(x_0)$  均可作为随机表面高度的数值分布。在实际计算中,  $\eta(u)$  取  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$  区间内均匀分布的随机数, 仅使用了  $h_r(x_0)$  作为模拟产生的自仿射分形表面  $h_c(x_0)$  而舍弃  $h_i(x_0)$ 。运用上述方法首先模拟出一个  $\omega = 0.5$ ,  $\xi = 3.0 \mu\text{m}$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $L = 3 \text{ cm}$  的随机表面, 整个随机表面的分点数  $N = 100000$ 。

然后利用菲涅耳衍射公式对散射光场单色衍射波进行计算:

$$U(\omega, x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} U_1(\omega, x_0, z = 0) \frac{\exp(ikr)}{i\lambda r} dx_0, \quad (27)$$

式中  $U_1(\omega, x_0)$  为 (4) 式给出的出射光波,  $r = [z^2 + (x - x_0)^2]^{1/2}$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ,  $c$  为光在真空中的速度。实际计算中, 取脉冲的半峰全宽  $\tau = 20 \text{ fs}$ , 脉冲的中间频率值  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$ , 在频域取值范围  $[\omega_0 - \Delta\omega_0/2, \omega_0 + \Delta\omega_0/2]$  内以  $\Delta\omega_i = \Delta\omega_0/(N_1 - 1)$  为步长把频率平均分成  $N_1 = 300$  份, 其中  $\Delta\omega_0$  的长度是随脉冲光谱的宽度调整过的, 观察面与随机表面之间的距离  $z = 20 \text{ cm}$ , 观察面的大小为  $840 \mu\text{m}$ , 分成 1000 份。然后运用以上的计算方法对所有单色波衍射进行求解, 把所有频率单色波的透射光场  $U(\omega, x, z)$  的空间分布情况求出后, 根据 (2) 式在特定的空间点  $x$  处对  $U(\omega, x, z)$  进行有关  $\omega$  的傅里叶变换, 从而得出该点随时间变化的光场分布  $U(t, x, z)$ 。在观察面上其他空间点处使用这种变换方法, 就可以得到任意一点  $x$  处和任意  $t$  时刻的光场。

图 3 给出了模拟的不同时刻超快散斑场光强的空间分布, 其中图 3(a) 对应的是初始时刻, 散斑颗粒最小; 图 3(b)~(d) 分别是推迟 28 fs、49 fs 和 63 fs 后的散斑场。从图中可以看出, 随着时间的推迟在散斑颗粒增大的同时散斑场出现了周期性振荡, 即大的散斑颗粒中具有周期性的条纹调制, 而且条纹的频率随着时间的推迟而增大, 间距也逐渐减小。

图 4 给出任意观察点处的光强随时间的变化情况。从图 3 和图 4 中都可以看出初始时刻的光强最强, 而后随着时间的推迟超快散斑场整体强度逐渐减弱。这是因为初始时刻观察面上的光波来自散射表面的中心点附近, 此时对应的出射孔径最大, 随着时间的推迟出射孔径越来越小。由于超快散斑场在观察面上的持续时间是由 (17) 式中的两个等效出射孔径移动出随机散射表面范围所用时间决定的, 根据模拟的随机表面线度可知这个时间远大于入射光波脉冲持续的时间 20 fs。图 5 为推迟 1850 fs 时的散斑场, 此时散斑场靠近中心位置处的光波还是呈现周期振荡, 而在偏离中心位置的地方这种特征逐渐消失了。这是由于对于  $x \neq 0$  的偏离光轴位置的观察点, 随着时间的推迟, (17) 式中的两个出射孔径从  $x_0 = x \neq 0$  开始向两侧移动, 当时间推迟到一定程度时, 两个孔径中总会有一个先移动出随机表面范围, 此时的散斑场就相当于经过剩下的那个出射孔径的单束光衍射产生的了, 所以其振荡特征就消失了。

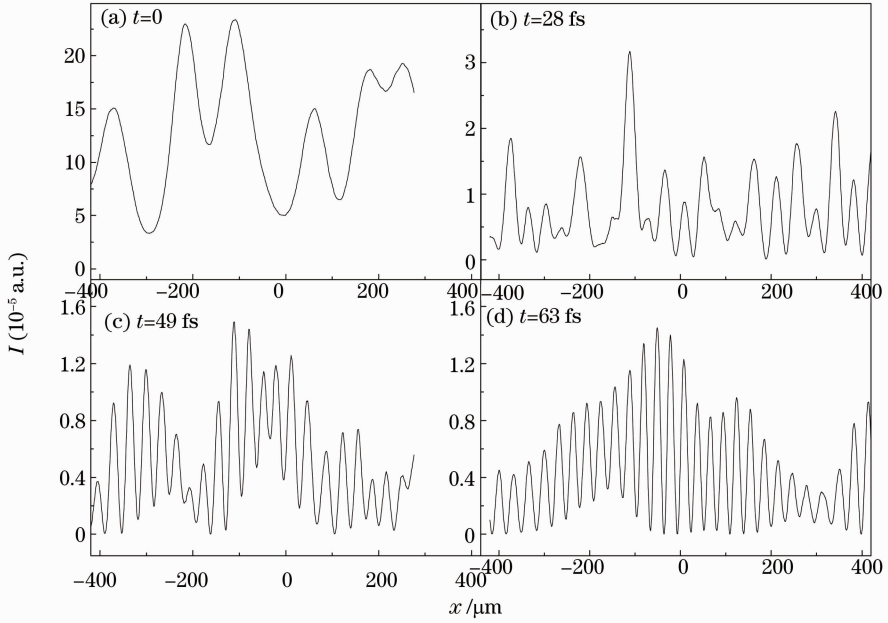


图3 模拟的散斑颗粒

Fig. 3 Simulated speckle grains

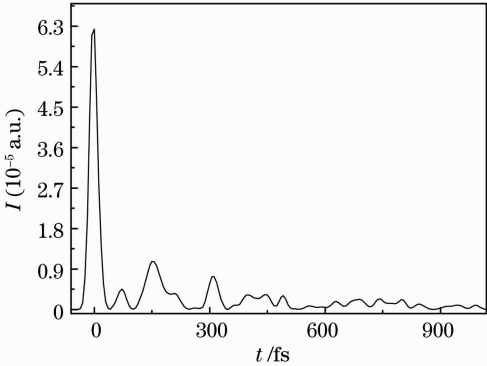


图4 不同时刻的散斑强度分布

Fig. 4 Speckle intensity distribution at different time

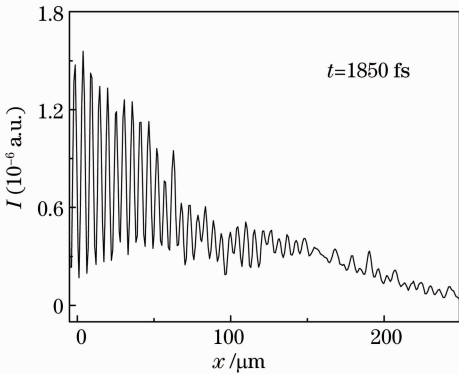


图5 1850 fs后的散斑强度分布

Fig. 5 Speckle intensity distribution after 1850 fs

利用超快散斑光强某一时刻的空间分布数据，可以通过数值计算得到该时刻散斑的空间自相关函数的数值分布。根据定义， $t$ 时刻散斑光强自相关函数表示为

$$R_I(t, \Delta x) = \langle I(t, x)I(t, x + \Delta x) \rangle. \quad (28)$$

由于在计算中所取的观察面上的计算范围远小于散射表面的范围，并假定表面为强散射体，因此某一时刻的光强空间分布可以认为是空间平稳的随机过程，即上式中的系综平均可以用空间平均来代替，即

$$R_I(t, \Delta x) = \sum_{i=1}^{N_1-n} I(t, x_i)I(t, x_i + \Delta x), \quad (29)$$

式中  $N_1$  为观察面光强空间取样点数， $n$  为  $\Delta x$  的最大值所对应的取样点数。图6给出了模拟散斑场不同时刻光强的自相关曲线，与图2比较可以看出，在模拟和理论这两种情况下  $R_I(t, \Delta x)$  的变化特征和趋势在  $\Delta x$  较小时完全一致，它们都是随着时间的推迟下降趋势越来越陡，并且逐渐出现周期性振荡的特征，从而进一步验证了理论推导结果的正确性。而对比两图可见在  $\Delta x$  较大时模拟与理论结果有所差别，这是由于为了降低计算量观察面模拟得较小，且只分了1000个点，当  $\Delta x$  较大时统计点数降低而产生了误差。

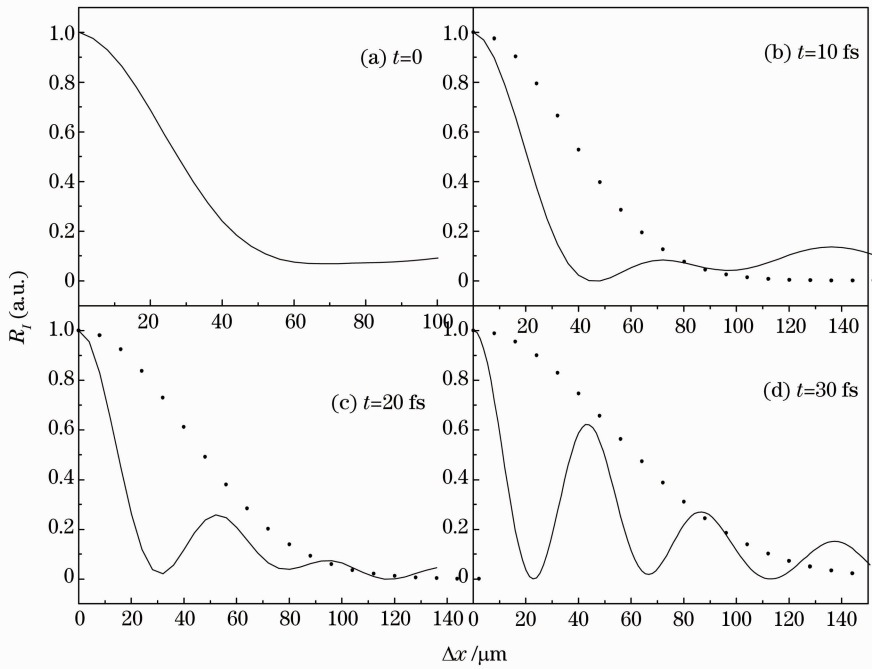


图 6 模拟的散斑场光强自相关

Fig. 6 Simulated speckle intensity autocorrelation curves

## 4 结 论

提出了利用超快激光谱分析的理论及数值计算的方法,将关于散斑现象的研究推广到超快领域。首先在理论上推导出了超快散斑光强自相关函数,并由此分析了超快散斑的一些基本特征。通过数值模拟计算对这些特性进行了进一步较为详细的研究。超快散斑的这种在时间和空间上的动态规律在传统的单色光散射系统中是无法见到的,它与单色光产生的传统稳态和动态散斑有很大的不同。这些规律的研究不仅对于散斑理论发展具有重要意义,而且对超快脉冲衍射与传播特性的研究具有一定的参考价值。

## 参 考 文 献

- 1 M Kempe, W Rudolph. Analysis of confocal microscopy under ultrashort light-pulse illumination [J]. *J Opt Soc Am A*, 1993, 10(2): 240–245.
- 2 S W Hell, P E Hännien, J Salo, *et al.*. Pulsed and CW confocal microscopy; a comparison of resolution and contrast [J]. *Opt Commun*, 1994, 113(1): 144–152.
- 3 M Gu. Confocal imaging of thin and line objects under ultrashort laser-pulse illumination [J]. *Optic*, 1996, 101(3): 118–122.
- 4 J Cooper, E Marx. Free-space propagation of ultrashort light pulses [J]. *J Opt Soc Am A*, 1985, 2(10): 1711–1720.
- 5 R W Ziolkowski, J B Judkins. Propagation characteristics of ultrawide-bandwidth pulsed Gaussian beams [J]. *J Opt Soc Am A*, 1992, 9(11): 2021–2030.
- 6 Zhongyang Wang, Zhenquan Zhang, Zhizhan Xu, *et al.*. Spectral and temporal properties of ultrashort light pulse in the far zone [J]. *Opt Commun*, 1996, 123(1): 5–10.
- 7 M Lefrancois, S F Pereira. Time evolution of the diffraction pattern of an ultrashort laser pulse [J]. *Opt Express*, 2003, 11(10): 1114–1122.
- 8 Z P Jiang, R Jacquemin, W Eberhardt. Time dependence of Fresnel diffraction of ultrashort laser pulses by a circular aperture [J]. *Appl Opt*, 1997, 36(19): 4358–4361.
- 9 M Gu, X S Gan. Fresnel diffraction by circular and serrated apertures illuminated with an ultrashort pulsed-laser beam [J]. *J Opt Soc Am A*, 1996, 13(4): 771–778.
- 10 M Gu, X S Gan. Effect of an ultrashort pulse on Fresnel diffraction by a circular opaque disk [J]. *Opt Commun*, 1996, 125(1): 1–4.
- 11 Huaisheng Wang, Changhe Zhou, Jianlang Li, *et al.*. Talbot effect of a grating under ultrashort pulsed-laser illumination [J]. *Micro Opt Tech Lett*, 2000, 25(3): 184–187.
- 12 Huaisheng Wang, Changhe Zhou, Shuai Zhao, *et al.*. The temporal Fresnel diffractive field of a grating illuminated by an ultrashort pulsed-laser beam [J]. *J Opt A*, 2001, 3(3): 159–163.
- 13 Xiaorong Ren, Chuanfu Cheng, Chunxiang Liu, *et al.*. Numerical solutions of Green's integral equation for the diffraction of femtosecond laser pulses through a subwavelength aperture [J]. *Chin Opt Lett*, 2004, 2(2): 63–66.
- 14 L A Siiman, J Lumeau, L Canioni, *et al.*. Ultrashort laser pulse diffraction by transmitting volume Bragg gratings in photo-thermo-refractive glass [J]. *Opt Lett*, 2009, 34(17): 2572–2574.
- 15 H Sun, L Y Zhang, Y Liu, *et al.*. Statistical properties of triple-random-modulated dynamic speckles [J]. *J Opt Soc Am A*, 1999, 16(6): 1387–1394.
- 16 S Y Teng, C X Liu, M Liu, *et al.*. The spatiotemporal cross correlation of the dynamic speckles with partially coherent illumination [J]. *J Opt A*, 2002, 4(5): 580–586.
- 17 A Dabas, P H Flamant, P Salamitou. Characterization of pulsed coherent Doppler LIDAR with the speckle effect [J]. *Appl Opt*,



- 1994, 33(27): 6524-6532.
- 18 A Pack, M Hietschold, R Wannemacher. Propagation of femtosecond light pulses through near-field optical aperture probes [J]. Ultramicroscopy, 2002, 92(3): 251-264.
- 19 Li Dawei, Cheng Chuanfu. A theoretical study of the autocorrelation function of ultrafast dynamic speckles [J]. J Shandong Normal University (Natural Science), 2005, 20(2): 34-36.
- 李大伟, 程传福. 超快动态散斑相关函数的理论研究 [J]. 山东师范大学学报(自然科学版), 2005, 20(2): 34-36.
- 20 Liu Peisen. Speckle Statistical Optics [M]. Beijing: Science Press, 1987. 6-7.
- 刘培森. 散斑统计光学基础 [M]. 北京: 科学出版社, 1987. 6-7.
- 21 J C Dainty. Laser Speckle and Related Phenomena [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1975. 35-38.
- 22 Y P Zhao, G C Wang, T H Lu. Characterization of Amorphous and Crystalline Rough Surfaces; Principles and Applications [M]. New York: Academic Press, 2001. 33-42.
- 23 Zhu Xing. Near-field optics and near-field optical microscopy [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 1997, 33(3): 124-137.
- 朱星. 近场光学与近场光学显微镜 [J]. 北京大学学报(自然科学版), 1997, 33(3): 124-137.

栏目编辑: 宋梅梅