# 非均匀非线性波导中线光学畸形波及其传播控制

张解放[1]　楼吉辉[2]

（[1] 浙江传媒学院互联网与社会研究中心，浙江 杭州 310018
[2] 浙江师范大学理论物理研究所，浙江 金华 321004）

**摘要**　非均匀非线性波导中光脉冲的传播由(2＋1)维变系数非线性薛定谔方程描述。通过引进相似变换，构建出非均匀非线性波导中的准确的二维一阶、二阶线光学畸形波解；深入讨论了它们在周期色散介质中的传播特性；给出了操控它们传播的控制条件。研究发现一阶、二阶光学畸形波解在平面上看具有类似于 KP(Kadomfsov-Pefrishvili)方程中线孤子解的特征，因此引进了线光学畸形波的概念。

**关键词**　非线性光学；(2＋1)维；非线性薛定谔方程；线畸形波；传播控制

**中图分类号**　O437　　　**文献标识码**　A　　　**doi:** 10.3788/AOS201333.0919001

# Line Optical Rogue Waves and Transmission Controlling in Inhomogeneous Nonlinear Waveguides

Zhang Jiefang[1]　Lou Jihui[2]

[1] *Center of Internet and Society, Zhejiang University of Media and Communications, Hangshou, Zhejiang* 310018, *China*
[2] *Institute of Theoretical Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang* 321004, *China*

**Abstract**　Optic pulse propagation in inhomogeneous nonlinear waveguides can be described by nonlinear Schrödinger equation with (3＋1) dimension variable coefficients. By using similar transformation, exact two-dimensional 1st-order and 2nd-order optical rogue wave solutions is developed. Moreover, the dynamics of the two-dimensional 1st-order and 2nd-order 2-dimensional rogue wave propagation in the waveguides with periodic dispersion are discussed. Finally, manipulating propagate conditions of two-dimensional optical rogue wave is given. Worth while pointing out especially, the formats of both 1-order and 2-order two-dimensional optical rogue wave in transverse section of the media are similar to line soliton of the KP (Kadomfsov-Pefrishvili) equation, so the concept of linear optical rogue wave is proposed in this paper.

**Key words**　nonlinear optics; (2＋1) dimension; nonlinear Schrödinger equation; linear rogue wave; transmission controlling

**OCIS codes**　190.4370; 190.5530; 190.6135

## 1　引　　言

畸形波也叫凶波、怪波，它是一种波峰可达到甚至超过平均波幅 2～3 倍[1]的巨型平面波，由于其巨大的破坏力以及潜在军事应用的可能，在近几年中受到了越来越广泛的关注。1965 年，Draper 第一次提出了畸形波的概念[2]；1983 年，Peregrine 第一次给出了描述畸形波的孤子(Peregrine)解[3]；1995 年，人类第一次在挪威的一个钻井平台上观测到了海面上的畸形水波[4]。然而由于畸形波生成和消失的不可预测性以及维持时间短，消失快的特点，在流体力学的实验中，畸形波观测和激发有很大难度。另一方面，由于畸形波本身具有复杂的非线性本质，所以对畸形波的产生和控制更被视作是一个困难重重的问题[5−7]。虽然人们对畸形波的产生做了许多研究，但一般认为调制不稳定性是畸形波出现的主要原因。随着各方面理论与实验研究的不断深入，

**收稿日期:** 2013-03-26; **收到修改稿日期:** 2013-05-16

**基金项目:** 国家自然科学基金(11072219)

**作者简介:** 张解放(1959—)，男，博士，教授，博士生导师，主要从事非线性动力学方面的研究。
E-mail: 719678098@qq.com

人们发现畸形波几乎在所有非线性科学领域都有出现，例如在非线性海洋学[1,7-8]，非线性光学[9-11]以及玻色-爱因斯坦凝聚的平均场理论[12-14]中，甚至在经济系统[15]中都存在畸形波的现象。在实验领域，人们在人工光学系统中产生了光学畸形波[11]；在光晶格势下的玻色-爱因斯坦凝聚中也观测到了物质畸形波[14]。在理论领域，对于畸形波的多数研究只停留在(1+1)维的情形下[5,10,15-22]，例如最先在常系数方程中解得的有理解畸形波[3]，之后对光学畸形波的研究[16-22]，以及近期提出的在金融领域中出现的畸形波[15]。另外，也有学者基于变系数薛定谔方程系统，对(1+1)维畸形波的操控进行了详细讨论[16-17]。这些研究极大地加深了人们对于畸形波现象的理解。然而现实中的畸形波模型是高维的[即(2+1)维或(3+1)维][23-26]，因此，在(1+1)维畸形波研究的基础上，拓展到高维情形下讨论现实生活中的畸形波现象便显得更为重要。鉴于目前研究高维畸形波的思路还是变换为(1+1)维的形式进行讨论，而且图像描述也是在线性组合坐标中给出的[19-22]，其物理本质还是难以揭示。本文以非均匀非线性波导中传播的(2+1)维光脉冲模型为基础，深入研究二维光学畸形波的产生及其传播特性。类比于KP方程的二维线孤子解，进一步揭示二维光学畸形波解在实际波导介质横截面上的物理图像。

## 2　(2+1)维变系数非线性薛定谔方程的相似变换和二维光学畸形波解

在非均匀非线性波导(如克尔光学介质)中，光脉冲的传播由如下的(2+1)维变系数非线性薛定谔方程描述[10,19-20]：

$$\mathrm{i}\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\beta(z)}{2}\Delta_{\perp}u+\chi(z)|u|^2u=\mathrm{i}g(z)u,\tag{1}$$

其中$u(z,x,y)$是光脉冲波包的电场强度分量，$z$是归一化后的传播距离，$x$和$y$是归一化后传播平面上的两个直角坐标分量，$\Delta_{\perp}$是作用在直角坐标$(x,y)$上的拉普拉斯算符。函数$\beta(z)$描述了介质的色散特性，$g(z)$表示非线性增益$(g>0)$和衰退$(g<0)$，$\chi(2)$代表了自聚焦$(\chi>0)$或自散焦$(\chi<0)$的非线性特性。

为了研究光学畸形波的动力学特性，对(1)式中的$u$作如下相似变换：

$$u=\rho(z)U[Z(z),X(z,x,y)]\exp[\mathrm{i}\varphi(z,x,y)],\tag{2}$$

其中，函数$\rho(z)$和$\varphi(z,x,y)$分别代表了解的振幅和相位，实函数$X(z,x,y)$是相似变量，关于归一化传播距离$z$的实函数的$Z(z)$在这里代表有效传播距离。将(2)式代入(1)式，就可以得到变换后复函数$U(Z,X)$将会满足常系数标准非线性薛定谔方程：

$$\mathrm{i}U_Z+\frac{1}{2}U_{XX}+|U|^2U=0,\tag{3}$$

将相似变换(2)式代入(1)式的过程中，得到各变换系数函数必须满足的一组微分方程：

$$\rho_z+\frac{1}{2}\beta\rho(\varphi_{xx}+\varphi_{yy})-g\rho=0,\tag{4}$$

$$X_z+\beta(X_x\varphi_x+X_y\varphi_y)=0,\tag{5}$$

$$\varphi_z+\frac{1}{2}\beta(\varphi_x^2+\varphi_y^2)=0,\tag{6}$$

$$\beta(X^2x+X^{2y})-Z_z=0,\chi\rho^2-Z_z=0,\tag{7}$$

$$X_{xx}+X_{yy}=0,\tag{8}$$

由(8)式，定义相似变量X有如下的函数形式：

$$X=k(z)x+l(z)y+p(z),\tag{9}$$

式中$k$，$l$和$p$都是待定的关于传播距离$z$的实函数，将(9)式代入(5)式可以得到：

$$\varphi=-\frac{1}{2\beta}\left(\frac{k_z}{k}x^2+\frac{l_z}{l}y^2\right)+\frac{p_z}{2\beta}\left(\frac{x}{k}+\frac{y}{l}\right)+\varphi_0(z),\tag{10}$$

其中，$\varphi_0(z)$，$k(z)$，$l(z)$和$p(z)$可以通过将(10)式代入(6)式得到。经代数运算后可以得到上述4个实函数有如下的函数形式：

$$k=k_0[c_0-c_1\int_0^z\beta(s)\mathrm{d}s]^{-1},\tag{11}$$

$$l=l_0[c_0-c_1\int_0^z\beta(s)\mathrm{d}s]^{-1},\tag{12}$$

$$p=c_2+\int_0^z\beta(s)[c_0-c_1\int_0^z\beta(s)\mathrm{d}s]^{-2}\mathrm{d}s,\tag{13}$$

$$\varphi_0=-\frac{k_0^2+l_0^2}{8k_0^2l_0^2}\int_0^z\beta(s)[c_0-c_1\int_0^z\beta(s)\mathrm{d}s]^{-2}\mathrm{d}s,\tag{14}$$

式中$k_0$，$l_0$，$c_0$，$c_1$，$c_2$是实常数。这里需要说明的是$c_1$同输入脉冲的初始啁啾参数有关，$c_0-c_1\int_0^z\beta(s)\mathrm{d}s$是对应于脉冲宽度变化的关于$z$的正定函数，$\int_0^z\beta(s)\mathrm{d}s$代表累积色散。

通过将(10)～(14)式代入(4)式和(7)式，得到振幅$\rho$和有效传播距离$Z$的表达式：

$$\rho=\rho_0\sqrt{kl}\exp[\int_0^z g(s)\mathrm{d}s],\tag{15}$$

$$Z=\int_0^z \beta(s)(k^2+l^2)\mathrm{d}s+Z_0, \tag{16}$$

这里需要说明的是，上述的相似变换要求非线性系数 $\chi$ 满足一致性条件[16-17,19-20]：

$$\chi=\frac{\beta(k^2+l^2)}{\rho_0^2\ l^2\ k^2\exp[2\int_0^z g(s)\mathrm{d}s]}. \tag{17}$$

之所以通过相似变换，把(1)式变化成(3)式，是因为对于方程(3)学界已有诸多的解析解研究成果，诸如有理解[27]、亮暗孤子解[22]和行波解[28]等。这里，根据 Peregrine 在 1983 年提出的振荡有理解[3]对其一阶解作伽利略变换[3,29]得到 $U(Z,X)$ 具有如下形式的解：

$$U=\left[1-\frac{4+8\mathrm{i}(Z-Z_c)}{1+4(X-X_c)^2+4(Z-Z_c)^2}\right]\exp\left[\mathrm{i}\left(1-\frac{v^2}{2}\right)(Z-Z_c)+\mathrm{i}vX\right], \tag{18}$$

其中 $Z_c$ 和 $v$ 是两个任意常数，$X_c=v(Z-Z_c)$ 是畸形波的中心位置，$Z=Z_c$ 是畸形波出现的位置。将(18)式代入相似变换方程(2)式，得到(1)式的一阶振荡有理解：

$$u=\rho(z)\left[1-\frac{4+8\mathrm{i}(Z-Z_c)}{1+4\ (X-X_c)^2+4\ (Z-Z_c)^2}\right]\exp\left[\mathrm{i}\varphi(z,x,y)+\mathrm{i}\left(1-\frac{v^2}{2}\right)(Z-Z_c)+\mathrm{i}vX\right]. \tag{19}$$

这个解称为一阶二维光学畸形波解。(3)式还存在更高阶的有理解[28-29]，同样可以求出(1)式的高阶二维光学畸形波解。(3)式的二阶 Peregrine 孤子解是

$$U=\left(1-\frac{G+\mathrm{i}H}{D}\right)\exp(\mathrm{i}Z), \tag{20}$$

式中的 $G$,$H$ 和 $D$ 分别为

$$G=-\frac{3}{16}+\frac{3}{2}X^2+X^4+\frac{9}{2}Z^2+6X^2Z^2+5Z^4,$$

$$H=\left(-\frac{15}{8}-3X^2+2X^4+Z^2+4X^2Z^2+2Z^4\right)Z,$$

$$D=\frac{3}{64}+\frac{9}{16}X^2+\frac{X^4}{4}+\frac{X^6}{3}+\frac{33}{16}Z^2-\frac{3}{2}X^2Z^2+X^4Z^2+\frac{9}{4}Z^4+X^2Z^4+\frac{1}{3}Z^6.$$

类似于一阶解的处理方式，对二阶 Peregrine 孤子解进行伽利略变换，可以求出方程(3)的二阶二维光学畸形波解：

$$u=\rho(z)U[X-v(Z-Z_c),Z-Z_c]\exp\left[\mathrm{i}\varphi(z,x,y)+\mathrm{i}\left(1-\frac{v^2}{2}\right)(Z-Z_c)+\mathrm{i}vX\right], \tag{21}$$

其中 $\rho$,$\varphi$,$Z$ 和 $X$ 由(6)式～(9)式给出。

值得指出的是，这里得到的二维线光学畸形波解(19)式和(21)式是关于线性组合坐标和传播距离表示的一阶和二阶二维有理解。但考虑到实际物理背景，只有在真实波导介质截面，即在平面上讨论(1)式的解才有意义。在下节，类比于 KP 方程的线孤子解，在平面上研究克尔光学介质中传播的二维光学畸形波解，并分析其动力学特性和传播控制。

## 3 非均匀非线性波导中线光学畸形波解的动力学特性和传播控制

有多种方法可以操控非线性介质中有理解的动力学传输特性，例如在文献[16－17]中所提到的，通过透镜变换，变换后有效传播距离 $Z$ 同归一化的传播距离 $z$ 的关系来操控有理解的传输特性。受此启发，通过上述关系来操控非均匀非线性波导中传播的光学畸形波的传输特性。这里考虑周期色散系统，其色散因子 $\beta$ 满足周期性条件：

$$\beta=\beta_0\cos(\omega z), \tag{22}$$

根据(17)式，三次非线性项系数就可以表达为 $\chi=\dfrac{\beta_0(k_0^2+l_0^2)\cos(\omega z)}{l_0^2\ k_0^2\exp[2\int_0^z g(s)\mathrm{d}s]}$。为了简洁起见，令参数 $c_2=0$，$Z_0=0$。于是从(9)式和(16)式中可以得到相似变量和有效传播距离的表达式如下：

$$X=\frac{\omega(k_0x+l_0y)}{c_0\omega-c_1\beta_0\sin(\omega z)}+\frac{\omega}{c_1[\omega-c_1\beta_0\sin(\omega z)]}, \tag{23}$$

$$Z=\frac{(k_0^2+l_0^2)\omega}{c_1[\omega-c_1\beta_0\sin(\omega z)]}, \tag{24}$$

特别地，当 $c_1=0$ 时，有

$$X=(k_0x+l_0y)+\frac{\beta_0\sin(\omega z)}{\omega},\tag{25}$$

$$Z=\frac{(k_0^2+l_0^2)\beta_0\sin(\omega z)}{\omega}.\tag{26}$$

下面对无初始啁啾($c_1=0$)的二维光学畸形波进行讨论。从(2)式、(18)式和(25)式中，可以得到无啁啾光学脉冲的中心位置为$X_c=\beta_0[v(k_0^2+l_0^2)-1]\sin(\omega z)/\omega-vZ_c$，令$c_0=1$，这代表此光脉冲将在$v(k_0^2+l_0^2)\neq 0$时周期振荡。而且，从(26)式中，可以看出此时有效传播距离$Z$是归一化传播距离$z$的周期函数。考虑到(1)式中初始光脉冲$u(z,x,y)$的演化是由相似变换后(3)式所描述的初始脉冲$U(0,X)$的演化决定的，可以知道这两者的演化是等价的[17-18]。因此，如果令$Z<Z_c$，则畸形波将不会被激发(将被抑制)，因为从(3)式中可以看出畸形波在$Z=Z_c$处才具有最大波幅。而如果使$Z$的最大值大于$Z_c$，则光学畸形波将在沿着传播方向重复出现。需要强调的是，这里的重复出现并不是周期性出现，只有当$\beta_0(k_0^2+l_0^2)/\omega=Z_c$时，畸形波才会沿着传播方向周期性的出现，周期为$2\pi/\omega$。最后，如果$Z(z\to\infty)=Z_c$，则激发的畸形波将在很长一段传播距离内保持重复出现的特性。通过相似变换，可以预测无啁啾的光学畸形波的出现位置，它们将出现在$z=\arcsin[Z_c\omega/(k_0^2+l_0^2)]/\omega+2n\pi/\omega$的位置上，其中$n$为非负整数。也可以通过将(26)式与(20)式代入到解的表达式(18)中，来研究具有初始啁啾的光学畸形波，本文限于篇幅不予讨论。

下面来考察所得各类二维畸形波解的物理图像。

首先考察一阶二维畸形波的图像。图1(a)展示了在线性组合坐标$k_0x+l_0y$中沿传播方向上重复出现的畸形波，其子图描述了有效传播距离同归一化传播距离的关系。从图1(b)中可以看出，畸形波在传播方向上并不周期性出现。考虑到真实的畸形波出现在波导介质横截面，即$x$-$y$平面上，于是把图1的解变换到$x$-$y$平面上，此时畸形波的实际图像由图2给出。可以从图2中看出，实际的畸形波出现在直线$k_0x+l_0y=\dfrac{\beta_0[v(k_0^2+l_0^2)-1]\sin(\omega z)}{\omega}-vZ_c$上，这里取$k_0=1$，$l_0=2$，于是在$x$-$y$平面中将在$x+2y=2$位置出现类似KP方程中线孤子的现象，但是与线孤子不同的是，其波幅仍然保持畸形波的特点，即其波峰可达到甚至超过平均波幅2～3倍，因此引进了线光学畸形波的概念。线光学畸形波随着传播距离$z$反复出现、消失，而且可以看出，此时线光学畸形波并不随传播距离$z$周期性出现，重复出现的位置即为图1(b)中标示出的间隔不等的传播距离位置。在略微偏离上述特定的传播距离时，线光学畸形波被迅速抑制。其原因是在线性组合坐标和传播距离平面上重复出现的线光学畸形波(图1)在传播距离上也具有良好的局域性，只有对于线光学畸形波中心附近小范围的传播距离，才会有明显的波幅，这就保证了在$x$-$y$平面上的线畸形波在略微偏离畸形波中心所在的传播距离时[图2(a)，(c)，(e)]，线畸形波有被迅速抑制的现象。

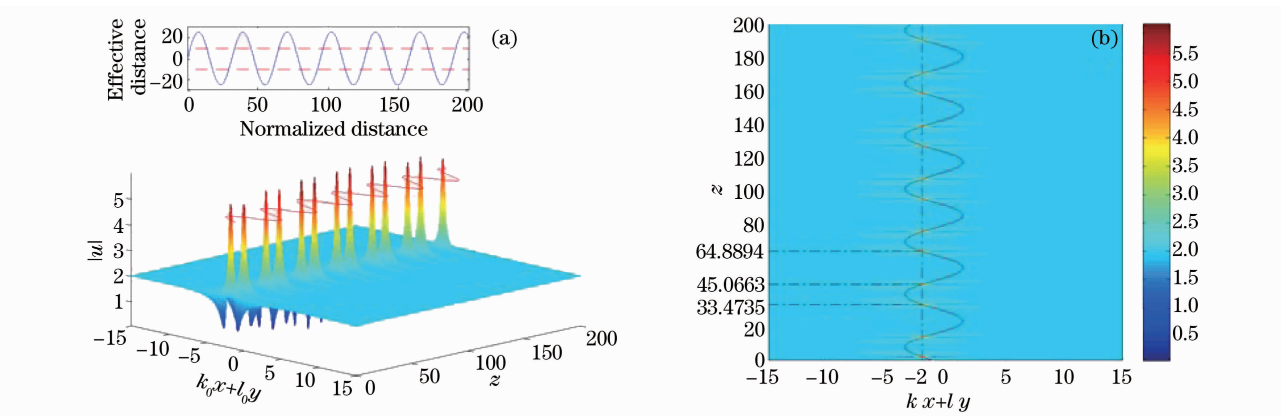


图1　(a)参数为$g(z)=0$，$k_0=1$，$l_0=2$，$Z_c=10$，$v=0.1$，$\omega=0.2$时(其他参数文中给定)，重复性出现的二维光学畸形波。子图中蓝色实线为有效传播距离$Z$对归一化传播距离$z$的函数关系，红色虚线表示出了$Z$的变化范围$Z=\pm Z_c$；(b)图(a)对应的等高投影图，红色实线表征了光脉冲中心位置的变化

Fig. 1　(a) With $g(z)=0$, $k_0=1$, $l_0=2$, $Z_c=10$, $v=0.1$, $\omega=0.2$, two-dimensional optical rogue wave appears repeatedly. Subplot shows $Z(z)$ with blue solid line and its range $Z=\pm Z_c$ with red dotted lines; (b) contour plot of (a) red solid line illustrates the variation of center position of the pulse

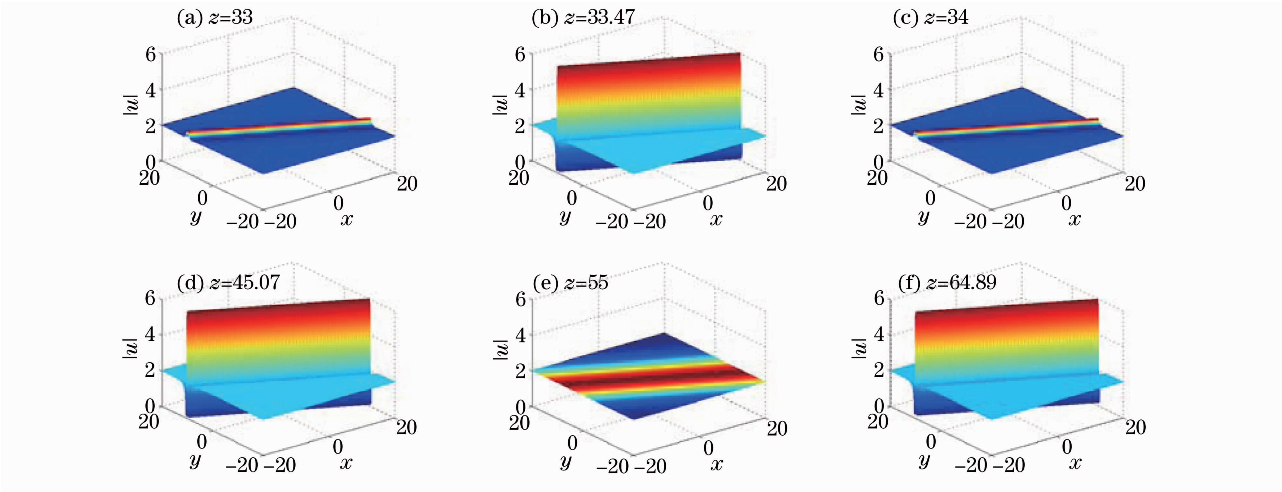


图 2 图 1 线性组合坐标下的畸形波在 $x$-$y$ 平面上的物理图像。线光学畸形波随着传播距离 $z$ 出现、消失交替重复如(b)、(d)、(f)。在线光学畸形波出现的附近传播距离 $z$ 上迅速被抑制，如(a)，(c)，(e)

Fig. 2 Physical image in $x$-$y$ plane of the rogue waves of Fig. 1 in linear combined coordinates. Line optical rogue appears repeatedly, as (b), (d) and (f), and it is restrained effectively near the certain position, as (a), (c) and (e)

图 3(a)展示了在线性组合坐标 $k_0x+l_0y$ 中沿传播方向上周期性出现的畸形波，其子图描述了有效传播距离同归一化传播距离的关系。从图 3(b) 中可以看出，畸形波在传播方向上呈周期性出现。图 4 给出了实际 $x$-$y$ 平面上的畸形波图像。在图 2 中，实际畸形波的出现位置在直线 $k_0x+l_0y=\frac{\beta_0[v(k_0^2+l_0^2)-1]\sin(\omega z)}{\omega}-vZ_c$，即直线 $x+2y=-2$ 上，且其波幅仍然保持波峰可达到甚至超过平均波幅 2 到 3 倍的畸形波特点，是一个线畸形波。与图 2 的线畸形波不同的是，在图 4 中，线畸形波随着传播距离 $z$ 周期性出现，出现的位置即为图 3(b)中标示出的间隔相等的传播距离位置。而且同样由于畸形波良好的局域性，在略微偏离上述特定的传播距离时，图 4 所示的线畸形波被迅速抑制[图 4(a)、(c)、(e)]。

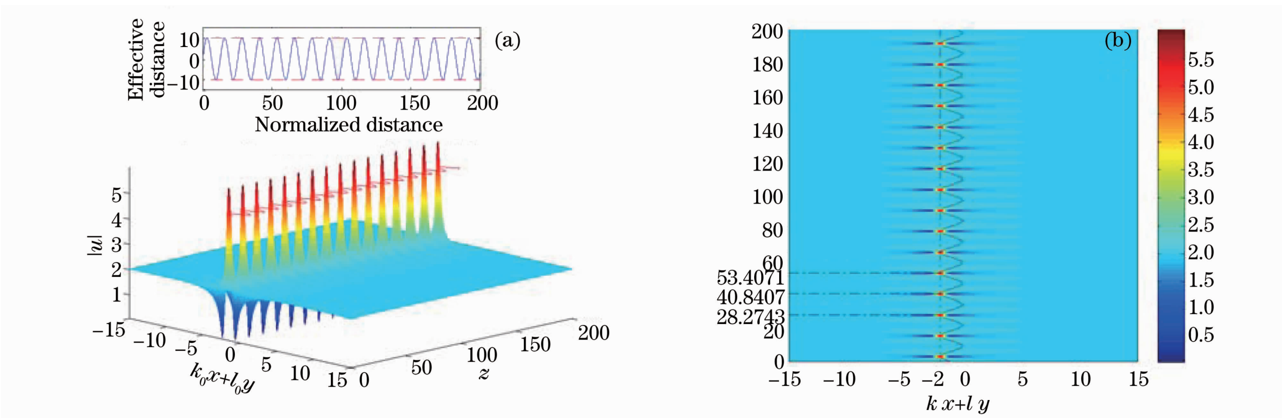


图 3 (a) 当 $\omega=0.5$ 时(其他参数同图 1)，周期出现的光学畸形波。子图中蓝色实线为有效传播距离 $Z$ 对归一化传播距离 $z$ 的函数关系，红色虚线表示出了 $Z$ 的变化范围 $Z=\pm Z_c$；(b)图(a)对应的等高投影图，红色实线表征了光脉冲中心位置的变化

Fig. 3 (a) When $\omega=0.5$ (other parameters same as Fig. 1), two-dimensional optical rogue wave appears periodically. Subplot shows $Z(z)$ with blue solid line and its range $Z=\pm Z_c$ with red dotted lines; (b) contour plot of (a), red solid line illustrates the variation of center position of the pulse

从图 1～4 中，可以看出在 $x$-$y$ 平面上畸形波的实际图像是沿某条直线的线光学畸形波，它随传播距离变化受到抑制或得到激发。而图 1(a) 和图 3(a)的子图描述了有效传播距离同归一化传播距离的关系。从这些图中可以看出，通过参数的调整控制 $x$-$y$ 平面上线畸形波出现的位置，并使之重

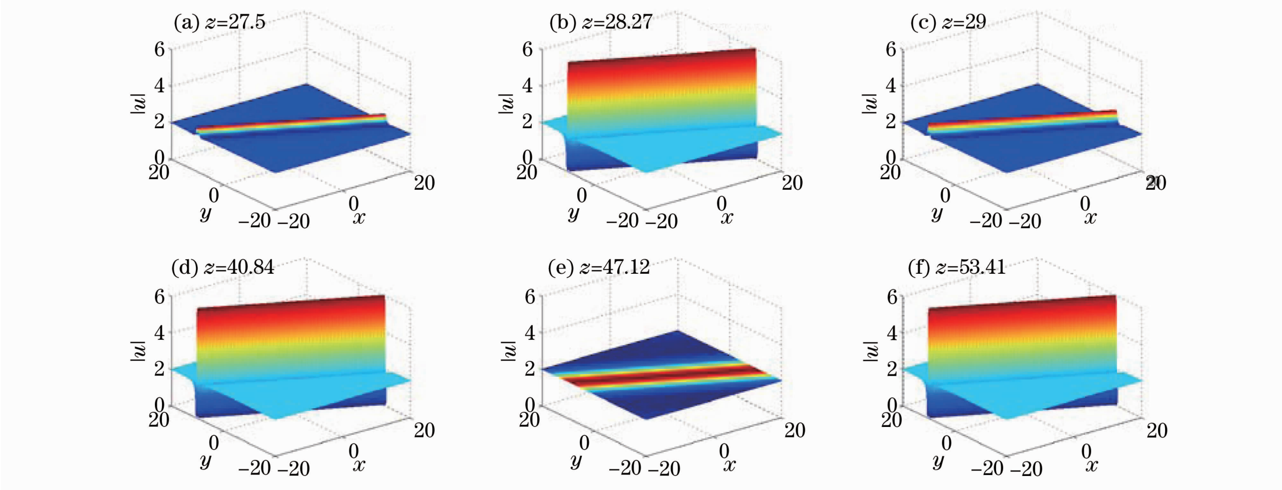


图 4　图 3 线性组合坐标下的畸形波在 $x$-$y$ 平面上的物理图像。线光学畸形波随着传播距离 $z$ 周期性出现如(b)、(d)、(f)。在线畸形波出现附近的传播距离上迅速被抑制,如(a),(c),(e)

Fig. 4　Physical image in $x$-$y$ coordinates of the rogue waves of Fig. 3 in linear combined coordinates. Line optical rogue appears periodically, as (b), (d) and (f), and it is restrained effectively near the certain position, as (a), (c) and (e)

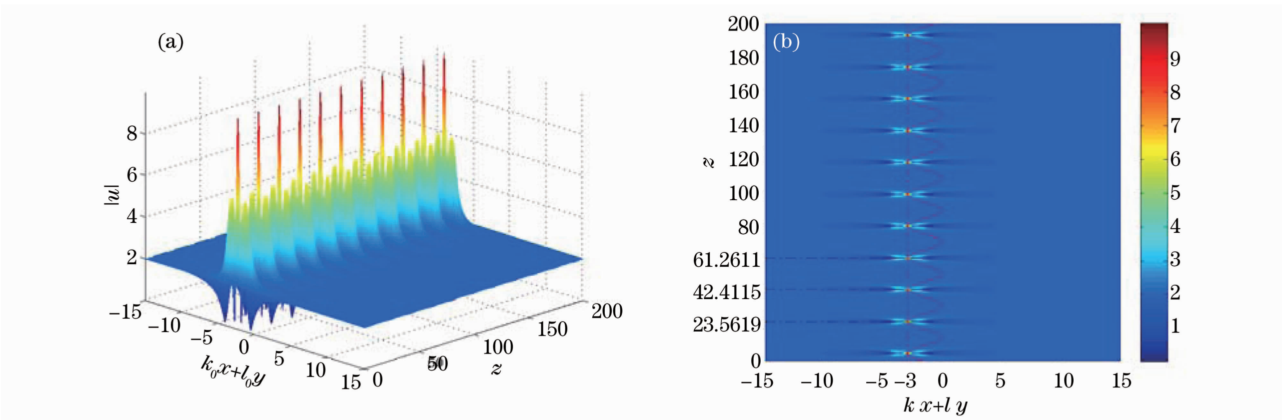


图 5　(a)连续波背景下当 $\omega=0.33$ 时(其他参数同图 1),周期出现的二阶光学畸形波;(b) 图(a)对应的等高投影图,红色实线表征了光脉冲中心位置的变化

Fig. 5　(a) When $\omega=0.33$ (other parameters same as Fig. 1), 2nd order optical rogue wave appears periodically; (b) contour plot of (a), red solid line illustrates the variation of center position of the pulse

复或周期性出现,而且还可以对线畸形波激发出现和抑制消失的位置作出预测。

下面讨论二阶二维畸形波的图像。图 5(a)展示了在线性组合坐标 $k_0x+l_0y$ 中沿传播方向上,具有参数 $v=0.1$、$Z_c=15$ 和 $\omega=0.33$ 的周期性出现的二阶光学畸形波。从图 5(b) 中可以看出,畸形波在传播方向上周期性出现。在 $x$-$y$ 平面上畸形波的实际图像由图 6 给出。从图 6 中可以看出,实际的畸形波出现的位置直线 $k_0x+l_0y=\dfrac{\beta_0[v(k_0^2+l_0^2)-1]\sin(\omega z)}{\omega}-vZ_c$,即直线 $x+2y=-3$ 上,其波幅仍然保持畸形波的特点,且其波幅展现出二阶解的形态,是二阶线畸形波。它随传播距离 $z$ 周期性出现,出现的位置即为图 5(b)中标示出的间隔相等的传播距离位置。同样由于畸形波良好的局域性,在略微偏离上述特定的传播距离时,图 6 所示的线畸形波被迅速抑制[图 6(a)、(c)]。从上述二阶二维线畸形波的图像可以看出,它与一阶二维线畸形波类似,也可以通过参数的调整来控制二阶线畸形波在 $x$-$y$ 平面上出现的位置,即非周期或周期性重复,而且还可以预测二阶线畸形波被抑制或被激发的位置。

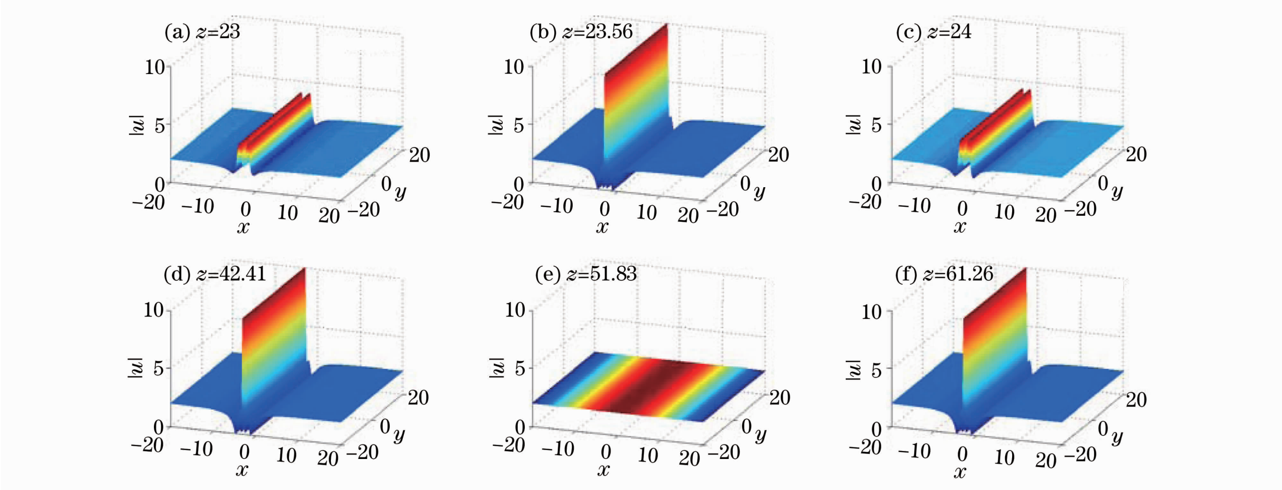


图 6 图 5 线性组合坐标下的畸形波在 $x$-$y$ 平面上的物理图像。线光学畸形波随着传播距离 $z$ 周期性出现，如(b)、(d)、(f)。在线畸形波出现附近的传播距离上迅速被抑制，如(a)，(c)，(e)

Fig. 6 Physical image in $x$-$y$ coordinates of the rogue waves of Fig. 5 in linear combined coordinates. $2^{\text{nd}}$ order line optical rogue appears periodically, as (b), (d) and (f), and it is restrained effectively near the certain position, as (a), (c) and (e)

# 4 结　　论

通过引进相似变换，构建出非均匀非线性波导中的二维一阶、二阶光学畸形波解，给出二维光学畸形波解在真实波导介质横截面上的物理图像，深入讨论了二维一阶、二阶光学畸形波解在周期色散介质中的传播特性；根据非均匀非线性波导中的一阶、二阶二维光学畸形波解的约束限制，给出了操控二维光学畸形波解传播的控制条件。需要指出，研究发现二维一阶、二阶光学畸形波解在平面上看具有类似于 KP 方程等线孤子解的特征。因此，本文引入线光学畸形波概念。本文所给出的操控线光学畸形波的方法，不仅在非线性光学领域还在其他出现畸形波的非线性科学领域，如非线性海洋学、玻色-爱因斯坦凝聚等领域具有参考价值。

## 参　考　文　献


1 A R Osborne. Nonlinear Ocean Waves [M]. New York: Academic Press, 2009.

2 L Draper. 'Freak' Ocean Waves [M]. Marine Observer, 1965, 35: 193－195.

3 D H Peregrine. Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions [J]. J Australian Math Soc Ser B, 1983, 25(1): 16－43.

4 P Müller, C Garrett, A Osborne. Rogue waves—the fourteenth 'aha huliko' a hawaiian winter workshop [C]. Oceanography, 2005, 18(3): 66－75.

5 N Akhmediev, A Ankiewicz, M Taki. Waves that appear from nowhere and disappear without a trace [J]. Phys Lett A, 2009, 373(43): 675－678.

6 A Ankiewicz, N Devine, N Akhmediev. Are rogue waves robust against perturbations? [J]. Phys Lett A, 2009, 373: 3997－4000.

7 V Ruban, Y Kodama, M Ruderman, *et al*.. Conformal variables in the numerical simulations of long-crested rogue waves [J]. Eur Phys J Spec Top, 2010, 185(1): 17－33.

8 C Kharif, E Pelinovsky, A Slunyaev. Rogue Waves in the Ocean, Observation, Theories and Modeling [M]. New York: Springer, 2009.

9 A Hasegawa, M Matsumoto. Optical Solitons in Fibers [M]. Berlin: Springer, 2003.

10 Y S Kivshar, G P Agrawal. Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals [M]. San Diego: Academic, 2003.

11 K R Solli, C Ropers, P Koonath, *et al*.. Optical rogue waves [J]. Nature, 2007, 450: 1054－1057.

12 C J Pethick, H Smith. Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

13 F Dalfovo, S Giorgini, L P Pitaevskii, *et al*.. Theory of bose-einstein condensation in trapped gases [J]. Rev Modern Phys, 1999, 71(3): 463－512.

14 Y V Bludov, V V Konotop, N Akhmediev. Matter rogue waves [J]. Phys Rev A, 2009, 80(3): 033610.

15 Z Y Yan. Financial rogue waves [J]. Commun Theor Phys, 2010, 54(5): 947－949.

16 Q Tian, Q Yang, C Q Dai, *et al*.. Controllable optical rogue waves: recurrence, annihilation and sustainment [J]. Opt Commun, 2011, 284(8): 2222－2225.

17 Hu Wencheng, Zhang Jiefang, Zhao Bi, *et al*.. Transmission control of nonautonomous optical rogue waves in nonlinear optical media [J]. Acta Physics Sinica, 2013, 62(2): 024216.
胡文成，张解放，赵　辟，等. 光纤放大器中非自治光畸波的传播控制研究[J]. 物理学报，2013，62(2)：024216.

18 J F Zhang, Q Tian, Y Y Wang, *et al*.. Self-similar optical pulses in competing cubic-quintic nonlinear media with distributed coefficient [J]. Phys Rev A, 2010, 81(2): 023832.

19 C Q Dai, Y Y Wang, X G Wang. Ultrashort self-similar solutions of the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients in the inhomogeneous fiber [J]. J Phys A: Math Theor, 2011, 44(15): 155203.

20 C Q Dai, Y Y Wang, C J Yan. Chirped and chirp-free self-similar

cnoidal and solitary wave solutions of the cubic-quintic nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients [J]. Opt Commun, 2010, 283(7): 1489－1494.

21 W M Liu, B Wu, Q Niu. Nonlinear effects in interference of bose-einstein condenstates [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(11): 2294－2300.

22 Z X Liang, Z D Zhang, W M Liu. Dynamics of a bright soliton in bose-einstein condensates with time-dependent atomic scattering length in an expulsive parabolic potential [J]. Phys Rev Lett, 2005, 94(5): 050402.

23 W P Zhong, R H Xie, M Bellic, *et al*.. Exact spatial soliton solutions of the two-dimensional generalized nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients [J]. Phys Rev A, 2008, 78(2): 023821.

24 C Q Dai, J F Zhang, S Q Zhu. Exact spatial similaritons for the generalized (2＋1)-dimensional nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients [J]. EPL, 2010, 92(2): 024005.

25 W P Zhong, M Belic. Three-dimensional optical vortex and necklace solitons in highly nonlocal nonlinear media [J]. Phys Rev A, 2009, 79(2): 023804.

26 L W, L Li, J F Zhang, *et al*.. Exact solutions of the Gross-Pitaevskii equation for stable vortex modes in two-dimensional Bose-Einstein condensates [J]. Phys Rev A, 2010, 81(6): 061805(R).

27 D Chiron. Traveling waves for the nonlinear Schrödinger equation with general nonlinearity in dimension one [J]. Nonlinearity, 2012, 25(3): 813－850.

28 A Ankiewicz, P A Clarkson, N Akhmediev. Rogue waves, rational solutions, the patterns of their zeros and integral relations [J]. J Phys A: Math Theor, 2010, 43(12): 122002.

29 N Akhediev, J M Soto-Crespo, A Ankiweicz. How to excite a rogue wave [J] Phys Rev A, 2009, 80(4): 043818.

**栏目编辑：**李文喆