# 菲涅耳双棱镜载频散斑干涉形变测量系统

### 朱 猛 黄战华 李翔宇 李秀明

(天津大学精密仪器与光电子工程学院光电信息技术教育部重点实验室,天津 300072)

**摘要** 剪切散斑干涉技术在表面形变测量中发挥着重要的作用,用于动态形变测量的空间相移技术使得散斑干涉 技术更实用化。研究了一种基于菲涅耳双棱镜的空间载频产生方法,该方法与散斑剪切干涉结合可以实时地对变 形梯度进行测量。应用菲涅耳双棱镜获得空间载频散斑干涉场并分析了双棱镜产生的剪切量和载频;采用单缝与 菲涅耳双棱镜配合可以在一个散斑尺寸内产生空间载频;采用傅里叶分析方法进行了载频的标定,利用正弦拟合 相移算法得到被测物的动态形变导数。实验结果证明采用菲涅耳双棱镜可以方便地实现散斑剪切干涉的空间相 移测量,适合于动态形变检测。

关键词 测量;相干光学;散斑干涉;空间相移;载频

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201333.0912003

## Spatial Carrier Speckle Interferometry Technique Research Based on Fresnel Bi-Prism

Zhu Meng Huang Zhanhua Li Xiangyu Li Xiuming

(Key Laboratory of Opto-Electronics Information Technology, College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** Speckle shearing interferometry is an important tool for dynamic surface deformation measurement, which in combination with spatial phase shift technique can make the method more useful in practice. More attention is paid to the spatial carrier frequency method based on Fresnel bi-prism which can measure the slope of deformation instantaneously. The application of Fresnel bi-prism can obtain a spatial carrier speckle interferogram. The shear distance and carrier frequency generated by the bi-prism are analyzed. A slit is used to control the speckle and produce the carrier in one speckle size. The calibration of carrier is implemented by Fourier analysis method, and the sinusoidal fitting method is used for actual measurement of slope. The experiments show that this method can be conveniently used in spatial phase shift speckle interferometry and is suitable for dynamic measurement. **Key words** measurement; coherence optics; speckle interferometry; spatial phase shift; carrier frequency **OCIS codes** 120.6160; 030.6140; 050.5080; 050.5060

1 引

言

散斑计量术从发明至今一直在不断地推陈出 新<sup>[1-5]</sup>,将剪切干涉、相移和解包裹技术用于散斑干 涉中得到了不同用途的测量光路模型<sup>[6-8]</sup>。其中最 重要的就是相移剪切散斑干涉技术,可以测量连续 分布的相位变化并推导出物面变形导数。按照机理 的不同,一般将相移技术分为两种:时间相移和空间 相移。时间相移技术采集的散斑干涉图是时间序列 的,通常使用压电陶瓷制动的平面镜或是旋转的偏振片。时间相移技术的局限性是不适合表征动态形 变和在扰动测量环境下进行测量。空间相移技术能 够克服时间相移的不足,只需采集某时刻的散斑图 即能得到瞬时的相位分布。空间载频的相位求解方 法分为频域法和空域法,频域法是傅里叶分析法,需 要在频域提取旁瓣,这种操作使得实时的动态测量 计算过程变得复杂。空域法采用正弦拟合,利用相

收稿日期: 2013-03-12; 收到修改稿日期: 2013-05-06

**基金项目**:国家自然科学基金(61275009)、国家科技支撑计划(2007BA000013)、教育部博士点基金(20110032120059) 作者简介:朱 猛(1984—),男,博士后,主要从事光电信息处理、全息与散斑检测等方面的研究。

E-mail: zhumeng@tju.edu.cn

邻像素之间产生固定的相移量进行相移计算<sup>[8-11]</sup>。 这种方法需要假设相邻像素的平均强度、调制强度 和相位分布是近似相等的,当所测量的形变的空间 变化缓慢时,这种假设是成立的。空间载频相移技 术由于采用至少3个像素测量1个像素的相位,导 致测量的分辨率也下降了1/3。

本文借鉴单相机立体视觉成像光路,采用菲涅 耳双棱镜作为空间载频生成元件;利用单缝宽度控 制散斑的尺寸,使得一个散斑至少覆盖3个像素;选 择空间相移算法实现载频散斑干涉图的相位恢复, 采用傅里叶分析方法进行载频的标定。对于分辨率 要求较高的测量条件,使用高分辨率的相机也可以 弥补分辨率低的不足。采用菲涅耳双棱镜作为一种 分波前元件可以方便地产生剪切像并形成载频。使 用单缝控制散斑尺寸,也比单孔的通光量增大,有效 地提高了光能利用率。

#### 2 测量原理

#### 2.1 剪切散斑干涉

采用菲涅耳双棱镜的成像系统被广泛地应用于 单相机立体视觉成像系统中<sup>[12]</sup>,其成像原理如图 1 所示。该系统包括了菲涅耳双棱镜、成像镜头和 CCD 摄像机。如图 1 所示,物面上一点 P(X,Y) 经 过双棱镜上下两部分折射后将产生对称的偏转角, 这两部分偏转光线经过成像镜头成像为两点  $O'(x_1,y_1)$ 和 $O'(x_2,y_2)$ 。沿偏转后的光线做反向延 长线,则两像点等效为没有双棱镜时物面上两个虚 物点 $P'(X_1,Y_1)$ 和 $P''(X_2,Y_2)$ 经过透镜所成的像。 当双棱镜的楔角很小并满足傍轴近似的条件时,出 射光线和入射光线的偏转角在成像视场内近似相 等。P'和P''两点的纵坐标可以表示为





式中 $\alpha = (n-1)\delta$ 为双棱镜产生的光束偏转角, $\delta$ 为 双棱镜的楔角。根据(1)式可推出对应的物方剪切 量为 $\Delta X = |X_1 - X_2| = 2 \tan \alpha Z_M$ 。根据成像关系 得到像方剪切量为 $\Delta x = 2M \tan \alpha Z_M$ ,其中 $M = Z_i/Z_o$ 为成像系统的放大倍率。

#### 2.2 空间载频

如图 2 所示,空间中两点  $P_1$ 和  $P_2$ 的像面分别 由双棱镜的上下两部分成像于 O'和O''。散斑场经过 单缝衍射后由双棱镜形成分波前干涉图样,载频的 产生是两光场干涉的结果,源于接收平面上两散斑 场相位差的线性变化,载频的大小受双棱镜楔角和 成像参数的影响。设接收平面上两散斑场的相位分 别为 $\phi_1 = \phi_s + \phi_{r1}$ 和 $\phi_2 = \phi_s + \phi_{r2}$ ,其中 $\phi_s$ 为由狭缝 出射后随机散斑场的初始相位, $\phi_{r1}$ 和 $\phi_{r2}$ 分别为狭 缝到接收平面产生的球面波相位。可知,两光场的相 位差即为 $\phi_r = \phi_1 - \phi_2 = \phi_{r1} - \phi_{r2}$ 。当狭缝、双棱镜和镜 头距离很近时, $\phi_r$ 可以等效于狭缝平面上两个距离为 d的虚点  $S_1$ 和  $S_2$ 产生的球面波之间的光程差:

$$\phi_{\mathrm{r}}(x,y) \approx \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \frac{(x+d)^2}{Z_{\mathrm{i}}} - \frac{x^2}{Z_{\mathrm{i}}} \right] = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{2xd+d^2}{Z_{\mathrm{i}}} \right).$$
<sup>(2)</sup>

忽略距离 d 的二次方项,则由双棱镜引入的线性相 位差为

$$\phi_{\rm r} = 2\pi (2xd/Z_{\rm i})/\lambda. \tag{3}$$

相位差 f, 随坐标 x 线性变化,即可以得到稳定的 载频。f, 与虚物点的间距 d 成正比并与像距  $Z_i$  成反 比。由(1) 式可以计算虚物点间距  $d = 2 \tan \alpha (Z_o - Z_M)$ ,当成像系统参数确定时可以通过调整 d 来获得 不同的载频。d 的取值与双棱镜的楔角和双棱镜与 狭缝之间的距离有关。值得注意的是,双棱镜与狭 缝之间的距离与成像视场有关,所以其取值应该在 一定的范围内。



#### 2.3 正弦拟合相位求解

像面任意一点 O(x,y)的光强可以表示为  $I(x,y) = I_0(x,y) +$ 

 $I_M(x,y)\cos[\phi_s(x,y) + 2\pi x f_0],$  (4) 式中  $I_0$  和  $I_M$  分别为平均光强和调制光强, $\phi_s$  为散斑 随机相位差, $2\pi f_0$  即为载频。由(4) 式可知,为求出 任意时刻的散斑随机相位差至少需获得三个方程来 求解 $I_0$ 、 $I_M$ 和 $\phi_s$ 。载频 $2\pi f_0$ 是随 x 坐标线性变化的, 如果假设 CCD 传感器上相邻的 3 个像素之间的  $I_0$ 、  $I_M$ 和 $\phi_s$ 是近似相等的,则可以将这 3 个像素的光强 组成方程组求解未知数。(4)式的离散形式可以表 示为

$$I_{k}(x_{n+k}, y) = I_{0}(x_{n+k}, y) + I_{M}(x_{n+k}, y) \cos[\phi_{s}(x_{n+k}, y) + 2\pi f_{0}(n+k)],$$
(5)

式中 n 为列坐标,1 <  $n \leq N-1$ ,N 为像素数, $k \in \{-1,0,1\}$ 。当载频项为  $2\pi/3$  时,利用三步相移公式可以得到

$$\phi_{s} + n\beta = \arctan\left(\sqrt{3} \frac{I_{n-1} - I_{n+1}}{2I_{n} - I_{n} - I_{n+1}}\right) = \arctan\left(\frac{N_{s}}{D_{s}}\right) \mod 2\pi, \quad n = 2, 3, \cdots, N-1,$$
(6)

式中 $N_s = \sqrt{3}(I_{n-1} - I_{n+1}), D_s = 2I_n - I_n - I_{n+1}$ 分 别为相位正切值的正余弦部分, mod 为求余函数。 当物面发生形变前后分别计算相位,得到变形导致 的相位差为

$$\Delta \varphi = \arctan\left(\frac{N_{\rm f} D_{\rm i} - N_{\rm i} D_{\rm f}}{N_{\rm f} N_{\rm i} - D_{\rm i} D_{\rm f}}\right) = \arctan\left(\frac{N}{D}\right) \mod 2\pi,$$
(7)

式中下角标 i 和 f 分别代表变形前后的两个状态。经 过相位解包裹计算后即可得到连续分布的相位图。

#### 3 实 验

产生稳定的载频是利用正弦拟合计算相位差正确计算的关键,采用傅里叶分析方法对载频进行标定,这种方法在傅里叶变换轮廓术中有着广泛的应用<sup>[13-14]</sup>。(4)式的傅里叶变换表示为

$$F(u,v) = F_0(u,v) + C(u+f_0,v) + C^*(u-f_0,v),$$
(8)

式中  $F_0(u,v)$  为  $I_0(x,y)$  的傅里叶变换, 是 0 级频带;  $C(u + f_0, v)$  和  $C^*(u - f_0, v)$  分别为 c(x,y) 和



$$c^{*}(x,y) 的傅里叶变换, 为旁瓣频带。其中
$$\begin{cases} c(x,y) = \frac{I_{M}(x,y)}{2} \exp[i\phi_{s}(x,y)] \\ c^{*}(x,y) = \frac{I_{M}(x,y)}{2} \exp[-i\phi_{s}(x,y)] \end{cases}$$
(9)$$

由(8)式可知,计算出傅里叶谱中的两个旁瓣与 中心频带之间的位移即可得到载频项  $2\pi f_0$ 。傅里 叶变换标定过程中会遇到频谱混叠的问题<sup>[15]</sup>,混叠 效应会制约载频的标定,其产生的原因有两个:零频 带较宽和载频值较小。如图 3 为缝宽为 1 mm 时散 斑强度图的傅里叶谱,图 3(a)为小剪切量时频谱混 叠的结果,图 3(b)为大剪切量时频谱分开的结果。 图 4 为缝宽为 0.6 mm 时的傅里叶谱,图 4(a)为小 剪切量时频谱混叠的结果,图 4(b)为大剪切量时频 谱分开的结果。图 5(a)、(b)分别为图 3(b)和 图 4(b)对应的强度图。可见,当缝宽一定时载频值 小会造成频谱混叠;相同载频值时,零频过宽也会造 成频谱混叠。实验过程中先调整狭缝的宽度确定适 合的频带宽度,然后采用不同楔角的双棱镜并调整 双棱镜和狭缝的距离进行载频的调节,防止频谱混



图 3 载频散斑场傅里叶功率谱。(a) 1 mm 缝宽频谱混叠;(b) 1 mm 缝宽频谱分开

Fig. 3 Fourier spectra of carrier speckle pattern. (a) Aliased frequency band with 1-mm slit; (b) separated frequency band with 1-mm slit

叠。缝宽的选择还应考虑散斑尺寸,缝宽为q时,散 斑统计尺寸 $\sigma = 1.22\lambda Z_i/q$ 。当采用三步相移公式时



散斑需覆盖 3 个像素,设 CCD 的像素宽度为  $d_p$ ,则 缝宽  $q \overline{\omega}$ 小于 0.41 $\lambda Z_i/d_p$ 。



图 4 载频散斑场傅里叶功率谱。(a) 0.6 mm 缝宽频谱混叠;(b) 0.6 mm 缝宽频谱分开

Fig. 4 Fourier spectra of carrier speckle pattern. (a) Aliased frequency band with 0.6-mm slit; (b) separated frequency band with 0.6-mm slit



图 5 载频散斑场强度图。(a) 1 mm 缝宽; (b) 0.6 mm 缝宽

Fig. 5 Speckle pattern with carrier frequency. (a) 1-mm slit; (b) 0.6-mm slit

得到了干涉图的傅里叶频谱图,可以通过载频 项中心定位的方法得到相应的载频值,对二维傅里 叶频谱按列求平均,得到了一维平均分布数组。求 出数组中载频频带的中心位置,则相应的载频为

$$2\pi f_0^s = 2\pi \frac{|d_s - N/2|}{N}, \quad s = \pm 1,$$
 (10)

式中 s 为对应的频带级次, $d_s$  为±1级频带中心对应 像素数,N 为图像的宽度。图 6 为对图 4(b)的傅里 叶频谱图求列平均得到的一维曲线,对其进行正弦 拟合得到±1 级频带的中心分别为  $d_{-1} = 296.5$  和  $d_{+1} = 1088, N = 1384$ ,代入(10)式可计算出载频为 0.57 $\pi$ 。

实际测量过程中剪切量、载频和检测视场这三 个参数是相互影响的。剪切量与载频呈线性变化。 当成像镜头确定时,视场主要受狭缝的宽度与透镜 的距离影响。所以要兼顾三个实验参数的选取。相 位解算的算法可以选择三步或四步相移算法,前提 是载频标定的精度高,如 π/2 或 2π/3。当载频不确 定时,可以选择等步长的 Carre 算法<sup>[16]</sup>。



图 6 一维傅里叶频谱图

Fig. 6 One-dimensional Fourier spectrum

实验采用面阵 1384 pixel×1036 pixel 分辨率, 单位像素尺寸 6.45 μm 的 CCD 传感器。菲涅耳双 棱镜楔角为 4°,成像镜头焦距为 35 mm,成像物距 320 mm。在双棱镜前放置可调狭缝用于控制散斑 尺寸。狭缝宽度为 0.9 mm,被测对象为中心加载 的橡胶板。在橡胶板变形过程中连续采集散斑干涉 图并进行相位解算。相位计算采用正弦拟合法,将



图 7 动态形变相位梯度图 Fig. 7 Dynamic phase slope map of deformation

0912003-4

光强图按3个像素为单元逐行计算,在15 frame/s的 采集速度下得到动态相位梯度分布如图7 所示,采用 最小二乘法解包裹后的连续相位分布如图8 所示。



图 8 解包裹连续相位分布图 Fig. 8 Unwrapped continuous phase map

### 4 结 论

本文研究了基于菲涅耳双棱镜的载频散斑干涉 系统,重点分析了剪切量和载频两个物理参量并讨 论了影响两个参量的实验参数。通过狭缝与双棱镜 的距离和双棱镜的楔角控制载频值的大小,采用傅 里叶分析方法对载频进行标定,通过控制狭缝宽度 可以有效地调整频带宽度,调整双棱镜楔角和成像 参数防止了频谱混叠。采用正弦拟合相位计算方 法,简化了运算过程,满足实时显示的需求。对中心 加载的橡胶板进行变形测量,实验结果证明该系统 结构紧凑,满足动态测量的要求。

#### 参考文献

1 Sun Ping, Fan Xiangju, Wang Xinghai. Three-dimensional electronic speckle pattern interferometry with carrier modulation by using large-shearing block prism [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 0412012.

孙 平,范香菊,王兴海.基于大错位方棱镜的三维载频电子散 斑干涉技术[J].光学学报,2011,31(4):0412012.

- 2 L Yang, F Chen, W Steinchen, et al.. Digital shearography for nondestructive testing: potentials, limitations and applications [J]. J Holography Speckle, 2004, 1(2): 69-79.
- 3 Lu Min, Wang Ming, Hao Hui, *et al.*. Self mixing speckle interference generated in laser diode [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(9): 1230-1236.

陆 敏,王 鸣,郝 辉,等.半导体激光器内自混合散斑干涉 [J].光学学报,2004,24(9):1230-1236.

4 Jia Dagong, Ma Caibin, Wu Liqiang, *et al.*. Denoising of electronic speckle interferogram based on improved spin filtering [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0311001.

贾大功,马彩缤,武立强,等.基于改进旋滤波的电子散斑干涉 图滤波方法 [J].光学学报,2012,32(3):0311001.

5 Zhu Meng, Huang Zhanhua, Wang Xiaojun, *et al.*. Piezoelectric displacement characteristic curve measurement using dynamic speckle correlation [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(4): 844-849.

朱 猛,黄战华,王小军,等.显微动态散斑相关法测量压电陶 瓷位移特征曲线[J].光学 精密工程,2011,19(4):844-849.

- 6 Qian Xiaofan, Rao Fan, Lin Chao. Speckle noise reduction algorithm based on principle of shearing interferometry [J]. Chinese L Lasers, 2011, 38(7): 0708003.
  钱晓凡,饶 帆,林 超. 基于剪切干涉原理的散斑噪声降噪算法[J]. 中国激光, 2011, 38(7): 0708003.
- 7 Changqing Cai, Lingfeng He. Improved Mach-Zehnder interferometer-based shearography [J]. Opt & Lasers in Eng, 2012, 50(12): 1699-1705.
- 8 Basanta Bhaduri, N Krishna Mohan, M P Kothiyal, *et al.*. Use of spatial phase shifting technique in digital speckle pattern interferometry (DSPI) and digital shearography (DS) [J]. Opt Express, 2006, 14(24), 11598-11607.
- 9 Fernando Santos, Mario Vaz, Jaime Monteiro. A new set-up for pulsed digital shearography applied to defect detection in composite structures [J]. Opt & Lasers in Eng, 2004, 42(2): 131-140.
- 10 G Pedrini, Y-L Zou, H J Tiziani. Quantitative evaluation of digital shearing interferogram using the spatial carrier method [J]. Pure Appl Opt, 1996, 5(3): 313-321.
- 11 M Servin, F J Cuevas. A novel technique for spatial phaseshifting interferometry [J]. J Mod Opt, 1995, 42(9): 1853-1862.
- 12 R S Sirohi, J Burke, H Helmers, *et al.*. Spatial phase shifting for pure in-plane displacement and displacement-derivative measurements in electronic speckle pattern interferometry (ESPI) [J]. Appl Opt, 1997, 36(23): 5787-5791.
- 13 D H Lee, I S Kweon. A new stereo camera system by a biprism [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16 (5): 528-541.
- 14 Xianyu Su, Wenjin Chen. Fourier transform profilometry: a review [J]. Opt & Lasers in Eng, 2001, 35(5): 263-284.
- 15 Wenjing Chen, Xianyu Su, Yiping Cao, et al.. Method for eliminating zero spectrum in Fourier transform profilometry [J]. Opt & Lasers in Eng, 2005, 43(11): 1267-1276.
- 16 B Bhaduri, N K Mohan, M P Kothiyal. Digital speckle pattern interferometry using spatial phase shifting: influence of intensity and phase gradients [J]. J Mod Opt, 2008, 55(6): 861-876. 栏目编辑: 何卓铭