

高斯振幅调制下基于稀疏性的鬼成像

陈 洁 薄遵望 韩申生

(中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室, 上海 201800)

摘要 利用数字微镜器件(DMD)的可控性,搭建了一种基于数字微镜器件幅度调制的单臂鬼成像实验平台,利用数字微镜器件调幅预置生成不同均值和标准差的准高斯随机测量矩阵,从实验角度分析了不同均值和标准差的准高斯随机测量矩阵以及目标稀疏度对基于稀疏限制的鬼成像(GISC)图像重建质量的影响。数值模拟和实验结果均表明:随着均值 u 的减小或者标准差 σ 的增大(即准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的调幅大小 $\delta = \sigma/u$ 的增大),基于稀疏限制的鬼成像图像重建质量的失真度正比于准高斯随机测量矩阵的调幅大小 $\delta^{-1/2}$,同时基于稀疏限制的鬼成像的图像重建质量的失真度与目标的稀疏度 β 成线性关系。

关键词 成像系统;关联成像;稀疏性;高斯测量矩阵;数字微镜器件

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201333.0911003

Sparsity-Based Ghost Imaging with Gaussian-Amplitude Modulation

Chen Jie Bo Zunwang Han Shensheng

(Key Laboratory for Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract With the controllability of the digital micromirror device (DMD), a single-arm ghost imaging experiment platform based on the DMD amplitude modulation is built and DMD amplitude modulation is used to generate prebuilt quasi-Gaussian random measurement matrix with different mean values and standard deviations. The influence of the quasi-Gaussian random measurement matrix with different mean values and standard deviations and the image's sparsity on the quality of image reconstruction based on ghost imaging via sparsity constraints (GISC) is experimentally analyzed. Both the numerical simulation and experimental results show that: as the mean value u decreases or the standard deviation σ increases (namely as the size of amplitude modulation $\delta = \sigma/u$ of the quasi-Gaussian random measurement matrix \mathbf{A} increases), the reconstruction fidelity of GISC is proportion to $\delta^{-1/2}$, and at the same time, it is linearly related to the image's sparsity β .

Key words imaging systems; ghost imaging; sparsity; Gaussian measurement matrix; digital micromirror device

OCIS codes 110.1758; 110.3010; 030.6600

1 引 言

强度关联成像,俗称鬼成像(GI),是一种基于光场涨落的量子或经典关联特性而获取目标图像的非局域成像方法。近十多年来其成为量子光学领域的研究热点之一并且得到了广泛的研究^[1-13]。通过对光场的高阶关联算法进行优化处理可以大幅改善和提高目标的图像重建质量,但是因其在图像重

建过程中未利用图像的稀疏先验特性,仍然至少需要 Nyquist 采样率的样本数才能获得高信噪比的目标图像^[14-17]。近几年来,将目标的稀疏先验特性与 GI 结合起来,基于稀疏限制的鬼成像(GISC)技术从理论和实验上均证明在采样数远低于 Nyquist 采样率的情况下仍可以获得高质量的重构待测目标信息,甚至成像分辨率可以突破 GI 系统的衍射极限,

收稿日期: 2013-03-26; 收到修改稿日期: 2013-05-08

基金项目: 国家 863 计划(2011AA120101, 2011AA120102)

作者简介: 陈 洁(1988—),女,硕士研究生,主要从事关联成像方面的研究。E-mail: chenjiecumt@126.com

导师简介: 韩申生(1960—),男,博士,研究员,主要从事新概念 X 光成像技术、量子成像和压缩感知关联成像技术等方面的研究。E-mail: sshan@mail.shnc.ac.cn(通信联系人)

从而引起了光学成像研究者的广泛兴趣^[18-26]。

在 GISC 图像重建框架下,GI 系统中参考臂面阵探测器记录的强度分布用于构建 GISC 的测量矩阵。测量矩阵为 GISC 图像重建的核心部分,其好坏直接影响到 GISC 图像重建质量,设计和优化一种好的测量矩阵在实际应用中具有极其重要的意义。高斯随机测量矩阵作为压缩感知(CS)理论中最常用的测量矩阵,已得到广泛深入的研究^[27-34]。但前述工作均是从理论或数值模拟角度上探究标准的零均值高斯测量矩阵的成像特性,并且尚未给出对应的实验论证。此外,由于光强为非负数,在实际应用过程当中均为均值大于零的准高斯随机测量矩阵情形,因而分析一般均值和标准差形式的高斯随机测量矩阵对成像质量的影响就显得尤为必要。

基于数字微镜器件(DMD)的可控性^[25-26],本文搭建了一个基于 DMD 的单臂 GISC 实验平台,利用 DMD 调幅预置生成不同均值和标准差形式的准高斯随机测量矩阵,分析了高斯随机测量矩阵的均值和标准差、目标稀疏度对 GISC 图像重建质量的

影响。

2 系统实验装置及图像重建

基于 DMD 的单臂 GISC 实验装置如图 1 所示,从卤素灯发出的均匀光场辐照于待测目标上,目标的透射光经 $2f$ $2f$ 成像系统成像于 DMD 面上, DMD 的反射微镜面元对待测目标的透射像进行幅度调制,经 DMD 调制后的反射光通过另一成像系统成像于无空间分辨能力的桶探测器 D_t 上,由该桶探测器记录 DMD 反射后的总光强。其中, l, l_1 和 f, f_1 分别为图中对应透镜(L, L_1)的孔径大小和焦距大小, z_1, z_2 分别表示 DMD 面到透镜 L_1 的距离和透镜 L_1 到桶探测器 D_t 的距离。值得一提的是,图 1 中 DMD 所调制的空间幅度分布是事先预置生成的,光强的幅度调制灰度等级变化范围为 $0 \sim 1023$,通过调制 DMD 的幅度灰度等级和反射微镜面元的反射角可以生成不同均值和标准差形式的准高斯随机强度分布。

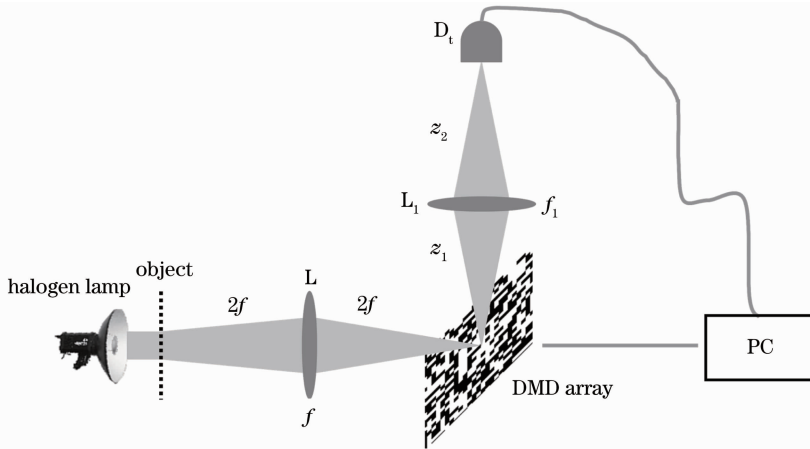


图 1 高斯振幅调制下的基于稀疏性的鬼成像实验光路图

Fig. 1 Schematic of sparsity-based ghost imaging with Gaussian-amplitude modulation

在实际应用过程当中,由于大多数物体在合适的表达基下(或适当的基变换下)均是稀疏的,因而可将物体的稀疏性作为一种先验信息。并且 GISC 已经证明:利用目标在合适表达基下的这种稀疏假设,通过远低于 Nyquist 采样率的随机测量可以平稳地重构待测目标图像信息^[18-23]。在 GISC 框架下,DMD 的每一次随机高斯幅度调制均可以生成一个二维强度分布 $I_s(s, y)$ ($m \times n$),这里用 $I_s(x, y)$ 表示坐标 (x, y) 点上的强度值, (m, n) 则表示该二

维强度分布的维度大小。将 $I_s(x, y)$ 排列为一个行矢量 ($1 \times N, N = m \times n$),经过 M 次随机调制后可产生独立同分布的准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} ($M \times N$) *i. i. d.* $N(u, \sigma^2)$,这里用 u 表示均值, σ 表示标准差,其定义为: $u = \langle I \rangle, \sigma^2 = \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2$, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均。相应地,经过 DMD 的 M 次调制,桶探测器 D_t 便记录了一维信号 B_s ($M \times 1$)。此时,待测目标的透射像便可通过求解以下的凸优化问题而稀疏重构出来^[18-21]:

$$T_{\text{GISC}} = |T'|; \text{ which minimizes } \|\Psi\{|T'(x,y)|^2\}\|_1, \text{ subject to } B_s = \int dx dy I_s(x,y) |T'(x,y)|^2, \\ \forall_s = 1, \dots, M, \quad (1)$$

其中 M 是总的随机测量数, Ψ 是稀疏变换操作算符, $\|V\|$ 表示 V 的 ℓ_1 -范数。

为了定量地评价 GISC 的图像重建质量, 可以通过计算稀疏重建图像 T_{GISC} 与待测目标的参考透射像 T_{ref} (即将图 1 中的 DMD 撤掉, 采用一个空间分辨率与 DMD 相同的 CCD 记录目标的透射像分布) 的均方误差 (MSE) 来衡量, 其定义为

$$x_{\text{MSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [T_{\text{GISC}}(i,j) - T_{\text{ref}}(i,j)]^2, \quad (2)$$

其中 MSE 值越小, 表示 GISC 的图像重建质量越高^[19]。

3 数值模拟和实验验证

在数值模拟和实验中, 图 1 中所示的具体参数设置如下: $f=400$ mm, $l=40$ mm, $z_1=z_2=200$ mm, $f_1=100$ mm, $l_1=25$ mm, DMD 像元尺寸大小为 $13.65 \mu\text{m} \times 13.65 \mu\text{m}$, 这样保证 DMD 面处待测目标的透射像空间分辨率与 DMD 像元尺寸大小相当 (即 DMD 的空间分辨率与 $2f$ - $2f$ 成像系统的衍射极限相当)。这里 GISC 的图像重建采用梯度投影算法 (GPSR)^[35], 因待测目标为透射型, 故采用笛卡

儿基对目标进行稀疏表达。下面将分别讨论不同 (u, σ) 的准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 以及待测目标的稀疏度对 GISC 图像重建结果的影响。该实验选用的 DMD 器件所能调制出的灰度等级变化范围为 $0 \sim 1023$, 均值 u 和标准差 σ 的变化范围则由此灰度等级变化范围决定。此外, 实验中定义 $\delta = \frac{\sigma}{u}$, 以表示准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的调幅大小。

3.1 均值 u 的影响

为了研究高斯随机测量矩阵均值 u 的大小对 GISC 质量的影响, 实验中结合 DMD 所能调制的灰度范围, 将标准差设为固定值 $\sigma=65$, 均值 u 从 923 依次变化到 100。图 2(a) 为原始物体, 图 2(b)~(f) 显示了固定标准差 $\sigma=65$, 准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的调幅大小分别为 $\delta=0.07, 0.09, 0.13, 0.22, 0.65$ 的 GISC 数值模拟 (上行) 和实验 (下行) 结果, 而图 2(g) 给出了与数值模拟和实验相对应的 δ -MSE 曲线关系。从图 2 中可以清晰地看出: 当标准差 σ 固定时, 随着调幅 δ 值增大 (即均值 u 减小), GISC 的图像重建质量将会提高, 对应的 MSE 值将呈现逐渐减低的趋势 ($x_{\text{MSE}} \propto \delta^{-1/2}$)。

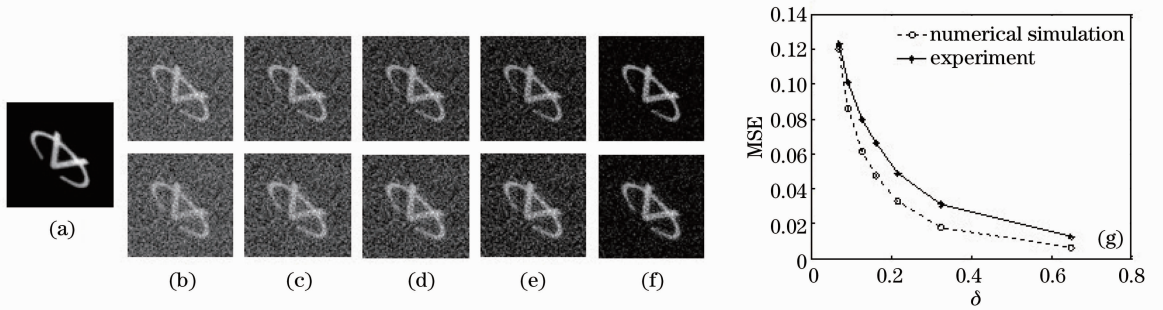


图 2 标准差 $\sigma=65$, 不同均值 (即 δ 值) 大小对 GISC 图像重建质量的影响。测量数 $M=3600$ (56% Nyquist 采样率)

Fig. 2 Influence of different mean values (namely δ) on the quality of GISC with $\sigma=65$ and $M=3600$ (56% Nyquist rate)

3.2 标准差 σ 的影响

为了研究高斯测量矩阵标准差 σ 的大小对 GISC 质量的影响, 此时将均值设为固定值 $u=500$, 标准差 σ 从 16 依次变化到 330。图 3 给出了原始物体 [图 3(a)]、准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的调幅大小分别为 $\delta=0.03, 0.13, 0.26, 0.52, 0.66$ 的 GISC 数值模拟 [图 3(b)~(f) 上行] 和实验 [图 3(b)~(f) 下行] 结果、以及相对应的 δ -MSE 关系 [图 3(g)]。

图 3 中显示的结果表明: 当均值 u 固定时, 通过增加高斯测量矩阵的标准差 σ 以增大 δ 值时, GISC 的图像重建质量将会得到大幅度的提高, 而 δ -MSE 曲线关系仍然显示为 $x_{\text{MSE}} \propto \delta^{-1/2}$ 。

结合图 2 和图 3 中两种情况下的 δ -MSE 曲线关系, 将其连接起来, 如图 4 所示。图 4 所示的 δ -MSE 曲线关系一直趋向于 $\text{MSE} \propto \delta^{-1/2}$, 说明 GISC 的图像重建质量的失真度正比于准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的调幅大小 $\delta^{-1/2}$ 。

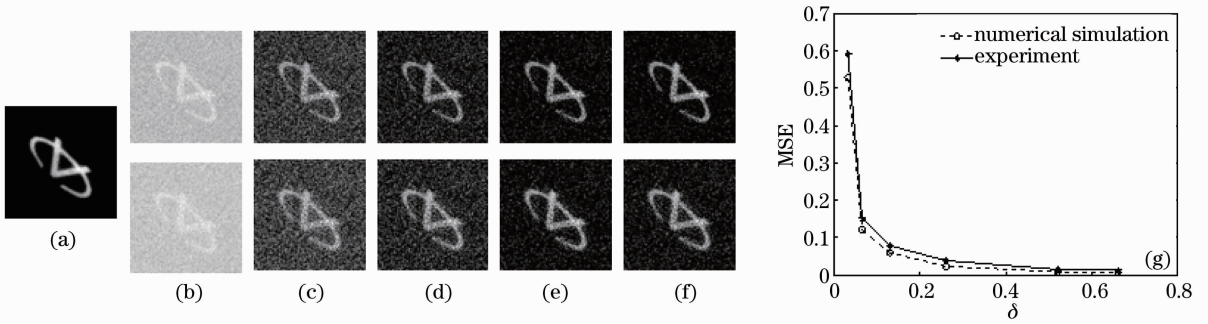


图 3 均值 $u=500$, 不同标准差(即 δ 值)大小对 GISC 图像重建质量的影响。测量数 $M=3600$ (56% Nyquist 采样率)

Fig. 3 Influence of different standard deviations (namely δ) on the quality of GISC with $u=500$ and $M=3600$ (56% Nyquist rate)

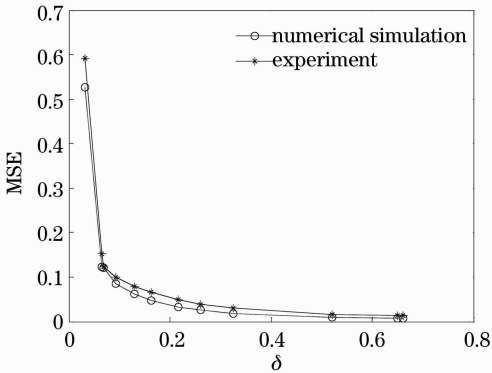


图 4 δ -MSE 关系图

Fig. 4 Relationship between δ and MSE

3.3 目标稀疏度 β 的影响

长度为 N 的待测目标在某一特定表象下展开时, 若能用最大的 K 个展开系数表示待测目标图像

的主要特征信息, 则称该目标图像在此表象下是 K 稀疏的, 且其稀疏度 β 定义为 $\beta = K/N$ 。为了分析同一表象下目标稀疏度对 GISC 图像重建质量的影响, 这里选择笛卡儿表象下具有不同稀疏度 β 值的四组双缝(缝宽为 $90 \mu\text{m}$, 缝间距为 $180 \mu\text{m}$)为待测目标, 准高斯随机测量矩阵的均值和标准差分别设为 $u=100, \sigma=65$ (即 $\delta=0.65$), 测量次数为 $M=2400$ 。图 5(a)~(d)显示了稀疏度 β 分别为 0.03, 0.05, 0.08, 0.11 时对应的原始物体(上行)、GISC 数值模拟(中行)和实验(下行)结果, 而图 5(e)给出了与数值模拟和实验相对应的 β -MSE 曲线关系。图 5 显示的结果表明: 在固定准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的特性条件下, 随着目标稀疏度 β 值的增加, GISC 的重建质量下降, 而 β MSE 体现出 $x_{\text{MSE}} \propto \beta$ 的特征。

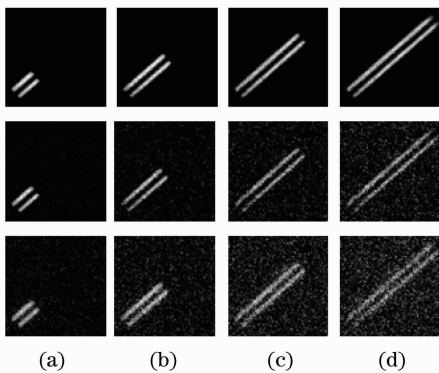


图 5 笛卡儿表象下, 不同目标稀疏度 β 对 GISC 图像重建质量的影响, 测量数 $M=2400$ (38% Nyquist 采样率)

Fig. 5 Influence of different image's sparsities β on the quality of GISC in Cartesian basis with $M=2400$ (38% Nyquist rate)

图 4 之所以显示出 $x_{\text{MSE}} \propto \delta^{-1/2}$, 主要在于改变准高斯随机测量矩阵 \mathbf{A} 的调幅大小 δ 时改变了样本之间的非相干性; 而图 5 显示 $x_{\text{MSE}} \propto \beta$ 的关系, 主要在于进行图像稀疏重建时利用了待测目标的线性稀

疏特性。上述结果也与文献[27]中的(6)式所示的定理相一致, 即 $M \geq C \cdot \mu^2 \cdot \beta \cdot N \cdot \log N$ 。因此, 文中所述的数值模拟和实验结果也直接证明了文献[27]中的(6)式所示的定理对于非零均值的准高斯随机测

量矩阵同样可以适用。

4 结 论

基于所搭建的 DMD 幅度调制单臂 GISC 实验平台,分析了不同均值和标准差形式的准高斯随机测量矩阵、目标稀疏度对 GISC 图像重建质量的影响。数值模拟和实验均表明:GISC 的图像重建质量随着高斯随机测量矩阵的调幅大小增大而提高,同时 GISC 的图像重建质量强烈依赖于待测目标所在表象下的稀疏度。

参 考 文 献

- 1 D V Strekalov, A V Sergienko, D N Klyshko, *et al.*. Observation of two-photon “ghost” interference and diffraction [J]. *Phys Rev Lett*, 1995, 74(18): 3600–3603.
- 2 Jing Cheng, Shensheng Han. Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92(9): 093903.
- 3 M D Angelo, Y H Shih. Quantum imaging [J]. *Laser Phys Lett*, 2005, 2(12): 567–596.
- 4 Dezhong Cao, Jun Xiong, Kaige Wang. Geometrical optics in correlated imaging systems [J]. *Phys Rev A*, 2005, 71(1): 013801.
- 5 D Zhang, Y H Zhai, L A Wu, *et al.*. Correlated two-photon imaging with true thermal light [J]. *Opt Lett*, 2005, 30(18): 2354–2356.
- 6 A Gatti, M Bache, D Magatti, *et al.*. Coherent imaging with pseudo-thermal incoherent light [J]. *J Mod Opt*, 2006, 53(5-6): 739–760.
- 7 F Ferri, D Magatti, A Gatti, *et al.*. High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94(18): 183602.
- 8 Wenlin Gong, Pengli Zhang, Xia Shen, *et al.*. Ghost “pinhole” imaging in Fraunhofer region [J]. *Appl Phys Lett*, 2009, 95(7): 071110.
- 9 Wang Kaige, Cao Dezhong, Xiong Jun. Progress in correlated optics [J]. *Physics*, 2008, 37(4): 223–232.
汪凯戈, 曹德忠, 熊俊. 关联光学新进展[J]. *物理*, 2008, 37(4): 223–232.
- 10 Wenlin Gong, Shensheng Han. Correlated imaging in scattering media [J]. *Opt Lett*, 2011, 36(3): 394–396.
- 11 Zhang Minghui, Wei Qing, Shen Xia, *et al.*. Statistical optics based numerical modeling of ghost imaging and its experimental approval [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(10): 1858–1866.
张明辉, 魏青, 沈夏, 等. 基于统计光学的无透镜鬼成像数值模拟和实验验证[J]. *光学学报*, 2007, 27(10): 1858–1866.
- 12 He Shibei, Shen Xia, Wang Hui, *et al.*. Ghost imaging without beamsplitter in thermal optical field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(11): 3332–3335.
贺拾贝, 沈夏, 王慧, 等. 热光场无分束器非局域成像研究[J]. *光学学报*, 2010, 30(11): 3332–3335.
- 13 J H Shapiro, R W Boyd. The physics of ghost imaging [J]. *Quantum Inf Process*, 2011, 11(4): 949–993.
- 14 Wenlin Gong, Shensheng Han. A method to improve the visibility of ghost images obtained by thermal light [J]. *Phys Lett A*, 2010, 374(8): 1005–1008.
- 15 F Ferri, D Magatti, L A Lugiato, *et al.*. Differential ghost imaging [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104(25): 253603.
- 16 Hu Li, Jianhong Shi, Zhipeng Chen, *et al.*. Detailed quality analysis of ideal high-order thermal ghost imaging [J]. *J Opt Soc Am A*, 2012, 29(11): 2256–2262.
- 17 Mingfei Li, Yuran Zhang, Kaihong Luo, *et al.*. Time-correspondence differential ghost imaging [J]. *Phys Rev A*, 2013, 87(3): 033813.
- 18 O Katz, Y Bromberg, Y Silberberg. Compressive ghost imaging [J]. *Appl Phys Lett*, 2009, 95(13): 131110.
- 19 Jin Du, Wenlin Gong, Shensheng Han. The influence of sparsity property of images on ghost imaging with thermal light [J]. *Opt Lett*, 2012, 37(6): 1067–1069.
- 20 Wenlin Gong, Shensheng Han. Super-Resolution Far-Field Ghost Imaging via Compressive Sampling [OL]. arXiv: 0911.4750v3 [quant-ph], <http://arxiv.org/abs/0911.4750>, 2009.
- 21 Wenlin Gong, Shensheng Han. Experimental investigation of the quality of lensless super-resolution ghost imaging via sparsity constraints [J]. *Phys Lett A*, 2012, 376(17): 1519–1522.
- 22 Hui Wang, Shensheng Han. Fourier-Transform Ghost Imaging Based on Compressive Sampling Algorithm [OL]. arXiv: 1003.6057[physics.optics], <http://arxiv.org/abs/1003.6057>, 2010.
- 23 Wenlin Gong, Shensheng Han. Multiple-input ghost imaging via sparsity constraints [J]. *J Opt Soc Am A*, 2012, 29(8): 1571–1579.
- 24 Chenqiang Zhao, Wenlin Gong, Mingliang Chen, *et al.*. Ghost imaging lidar via sparsity constraints [J]. *Appl Phys Lett*, 2012, 101(14): 141123.
- 25 M F Duarte, M A Davenport, D Takhar, *et al.*. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 83–91.
- 26 Lu Minghai, Shen Xia, Han Shensheng. Ghost imaging via compressive sampling based on digital micromirror device [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(7): 0711002.
陆明海, 沈夏, 韩申生. 基于数字微镜器件的压缩感知关联成像研究 [J]. *光学学报*, 2011, 31(7): 0711002.
- 27 E Candes, M Wakin. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21–30.
- 28 D L Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- 29 E Candes, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Trans Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- 30 E Candes, J Romberg, T Tao. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Comm Pure Appl Math*, 2006, 59(8): 1207–1223.
- 31 E Candes, T Tao. Near optimal signal recovery from random projections; universal encoding strategies? [J]. *IEEE Trans Information Theory*, 2006, 52(12): 5406–5425.
- 32 R Baraniuk, M Davenport, R DeVore, *et al.*. A simple proof of the restricted isometry property for random matrices [J]. *Constr Approx*, 2008, 28(3): 253–263.
- 33 Y Tsaig, D Donoho. Extensions of compressed sensing [J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 549–571.
- 34 P Wojtaszczyk. Stability and instance optimality for Gaussian measurement in compressed sensing [J]. *Found Comput Math*, 2010, 10(1): 1–13.
- 35 M A T Figueiredo, R D Nowak, S J Wright. Gradient projection for sparse reconstruction; application to compressed sensing and other inverse problems [J]. *IEEE J Sel Top Sig Proc*, 2007, 1(4): 586–597.