

# 基于模糊熵迭代的三维点云精简算法

陈璋雯 达飞鹏

(东南大学自动化学院, 江苏 南京 210096)

**摘要** 提出了一种基于模糊熵迭代的点云精简算法, 在提高算法运行效率的同时, 获得的精简点云模型具有更好的细节特征。对所有点云数据进行快速 X-Y 边界提取以保留点云边界特征; 计算所有数据点的曲率, 将除边界外的数据点按照曲率分组并计算每组数据点个数和曲率平均值; 利用数据点的曲率构造点云模型的模糊集, 计算最小模糊熵, 从而得到最佳曲率划分阈值; 对曲率小于阈值的数据点按迭代次数不同进行相应比例稀释, 对曲率大于阈值的数据点在满足剩余点个数要求的条件下进行迭代计算模糊熵操作, 不满足个数要求时数据点全数保留。实验证明该算法既能够保留点云的细节特征以逼近点云原型, 又具有良好的运算效率。

**关键词** 机器视觉; 三维点云精简; 边界保留; 模糊集; 模糊熵迭代

**中图分类号** TP391.7 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0815001

## 3D Point Cloud Simplification Algorithm Based on Fuzzy Entropy Iteration

Chen Zhangwen Da Feipeng

(School of Automation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract** A novel algorithm based on fuzzy entropy iteration is proposed to simplify point cloud data. Better detail features of the streamlined point cloud model are retained while the algorithm's operating efficiency is improved. To retain the boundary characteristics, X-Y boundary of all point cloud data is extracted quickly. Curvature of each data point is calculated. Data points except boundary points are grouped according to the curvatures. Then the number of data points and the average of the curvatures in each group are computed. Fuzzy sets of point cloud model are constructed according to the curvatures. Then the minimum fuzzy entropy is calculated to obtain the curvature threshold, so that the data points can be divided best. The data points are diluted when their curvatures are less than the threshold. The dilution ratio depends on the iteration number. When satisfying the requirements of number, the data points are processed when their curvatures are bigger than the threshold. In this iteration process, new minimum fuzzy entropy and new curvature threshold are obtained. If not satisfying the requirements of number, the data points whose curvatures are bigger than the threshold are retained. The experimental results show that the proposed algorithm approximates the point cloud model and has a satisfactory computing efficiency.

**Key words** machine vision; 3D point cloud simplification; boundary retention; fuzzy sets; fuzzy entropy iteration

**OCIS codes** 100.6890; 120.6650; 150.6910; 150.1135; 330.7326

## 1 引 言

逆向工程是一种产品设计技术再现过程, 通过三维测量技术获取原实物模型的数据信息, 对其进行分析后, 可用于工业生产或进一步进行数学分析。

随着经济水平的提高, 3D 机器视觉开始进入人们的视野, 研究逆向工程中的关键技术并开发可视化的三维测量系统成为研究热点。现今流行的三维光学扫描技术可快速获取复杂曲面的几何数据, 但所获

**收稿日期**: 2013-03-12; **收到修改稿日期**: 2013-04-07

**基金项目**: 国家自然科学基金(61107001, 51175081)

**作者简介**: 陈璋雯(1989—), 女, 硕士研究生, 主要从事机器视觉及图像处理等方面的研究。

E-mail: czw890118@163.com

**导师简介**: 达飞鹏(1968—), 男, 博士, 教授, 主要从事机器视觉、三维测量和三维人脸识别等方面的研究。

E-mail: dafp@seu.edu.cn(通信联系人)

取的点云数据量相当庞大,存储、重构和显示都将消耗大量的时间和计算机资源,降低了三维重建的效率,因而在保持精度的前提下对点云进行简化是一项十分重要且具有实际意义的工作。

目前,点云精简受到了国内外很多研究人员的重视,提出了多种专业算法。Chen等<sup>[1]</sup>提出了基于三角网格的简化算法,先将扫描得到的全部点云数据输入,直接进行三角化,再根据向量加权算法对已生成的三角网格进行删除。Weir等<sup>[2]</sup>利用体包围盒法来简化点云,这种方法首先建立所有点云数据的最小包围盒,然后将包围盒分解成若干个大小均匀的小包围盒,在每个包围盒中选取最靠近包围盒中心的点来代表该包围盒中的所有点,该方法无法保证所构建的模型逼近原始点云模型。Shi等<sup>[3]</sup>提出了采用K均值聚类的自适应点云简化算法,该算法能够保持原始模型边界的完整性且点云分布较为合理,但是对噪声敏感。王仁芳等<sup>[4]</sup>提出了基于几何图像的精简算法,先根据转换关系将每个采样点的笛卡尔坐标转换为球面极坐标,然后对球面极坐标进行量化,并重新采样对应到灰度图像中,为了更好地实现空间坐标分割,一般还需要进行迭代,该算法只需进行简单投影操作,速度较快,但是容易丢失模型的空间几何特征。Lee等<sup>[5]</sup>提出非均匀网格精简方法,周波等<sup>[6]</sup>研究了基于八叉树的非均匀网格法,但是网格的精简算法对边缘以及细节特征保留不完整。Wang等<sup>[7]</sup>结合特征参数和均匀球面采样来进行点云精简,该算法在大量减少数据点的同时保留尖锐的数据点,但大量精简可能导致精简后点云模型出现孔洞。Lee等<sup>[8]</sup>提出了离散形态算子用于特征提取,该算法能良好地保留模型物理特征,但容易受噪声影响。

作为3D机器视觉中的重要环节,三维点云精简在过去的几十年内发展迅速,其主流算法包括聚类分析,利用三角面简化,网格方法等几大类,但这些方法对点云的细节特征保留得不够完整,因此无法良好地逼近点云原型。为解决这些问题,本文提出了基于模糊熵迭代的点云精简算法。首先根据数据点的坐标直接提取点云X-Y边界,然后估计所有数据点的曲率。对于边界以外的数据点按照曲率值进行分组,并计算各组中数据点的个数,然后计算数据点的最小模糊熵,从而得到简化阈值。曲率大于阈值的数据点在满足剩余点个数要求的条件下,进行迭代计算最小模糊熵操作,曲率小于阈值的数据点按比例稀释。迭代操作进行至剩余数据点个数小

于数据点总数的1%时终止。实验表明本文算法能良好地保留点云的细节特征以逼近点云原型,同时,精简后的点云相比其他算法分布更加均匀,这将更有助于后期的纹理映射,从而真正实现三维重构。本文算法简单,计算量小,相较而言计算效率得到大大的提高,为三维重构的快速实现提供了良好的基础。

## 2 点云简化算法

### 2.1 点云模型边界的初提取

点云精简的过程中外边界点很容易丢失,而外边界直接描述了模型的形状特性,丢失会导致精简后模型边界不完整,从而导致后期纹理映射出现偏差。为避免该问题,本文首先通过简单的预处理快速提取点云数据的外边界。三维点云包含空间X、Y、Z三个方向的信息,但是由于人们习惯的拍摄手法,X、Y二维往往携带更多的细节信息,因此为了在保留点云边界的同时不影响算法的效率,仅获取X-Y两个方向的边界,而在2.2节中算法以曲率为向导,Z轴信息并不会丢失。实际操作中可根据点云模型各轴携带空间信息的不同,选择不同的坐标轴进行边界提取。

通过以上分析,首先考虑保留点云模型X、Y两个方向的外围边界,具体步骤如下:

1) 利用快速排序法将所有点云数据按X坐标升序排列,将升序排列后的点云按顺序分组,每组个数为阈值 $T_h$ ( $T_h$ 可根据不同情况下点云的不同密集程度选取相应的值,本文选取 $T_h=64$ );

2) 获取每组中Y坐标最大和最小的数据点,并保留这两点;

3) 利用快速排序法将所有点云数据按Y坐标升序排列,将升序排列后的点云按顺序分组,每组个数均为 $T_h$ ;

4) 获取每组中X坐标最大和最小的数据点,并保留这两点。

点云模型边界初提取的实验效果如图1所示。图1(a)为在对摄像机准确标定<sup>[9-10]</sup>的基础上采用光栅投影三维测量方法<sup>[11-13]</sup>所获得的点云数据,点云数据包含整个物体的1/3。图1(b)~(d)分别为从不同角度观察到的图1(a)中模型的边界;图1(e)为三维重构中常用的猫模型,图1(f)~(h)分别为从不同角度观察到的图1(e)中模型的边界。实验表明经过该步骤后点云边界得以完好保留,极小部分边界点会略有遗漏。该步骤算法简单,不影响总体的运行效率。

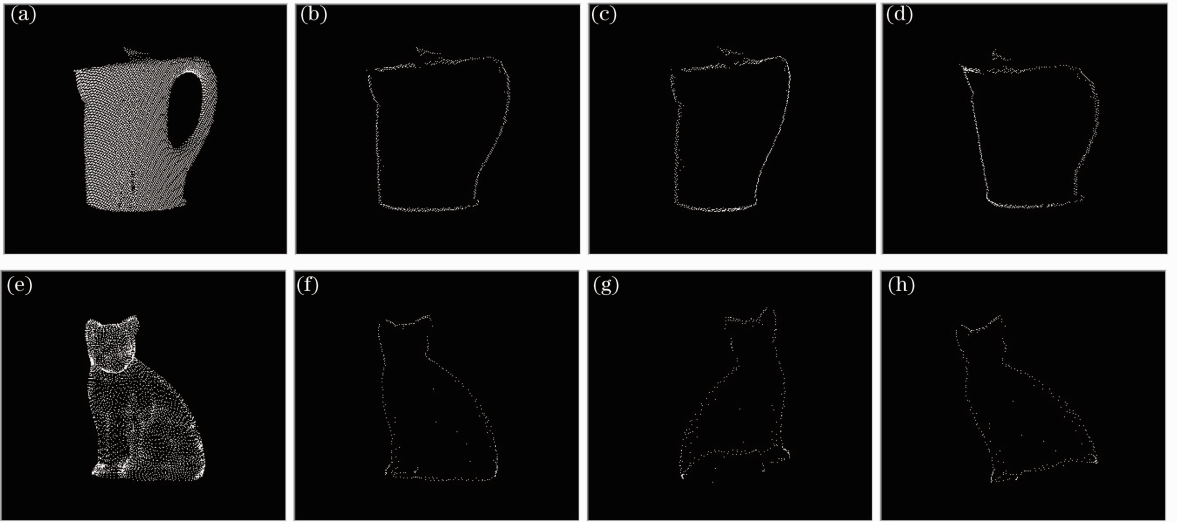


图1 保留 X-Y 边界。(a)水壶模型；(b)~(d)分别为从不同角度观察(a)中模型的边界；(e)猫模型；(f)~(h)分别为从不同角度观察(e)中模型的边界

Fig.1 X-Y boundary retained. (a) Kettle model; (b)~(d) different views of Kettle model's boundary; (e) cat model; (f)~(h) different views of cat model's boundary

## 2.2 模糊熵迭代

为了尽可能精简数据,且不失点云的细节信息,同时具有良好的视觉效果,需要对具有不同特征的数据点进行取舍。首先需要估计所有数据点的曲率,数据点的曲率及邻域数据的空间结构特性如图 2

所示,局部区域上的数据点的曲率较大,则邻域内的其他数据点到切平面的距离较远;相反,局部区域上的数据点的曲率较小,则邻域内的其他数据点到切平面的距离较近。

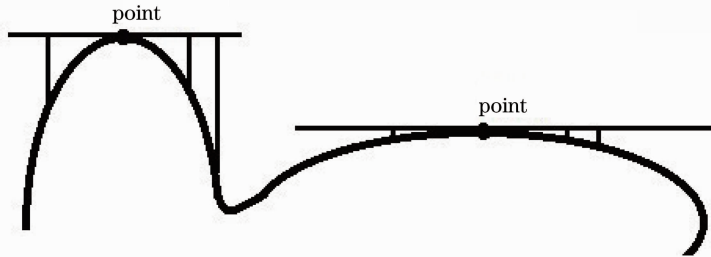


图2 数据点的曲率及邻域数据的空间结构特性

Fig.2 Curvatures of the data points and spatial structure characteristics of neighborhood of the data points

对于曲率较大的数据点需要尽量保留以维护精简后点云模型的细节特征,对于曲率较小的数据点需要适当保留,精简数据的同时维护精简后点云模型的视觉效果。本文将模糊熵引入点云精简算法之中,模糊熵<sup>[14]</sup>描述了一个模糊集的模糊性程度,一个模糊集合越模糊,它的模糊熵就越大,反之,模糊熵就越小。在数据点曲率特征表达上,模糊集合理论可用于将某一数据点曲率表征为对某类特征的隶属程度。本文首先将除边界外的数据点按照曲率分组并计算每组数据点个数和曲率平均值;再利用各组数据点的平均曲率构造点云模型的模糊集,计算最小模糊熵,从而得到最佳曲率划分阈值,将曲率小于阈值的点作为小曲率数据点进行精简,曲率大于

阈值的数据点作为大曲率数据点;最后再进行迭代计算至剩余数据点数目较小,从而达到对不同大小曲率进行不同程度精简的目的。

利用模糊集理论研究点云精简算法的首要问题是将点云以模糊集的形式表示出来。设  $C = [C_{ur}(x, y, z)]$  表示一个除去边界以外的三维点云模型,  $G = \{\bar{C}_{ur, \min}, \dots, \bar{C}_{ur, \max}\}$  表示除去边界以外的数据点分组后每组平均曲率的集合,  $\bar{C}_{ur, \min}$  表示最小曲率分组的曲率平均值,  $\bar{C}_{ur, \max}$  表示最大曲率分组的曲率平均值,  $C_{ur}(x, y, z) \in G$  是坐标  $(x, y, z)$  处数据点的曲率,  $\mu_C[C_{ur}(x, y, z)]$  表示  $(x, y, z)$  处数据点在三维点云模型  $C$  中具有某种特性的隶属度函数。采用模糊集合表示方法,三维点云模型  $C$  可以

表示为  $C = \{C_{ur}(x, y, z), \mu_C[C_{ur}(x, y, z)]\}$ , 其中  $0 \leq \mu_C[C_{ur}(x, y, z)] \leq 1$ 。

本文采用 *Cauchy* 型模糊集, 设  $t$  为曲率分组的阈值, 令  $t$  为曲率最大值与最小值之差的 1%,  $h(g)$  表示分组  $g \in G$  出现的频数,  $\mu_0, \mu_1$  分别为目标和背景的平均值, 即

$$\mu_0 = \frac{\sum_{g=C_{ur, \min}}^t g * h(g)}{\sum_{g=C_{ur, \min}}^t h(g)}, \quad (1)$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{g=t+1}^{\bar{C}_{ur, \max}} g * h(g)}{\sum_{g=t+1}^{\bar{C}_{ur, \max}} h(g)}. \quad (2)$$

*Cauchy* 隶属函数为

$$A[C_{ur}(x, y, z); t, \mu_0, \mu_1] = \begin{cases} \frac{1}{1 + |C_{ur}(x, y, z) - \mu_0|/c}, & C_{ur}(x, y, z) < t \\ \frac{1}{1 + |C_{ur}(x, y, z) - \mu_1|/c}, & C_{ur}(x, y, z) > t \end{cases}. \quad (3)$$

其中  $c$  为常数, 以确保  $0.5 < A[C_{ur}(x, y, z); t, \mu_0, \mu_1] < 1$ 。从 *Cauchy* 隶属函数的定义可知,  $A[C_{ur}(x, y, z); t, \mu_0, \mu_1]$  值越大,  $(x, y, z)$  处曲率对所属区域的隶属程度越大, 越有利于分割。而由模糊熵的定义可知,  $A[C_{ur}(x, y, z); t, \mu_0, \mu_1]$  值越大, 模糊熵越小, 因此本文采用最小模糊熵作为曲率分组的阈值。

对于给定的三维点云模型  $C$ , 文献[15]中 Deluca 和 Termini 所提出的对数型模糊熵可表示为

$$e(C) = \frac{1}{n \ln 2} \sum_{g \in G} S[\mu_C(g)] h(g), \quad (4)$$

式中  $S[\mu_C(g)] = -\mu_C(g) \ln[\mu_C(g)] - [1 - \mu_C(g)] \ln[1 - \mu_C(g)]$ ,  $n$  为点云数据的总个数,  $\mu_C(g)$  表示采用 *Cauchy* 隶属函数得到的隶属度函

数值。由此可以得到, 曲率分组的最佳阈值  $T$  为取最小模糊熵时所对应分组的平均曲率。

### 2.3 算法流程

基于模糊熵迭代的点云精简算法流程如图 3 所示, 包括

- 1) 点云模型边界的初提取;
- 2) 计算所有数据点的曲率;
- 3) 获取除边界以外的其他数据点以及数据点对应的曲率, 模糊熵迭代计算的次数  $i=0$ ;
- 4) 获得曲率最大值、最小值以及最大最小值的差值, 以差值的 1% 为每组曲率间隔, 从曲率最小值为起始至曲率最大值为终止将曲率分组, 计算每个分组中有多少个数据点以及每组的曲率平均值, 迭

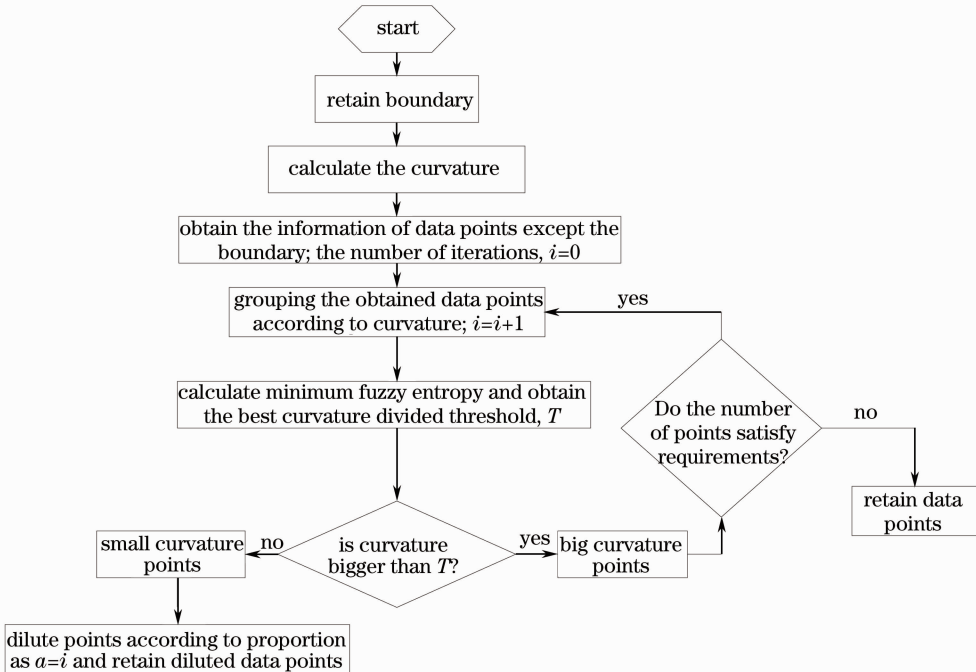


图 3 算法流程图

Fig. 3 Algorithm flowchart

代次数  $i=i+1$ ;

5) 将每个组别看做一个整体,计算每组数据的模糊熵,取最小的模糊熵,其相应组别的平均曲率值即为本文所需的最佳阈值  $T$ ,大于  $T$  的数据点是大曲率点,小于  $T$  的数据点是小曲率点;

6) 小曲率点按一定比例稀释,该比例一般是取所有点云数据的  $a\%$ ,取  $a=i$ ;

7) 大曲率点作为新的曲率组,如果剩余的大曲率点的个数小于  $T_{cur}$ ,则剩余的大曲率点都保存,本算法结束( $T_{cur}$ 一般取数据点总数的  $1\%$  以确保曲率最大的那一部分数据点都能保存)。如果大曲率点的个数大于  $T_{cur}$ ,则转至步骤 4) 继续执行。

### 3 实验分析

为了证明该方法的有效性,本节利用斯坦福大学提供的 Bunny 模型和三维重构中常用的猫模型分别进行实验分析,同时利用本实验室采用光栅投影三维测量所获得的点云数据实现三维重构。

经过大量的实验发现本文的保留边界算法存在遗漏边界点的可能性。点云模型边界初提取过程中, $T_b$  取值较大则每组包含的数据点纵向或横向范

围比较广而可能包含多处边界,但本算法每组只取 2 个数据点从而导致部分边界点丢失,取值较小则获得的边界包含较多的冗余点,本文选取经验值  $T_b=64$ ,但仍有可能造成边界点遗漏。如图 4(b) 所示,Bunny 模型的耳朵以及脊背处的边界点有小部分缺失,经过 2.2 节中的模糊熵迭代过程以后,遗漏的边界得以填补,从图 4(c) 中的最终精简点云中可以清晰地发现原本遗漏的部分已经得到填补,且 Bunny 模型大腿等处的细节特征保留完好。

考虑到本文目的是获得简化后均匀分布的点云从而为纹理映射服务,因此本文与同样能够获得均匀简化点云的文献[1]中的方法进行比较,实验结果如图 5 所示,图 5(a) 为猫原始模型的各个姿态,图 5(b) 为利用本文方法简化后猫模型的各个姿态,图 5(c) 为利用文献[1]中方法简化后猫模型的各个姿态。相比之下明显能够发现,第三行的图片存在明显的孔洞,而本文算法的结果中点云覆盖完整且分布均匀。文献[1]中的方法需要构建三角网格,根据三角网格进行删除,再还原到点云数据,耗费较多的时间,本文算法的运算效率明显优于该方法,两种方法的具体简化结果如表 1 所示。

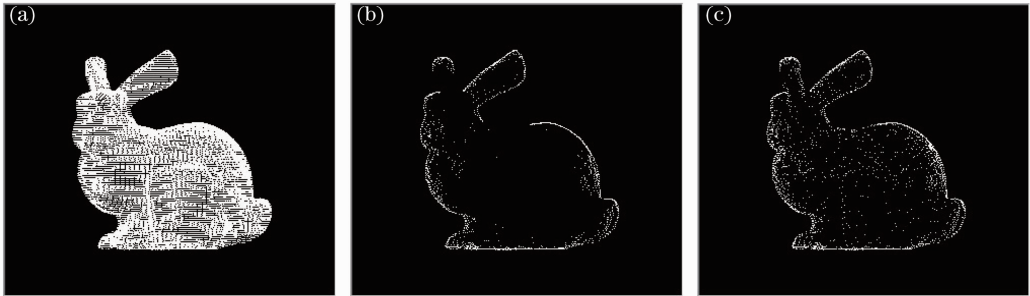


图 4 Bunny 模型。(a)原始 Bunny 模型;(b)保留边界后 Bunny 模型;(c)本文算法最终简化得到的 Bunny 模型

Fig. 4 Bunny model. (a) Original Bunny model; (b) Bunny model after boundary retained; (c) Bunny model simplified by this algorithm

表 1 猫模型实验结果

Table 1 Experimental results of cat model

Method	Original number of data points	Number of simplified data points			Simplified rate /%	Time /s
		Boundary	Other	Total		
Proposed method	4539	454	478	932	20.5	0.7
Triangular grid-based method	4539			982	20.9	3.8

本文方法重点保留曲率较大的数据点,按比例稀释曲率较小的数据点,从而获得具有完整边界且数据点均匀分布的精简模型。这样的模型更加有利于后续进行纹理映射,实现三维重构。图 6 为本实验室采用光栅投影三维测量所获得的水壶模型点云数据,图 6(a)是原始模型,图 6(b)是本文方法简化

后的模型,图 6(c),(d)是利用纹理映射技术恢复的简化后水壶模型的各个姿态。图 7 展示了恢复的简化后水壶模型的细节特征,数字字母均清晰。实验效果表明重构出来的三维模型几乎与原始模型一致,细节特征明显,证明了本文算法是有效的。水壶模型包含 9898 个数据点,点云精简耗时 1.5 s,精简

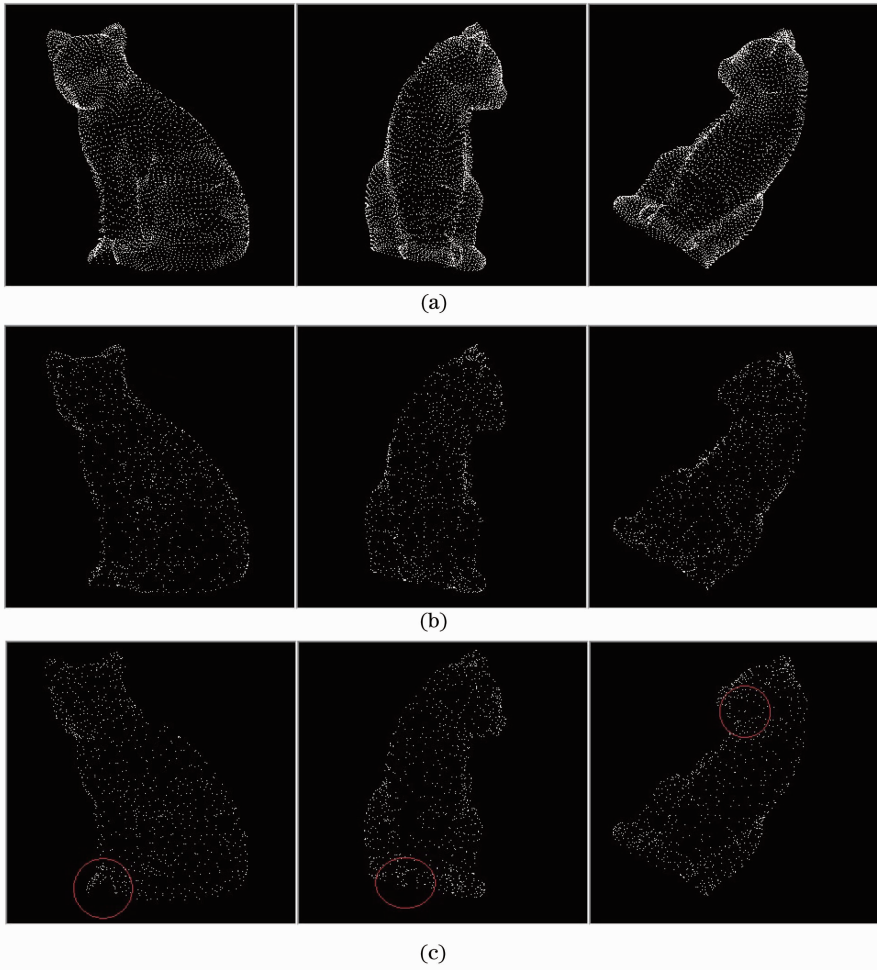


图 5 猫模型。(a)猫原始模型各个姿态；(b)利用本文方法简化后猫模型各个姿态；  
(c)利用文献[1]中方法简化后猫模型各个姿态

Fig. 5 Cat model. (a) Different gestures of original cat model; (b) different gestures of cat model simplified by proposed method; (c) different gestures of cat model simplified by the method of Ref. [1]

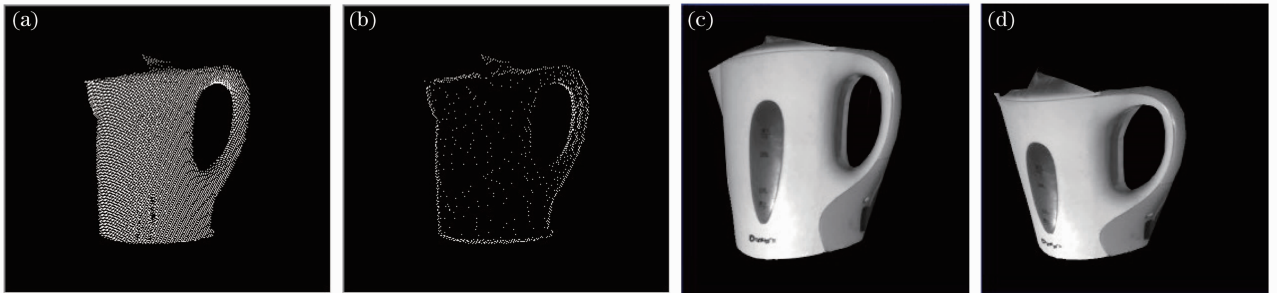


图 6 水壶模型。(a)原始模型；(b)本文方法简化后模型；(c),(d)利用纹理映射技术恢复的简化后水壶模型各个姿态  
Fig. 6 Kettle model. (a) Original model; (b) kettle model simplified by proposed method; (c), (d) views of the simplified kettle model after using texture mapping

后的水壶模型包含 1476 个数据点。

## 4 结 论

本文提出了一种基于模糊熵迭代的点云精简算

法,既能够保留点云的细节特征使其逼近点云模型,又具有良好的运算效率。该方法首先利用快速排序算法将点云数据分别按 X、Y 坐标升序排列,按顺序分组取每组最大和最小的 Y、X 值,得到点云的 X-Y 边界;然后计算所有数据点的曲率,对除边界以外的

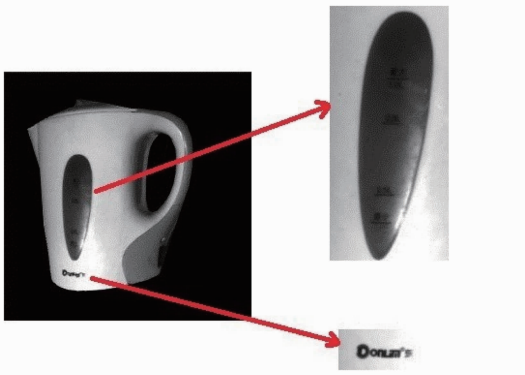


图7 简化后的水壶模型细节特征

Fig.7 Detail features of the simplified kettle model

数据点进行分组并计算每个小组的数据点个数和曲率平均值；再将每个组别看作一个整体计算每组数据的模糊熵，最小模糊熵对应组别的平均曲率即为最佳阈值；最后对大曲率点进行简化操作，若满足个数要求，则大曲率点重新分组后再进行计算模糊熵的迭代操作；若不满足个数要求，则剩余的大曲率点全数保留。该算法的优点在于细节特征能够得到完整保留，得到的点云均匀，相比传统方法而言更有助于纹理映射；同时，在快速性上也优于传统方法。在后续的研究中，小曲率点如何稀释以及这一问题对点云精简结果的影响还有待进一步的探索。

### 参 考 文 献

- 1 Y H Chen, C T Ng, Y Z Wang. Data reduction in integrated reverse engineering and rapid prototyping [J]. International Journal of Computer Integrated Manufacturing, 1999, 12(2): 97-103.
- 2 D J Weir, M J Milroy, C Bradley, *et al.*. Reverse engineering physical models employing wrap-around B-spline surfaces and quadrics [C]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 1996, 210(2): 147-157.
- 3 B Q Shi, J Liang, Q Liu. Adaptive simplification of point cloud using k-means clustering [J]. Computer-Aided Design, 2011, 43(8): 910-922.

- 4 Wang Renfang, Zhang Sanyuan, Ye Xiuzi. Simplification of point-sampled model based on geometry images [J]. J Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2007, 19(8): 1022-1027. 王仁芳, 张三元, 叶修梓. 点模型的几何图像简化法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(8): 1022-1027.
- 5 K H Lee, H Woo, T Suk. Data reduction methods for reverse engineering [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2001(17): 735-743.
- 6 Zhou Bo, Chen Yingang, Gu Zeyuan. Data point reduction on octree cube algorithm [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2008, 3: 64-67. 周波, 陈银刚, 顾泽元. 基于八叉树网格的点云数据精简方法研究[J]. 现代制造工程, 2008, 3: 64-67.
- 7 L H Wang, J Chen, B Z Yuan. Simplified representation for 3D point cloud data [C]. Signal Processing (ICSP), 2010 IEEE 10th International Conference, 2010. 1271-1274.
- 8 P F Lee, C P Huang. The DSO feature based point cloud simplification [C]. Eighth International Conference Computer Graphics, Imaging and Visualization, 2011. 1-6.
- 9 Guo Tao, Da Feipeng, Fang Xu. Camera calibration under small field of view [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(8): 0808001. 郭涛, 达飞鹏, 方旭. 小视场环境下的摄像机标定[J]. 中国激光, 2012, 39(8): 0808001.
- 10 Wang Tao, Sun Changku, Shi Yongqiang, *et al.*. Novel grating projection system based on assistant line and its calibration method [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(1): 0115002. 王涛, 孙长库, 石永强, 等. 基于辅助参考线的光栅投影轮廓测量系统及标定方法[J]. 光学学报, 2011, 31(1): 0115002.
- 11 Dong Fuqiang, Da Feipeng, Huang Hao. Windowed Fourier transform profilometry based on advanced S-transform [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0512008. 董富强, 达飞鹏, 黄昊. 基于S变换的改进窗口傅里叶三维测量法[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0512008.
- 12 Zhong Min, Chen Wenjing, Jiang Mohua. Elimination of nonlinear error in deformed fringe pattern S-transform profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112003. 钟敏, 陈文静, 蒋模华. S变换轮廓术中消除条纹非线性影响的方法[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1112003.
- 13 Wang Chenxing, Da Feipeng. Adaptive phase extraction method based on Hilbert-Huang transform [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(11): 1112006. 王辰星, 达飞鹏. 基于希尔伯特-黄变换的自适应相位提取法[J]. 光学学报, 2012, 32(11): 1112006.
- 14 L A Zadeh. Probability measures of fuzzy events [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1968, 23(2): 421-427.
- 15 A Deluca, S Termini. A definition of a nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory [J]. Information and Control, 1972, 20(4): 301-312.

栏目编辑：李文誌