

近似三角波莫尔条纹光电信号的细分误差修正

冯英翘^{1,2} 万秋华¹ 孙莹¹ 杨守旺¹ 赵长海¹

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)
² 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要 为提高小型光电编码器精度,研究了一种精码莫尔条纹光电信号细分误差修正方法。建立单路信号波形参数方程,对采样信号进行傅里叶变换求出波形参数,利用多倍角公式将信号波形中的高次谐波分量变换为高阶分量,通过牛顿迭代法将莫尔条纹光电信号修正至标准正弦信号;建立正弦、余弦两路信号的相位误差修正模型,利用最小二乘拟合法求解出相位误差修正参数,实现对莫尔条纹光电信号正交性误差的修正。采用该方法对某 16 位小型光电编码器细分误差进行修正处理,经测试细分误差峰峰值由修正前的 162.5"减小到修正后的 47.5"。实验结果表明,研究的误差修正方法可以有效地减小细分误差,提高精度,对于研制小型化、高精度光电编码器具有重要意义。

关键词 信号处理;光电编码器;精度;修正;莫尔条纹;细分误差

中图分类号 TP212 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0812001

Interpolation Error Correction of Moiré Fringe Photoelectric Signals in the Approximate Form of Triangle Wave

Feng Yingqiao^{1,2} Wan Qiuhua¹ Sun Ying¹ Yang Shouwang¹ Zhao Changhai¹

(¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract To improve the precision of small photoelectric encoders, a lot of research is conducted on the interpolation error correction method of moiré fringe photoelectric signals. A parameter equation of single channel signal waveform is built firstly, and then Fourier transform is performed on sampled signals to get the waveform parameters. The high spatial harmonics in the signal waveform are transformed into higher order components using the multiple angle formula, and photoelectric signals are corrected to standard sine and cosine ones using the Newton iteration method. After that, a phase error correction model of the sine and cosine signals is built, phase error correction parameters are then solved using the least squares fitting method, and finally the phase error correction of the photoelectric signals are realized. The interpolation error correction of a 16-bit small photoelectrical encoder is carried out. The result demonstrates that, it can effectively reduce interpolation error and improve the precision, which is important in the development of small and high-precision photoelectrical encoders.

Key words signal processing; photoelectric encoder; precision; correction; moiré fringe; interpolation error

OCIS codes 120.3930; 120.5050; 120.4120; 050.2770; 050.1950

1 引言

光电轴角编码器是集光、机、电于一体的角位移

传感器,是数字化角度测量的重要工具。因其智能化、使用可靠、无接触测量和易于维护等优点,被广

收稿日期: 2013-01-05; 收到修改稿日期: 2013-02-26

基金项目: 中国科学院知识创新领域前沿项目资助课题。

作者简介: 冯英翘(1986—),女,博士研究生,主要从事光电位移精密测量技术方面的研究。

E-mail: fengyingqiao_6562@163.com

导师简介: 万秋华(1962—),女,博士,研究员,主要从事光电位移精密测量技术及编码器等方面的研究。

E-mail: wanqh@ciomp.ac.cn(通信联系人)

泛地应用于国防、工业等领域的精密测量和实时控制系统中^[1-4]。无论是绝对式还是增量式光电编码器,减小体积、减轻重量、提高分辨力、提高精度是目前国内外研究的热点。受码盘刻划工艺的制约,通常利用软件细分精码波形的方法来提高编码器的分辨力。软件细分的前提是两路精码波形为正交的正弦和余弦信号,而在实际的编码器数据处理系统中,精码莫尔条纹信号受到各种因素的影响,如系统噪声、码盘刻划不均匀、透光不均匀等,会偏离标准正(余)弦信号,产生细分误差,影响编码器的精度。

提高光电编码器精度的方法除提高光栅自身刻划精度外,国内外广泛采用的是对细分误差进行修正或补偿的方法。美国天文台对 Heidenhain 型编码器提出了自适应周期误差补偿法^[5],印度原子能实验室的 Dhar 等^[6]提出了基于人工神经网络的编码器误差补偿法,中国科学院西安光学精密机械研究所朱帆等^[7]通过四读数头校正编码器的相位误差,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所孙莹等^[8]通过建立分段函数对细分误差进行补偿。但上述编码器细分误差修正或补偿的方法有的只针对误差的某项或某几项进行修正,有的需要大量的先验数据,有的需要高精密度仪器作为修正参考,有的修正过程复杂不适合工作现场。

为此,本文提出近似三角波莫尔条纹光电信号修正法是从光电编码器精码信号的形成及细分原理出发,通过将两路精码细分采样信号修正至理想的正弦和余弦信号,实现对光电编码器精码莫尔条纹信号细分误差的修正。修正过程中可同时对细分信号中存在的直流电平、幅值误差、波形畸变、相位误差进行修正,避免了各误差分量分别单独修正的相互影响,修正过程不需要高精度仪器作为修正参考。

2 细分误差修正原理

细分误差是由精码莫尔条纹光电信号偏离理想正(余)弦信号导致的。要实现细分误差的修正,首先需要确定精码莫尔条纹信号的波形方程。莫尔条纹信号根据光栅栅距的大小可分为粗光栅三角波信号和细光栅正弦波信号^[9],光电编码器码盘与狭缝盘之间的间距影响莫尔条纹光电信号的波形,间距较小时信号接近于三角波,随着两个光栅间距离的增大,信号会越来越接近正弦波。实际的小型光电编码器精码莫尔条纹光电信号是介于正弦波和三角波之间的近似三角波信号。

光电编码器精码软件细分法是对两路正交信号

求反正切得到角度信息的,可表示为

$$\theta = \arctan\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right). \quad (1)$$

实际的两路光电编码器精码信号为存在直流电平、幅值误差、相位误差等不理想成分的近似三角波信号,可表示为

$$\begin{cases} y_s(\theta) = b_1 + a_1 F_s(\theta) \\ y_c(\varphi) = b_2 + a_2 F_c(\varphi) \end{cases}, \quad (2)$$

式中 a_1, a_2 为信号幅值, b_1, b_2 为直流电平, F_s, F_c 表示信号波形形状函数, θ, φ 表示两路信号间存在相位误差。理想情况下, $a_1 = a_2, b_1 = b_2 = 0, F_s = \sin \theta, F_c = \cos \varphi, \theta = \varphi$ 。由分析可知实际的光电编码器精码信号不可能为理想信号,因此将(2)式作为精码信号利用算法细分得到的角度信息中将含有细分误差。

研究的细分误差修正方法就是通过去除精码莫尔条纹光电信号中的直流电平、幅值误差、波形畸变、相位误差等不理想成分,将近似三角波精码细分信号修正至标准正余弦值,最终达到修正细分误差的目的。修正过程分为两部分,首先对两路精码信号分别进行修正,即将采样信号修正至理想的正弦或余弦,然后再对修正后的两路精码信号间的正交性误差进行修正。修正过程如图 1 所示。

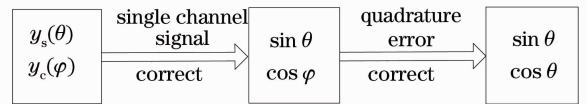


图 1 修正过程流程图

Fig. 1 Process of correction

3 关键算法实现

3.1 单路近似三角波信号修正算法

周期为 2π , 幅值为 u 的理想三角波信号,可以用傅里叶级数表示为奇次正弦谐波分量加和的形式:

$$y = \frac{8u}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2} \sin n\theta, \quad n = 1, 3, 5, \dots, \infty. \quad (3)$$

实际介于正弦波和三角波之间的小型光电编码器莫尔条纹信号同样也可以用傅里叶级数的形式表示:

$$y = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin n\theta + \sum_{m=2}^{\infty} f_m \sin m\theta, \quad n = 1, 3, 5, \dots, \infty, m = 2, 4, 6, \dots, \infty, \quad (4)$$

式中 f_0 表示信号中存在直流电平, $\sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin n\theta$ 表示

信号中存在奇次正弦波成分, $\sum_{m=2}^{\infty} f_m \sin m\theta$ 表示信号中存在偶次正弦波成分。 f 为傅里叶系数, 表示直流电平以及各次谐波的幅值信息, f 的不同体现了光电编码器精码莫尔条纹信号波形形状的差异。由于在码盘精码信号提取过程中采用了差分处理技术, 该技术在大大减小偶次谐波成分的同时, 将奇次谐波幅值增加了 1 倍, 故信号模型中除 2 次正弦波以外的偶次正弦波成分均可忽略:

$$y = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin n\theta + f_2 \sin 2\theta, \quad n = 1, 3, 5, \dots, \infty. \quad (5)$$

$$\sin n\theta = nx - \frac{n(n^2 - 1^2)x^3}{3!} + \frac{n(n^2 - 1^2)(n^2 - 3^2)x^5}{5!} - \frac{n(n^2 - 1^2)(n^2 - 3^2)(n^2 - 5^2)x^7}{7!} + \dots, \quad n = 1, 3, 5, \dots, \infty, x = \sin \theta. \quad (7)$$

(7) 式的多倍角公式可以表示为矩阵形式:

$$[\sin \theta \quad \sin 3\theta \quad \sin 5\theta \quad \dots \quad \sin n\theta]^T = \mathbf{M}\mathbf{S}, \quad (8)$$

式中向量 \mathbf{S} 表示高阶 $(\sin \theta)^n$ 矩阵, $\mathbf{S}(n) = (\sin \theta)^n$, 矩阵 \mathbf{M} 表示高阶 $(\sin \theta)^n$ 的多倍角系数矩阵, 可分别表示为

$$\mathbf{S} = [\sin \theta \quad (\sin \theta)^3 \quad (\sin \theta)^5 \quad \dots \quad (\sin \theta)^n]^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 3 & -\frac{3(3^2 - 1^2)}{3!} & 0 & & \vdots \\ 5 & -\frac{5(5^2 - 1^2)}{3!} & \frac{5(5^2 - 1^2)(5^2 - 3^2)}{5!} & & \vdots \\ \vdots & & & & 0 \\ n & -\frac{n(n^2 - 1^2)}{3!} & \frac{n(n^2 - 1^2)(n^2 - 3^2)}{5!} & \dots & \pm \frac{n(n^2 - 1^2) \dots [n^2 - (n-2)^2]}{n!} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

当 n 取有限值时, 将(6)、(8)式代入(5)式中, 则光电编码器精码莫尔条纹信号可以用

$$y \approx f_0 + \mathbf{F}(\mathbf{M}\mathbf{S}) + f_2 \sin(2\theta) = f_0 + (\mathbf{F}\mathbf{M})\mathbf{S} + 2f_2 [\sin \theta \sqrt{1 - (\sin \theta)^2}] \quad (11)$$

表示。(11) 式中 f_0 、 \mathbf{F} 、 f_2 为对实际精码莫尔条纹光电信号做傅里叶变换求得, \mathbf{M} 为奇次正弦波多倍角公式的系数, 近似等号说明表达式取有限项, 故(11)式将光电编码器精码莫尔条纹信号表示成为关于 $(\sin \theta)^n$ 的多项式。将每次采样值 y 代入(11)式求逆, 可实现修正采样信号至标准 $\sin \theta$ 。令 $x = \sin \theta$, 将(11)式改写为

$$f(x) = f_0 + (\mathbf{F}\mathbf{M})[x^1 \quad x^3 \quad x^5 \quad \dots \quad x^n]^T + 2f_2 x \sqrt{1 - x^2} - y, \quad (12)$$

则求解 $f(x) = 0$ 的根, 即实现修正单路精码莫尔条

纹采样信号至理想正弦值。对于实际的小型光电编码器精码莫尔条纹光电信号, 可以在一个信号周期内等间隔采样 N 点, 利用离散傅里叶变换^[10], 求出针对码盘精码波形形状的傅里叶系数 f 。令 $F(n) = f_n$ (n 为奇数), 用向量 \mathbf{F} 表示奇次正弦分量的傅里叶系数矩阵:

$$\mathbf{F} = [f_1 \quad f_3 \quad f_5 \quad \dots \quad f_n], \quad n = 1, 3, 5, \dots, \infty. \quad (6)$$

(5) 式将光电编码器精码莫尔条纹信号表示成了高次谐波 $\sin n\theta$ 的形式, 而用于求细分值的信号是 $\sin \theta$ 而非 $\sin n\theta$, 利用多倍角公式可将奇次正弦谐波 $\sin n\theta$ 转换成高阶 $(\sin \theta)^n$ 的形式:

纹采样信号至理想正弦值。

在光电编码器数据处理系统中, 可以采用工程近似逼近的牛顿迭代法求解非线性方程(12)式, 迭代过程可表示为

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad (13)$$

式中 x_k 为方程根的一个近似值, x_{k+1} 为方程根的新近似值, 当连续两次迭代结果的差值小于给定误差范围时, 迭代终止。在应用牛顿迭代法解方程时选择合适的初始值是保证迭代收敛性的关键。将采样信号归一化处理后的值作为迭代初始值, 由 $f'(x_k)$ 连续可知牛顿迭代法局部收敛, 通常情况下 $f'(x_k) \neq 0$, 迭代法平方收敛, 收敛速度非常快, 当 $f'(x_k)$ 等于或接近零时, 迭代法的收敛速度变慢, 而此时选用的迭代初始值已经非常接近方程的根, 经过实验测试

最多只需迭代 5 次,就可满足迭代终止条件。

3.2 两路信号间正交性误差修正

经过近似三角波修正后的两路采样信号为 u_s 、 u_c ,两路信号间存在的正交性偏差 α 会导致细分误差 $\Delta\theta$,可分别表示为

$$u_c = \cos \theta, \quad (14)$$

$$u_s = \sin(\theta - \alpha) = \sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha, \quad (15)$$

$$\Delta\theta = \arctan\left(\frac{\sin \theta \cos \alpha - \cos \theta \sin \alpha}{\cos \theta}\right) - \arctan\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right). \quad (16)$$

正交性误差修正是指通过求解 α 值,最终达到消除 $\Delta\theta$ 的目的,根据三角函数关系式 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$,由(14)、(15)式可得

$$\left(\frac{u_s + u_c \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 + (u_c)^2 = 1, \quad (17)$$

$$A(u_c)^2 + B(u_s)^2 + C u_s u_c = 1. \quad (18)$$

(18)式中 u_s 、 u_c 是经过单路波形修正的精码采样信号,将一个周期内 N 组采样点作为样本点,通过最小二乘拟合法拟合此表达式,可以求出系数 A 、 B 、 C ,从而求出正交误差 α ,并实现对两路莫尔条纹光电信号间正交性误差的修正:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{C}{2A}\right), \quad (19)$$

$$u'_c = u_c, \quad (20)$$

$$u'_s = \frac{u_s + u_c \sin \alpha}{\cos \alpha}. \quad (21)$$

4 实验验证

4.1 精码信号波形求解

实验采用某型号 16 位小型光电编码器,外形尺寸为 $\phi 40 \text{ mm} \times 32 \text{ mm}$,码盘精码道由 256 lp/cycle 的光栅刻线构成,光栅栅距为 0.34 mm,精码莫尔条纹信号经 256 份细分后,编码器具有 $20''$ 的分辨力。

对两路码盘精码莫尔条纹光电信号进行等间隔采样 75 点,图 2 为采样信号归一化处理后的图形。

建立两路信号 y_s 、 y_c 的波形方程,对采样信号做傅里叶变换求出波形参数如表 1 所示,从表中可以看出,随着正(余)弦信号阶数 n 的增大,系数值会越来越小, $n > 23$ 时可以忽略不计。图 3 为 $n = 23$ 时求出的两路精码莫尔条纹信号波形的 Lissajous 图形。

4.2 细分误差修正效果检测

实验在小型光电编码器一个莫尔条纹细分周期

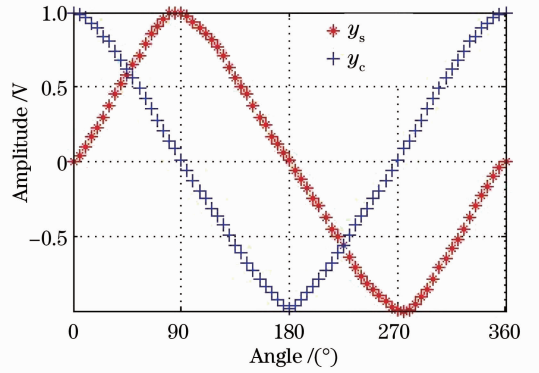


图 2 采样信号波形

Fig. 2 Waveform of sampled signals

表 1 信号波形参数

Table 1 Coefficients of the signal waveform

Order n	Coefficients	
	$(\sin \theta)^n$	$(\cos \theta)^n$
1	0.8933	0.9070
3	-0.0923	0.0565
5	-0.0006	0.0126
7	-0.0088	0.0039
9	-0.0032	0.0040
11	-0.0021	0.0019
13	0.0012	0.0014
15	-0.0016	0.0008
17	-0.0010	0.0007
19	-0.0008	0.0006
21	-0.0003	0.0001
23	0.0001	0.0001
f_0	0.0000	0.0001
f_2	0.0001	0.0002
Phase error	-0.00013 rad	

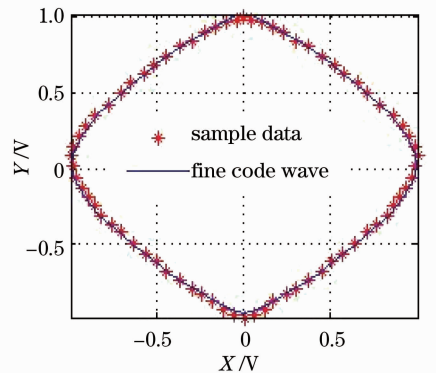


图 3 所求精码信号的 Lissajous 图形

Fig. 3 Lissajous figure of solved fine code signals

内测 64 点。图 4 为细分采样点修正前后的比较,为便于观察图中同时给出了标准正余弦信号形成圆的曲线,即标准曲线,修正的目的就是使修正后的采样信号尽可能地接近标准曲线。从图中可以看出,

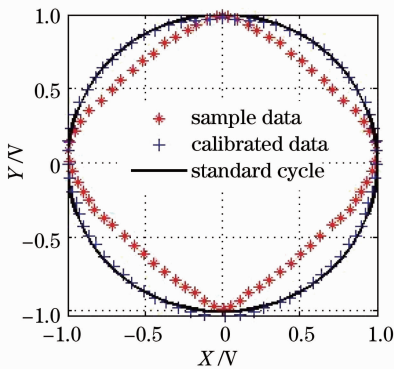


图4 细分采样信号修正前后比较

Fig. 4 Comparison of sample signals before and after correction

采用文中的修正方法能够将细分采样信号修正至标准圆曲线上。

编码器细分误差检测采用比较法,即利用23位高精度编码器作为角度检测基准,测量16位小型光电编码器,记录相同细分点位置的角度差值为细分误差。图5为修正前后该小型光电编码器细分误差曲线,从图中可以看出修正前编码器细分误差最大值为 $47.5''$,最小值为 $-115''$,峰峰值误差为 $162.5''$;修正后编码器细分误差的最大值减小至 $22.5''$,最小值变为 $-25''$,峰峰值误差减小至 $47.5''$ 。

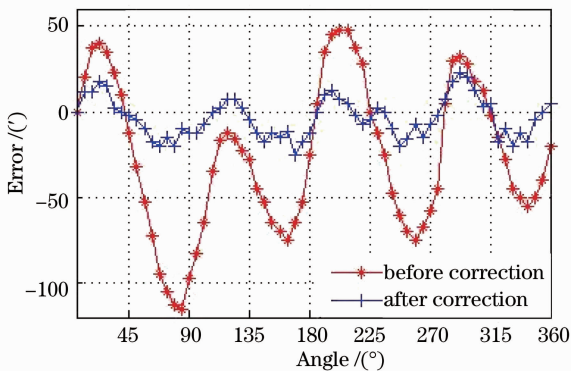


图5 编码器修正前后细分误差比较

Fig. 5 Comparison of the interpolation error before and after correction

5 结论

分析了影响光电编码器精码莫尔条纹信号波形形状的因素,建立了小型光电编码器精码波形参数方程和相位误差修正模型,为实现近似三角波莫尔条纹光电信号修正奠定了基础。利用离散傅里叶变换、多倍角公式、最小二乘拟合法、牛顿迭代法等数学工具实现了对精码信号波形参数、相位修正模型参数的求解和对采样信号的修正处理,实现了小型

光电编码器的细分误差修正。

采用提出的研究方法对16位小型绝对式光电编码器进行了细分误差修正实验,实验结果表明,可将近似三角波莫尔条纹光电信号直接修正至正交的正余弦信号,消除了直流电平、幅值误差、波形畸变、相位误差对细分精度的影响,修正过程不需要高精度仪器作为参考,可将小型光电编码器细分峰峰值误差由 $162.5''$ 减小到 $47.5''$ 。这一结果在不增加现有编码器处理电路体积的前提下有效提高了细分精度,对于研制小型化高精度编码器具有重要意义。

参考文献

- Ye Shengxiang. Accurate Measurement about Photoelectric Shift [M]. Chengdu: Sichuan Science and Technology Press, 2003.
- 叶盛祥. 光电位移精密测量技术[M]. 成都: 四川科学技术出版社, 2003.
- Wang Xianjun. Error and precision analysis of subdivision signals for photoelectric angle encoders [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(2): 379-386.
- 王显军. 光电轴角编码器细分信号误差及精度分析[J]. 光学精密工程, 2012, 20(2): 379-386.
- Sun Ying, Wan Qiuhua, Wang Shujie, et al.. Design of signal process system for spaceborne photoelectric encoder [J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(5): 1182-1188.
- 孙莹, 万秋华, 王树洁, 等. 航天级光电编码器的信号处理系统设计[J]. 光学精密工程, 2010, 18(5): 1182-1188.
- Zhao Yong, Su Xianyu, Zhang Qican. Phase subdivision of absolute coding grating and application in displacement measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(8): 0812005.
- 赵勇, 苏显渝, 张启灿. 绝对编码光栅的相位细分及其在位移测量中的应用[J]. 光学学报, 2011, 31(8): 0812005.
- W Michael, K Victor, S German. Adaptive periodic error correction for Heidenhain tape encoder [C]. SPIE, 2008, 7012: 70123N.
- V K Dhar, A K Tickoo, S K Kaul, et al.. Artificial neural network-based error compensation procedure for low-cost encoders [J]. Meas Sci & Technol, 2010, 21(1): 015112.
- Zhu Fan, Wu Yiming, Liu Changchun. Eliminating influence of grating encoders' eccentricity and vibration to moiré fringes signal by four reading heads [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(4): 0412008.
- 朱帆, 吴易明, 刘长春. 四读数头法消除码盘偏心 and 震动对叠栅条纹相位测量的影响[J]. 光学学报, 2011, 31(4): 0412008.
- Sun Ying, Wan Qiuhua, She Ronghong. Interpolation error compensation of the minitype photoelectrical encoder [J]. J Electronic Measurement and Instrument, 2011, 25(7): 605-611.
- 孙莹, 万秋华, 余容红. 小型光电编码器细分误差补偿法[J]. 电子测量与仪器学报, 2011, 25(7): 605-611.
- Yuji Matsuzoe, Nobuhiko Tsuji. Breadboard system and techniques to optimize the optical system of an encoder [J]. Opt Eng, 2001, 40(2): 283-288.
- Zhang Zhihui, Wang Huaying, Liu Zuoqiang, et al.. Phase unwrapping algorithms based on fast Fourier transform [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(12): 120902.
- 张志会, 王华英, 刘佐强, 等. 基于快速傅里叶变换的相位解包裹算法[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(12): 120902.

栏目编辑: 何卓铭