非均匀采样的傅里叶望远镜数值模拟研究

于树海1,2 王建立1 董 磊1 刘欣悦1 王国聪1,2

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033 2 中国科学院大学,北京 100049

摘要为了应用傅里叶望远镜(FT)技术对同步静止轨道和低轨运动卫星进行高分辨率成像探测,提出了一种基于 非均匀采样技术,以低采样频率处理高频返回信息的新方法。对返回的时域信号进行非均匀采样并对数字信号进 行离散非均匀傅里叶变换(NUDFT);衰减除高幅值低频信号以外的所有信号后再进行 NUDFT 即可精确地提取 低频分量信息;重复幅值衰减和 NUDFT 直至提取所有的频率信息;通过相位闭合技术及传统重构方法即可重构 目标。该方法降低了采样频率并克服了 NUDFT 方法的频谱噪声,有效地避免了高频噪声对成像质量的影响,特 别是在低轨道多光束傅里叶望远镜成像方面有较大的应用前景。通过数值模拟验证了该方法的可行性,并在不同 的信噪比条件下和传统均匀采样重构图像进行了对比研究,证实该方法对噪声的敏感程度与传统方法基本一致。 关键词 成像系统;傅里叶光学;图像重构;非均匀采样;幅值衰减;傅里叶望远镜;高分辨率成像 中图分类号 V557 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201333.0811001

Numerical Simulation of Fourier Telescopy Based on Non-Uniform Sampling

Yu Shuhai^{1,2} Wang Jianli¹ Dong Lei¹ Liu Xinyue¹ Wang Guocong^{1,2}

⁽¹⁾ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

 $^{\rm 2}$ University of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100049 , China

Abstract In order to apply Fourier telescopy (FT) to the detection of synchronous geostationary orbit and low-earth orbit motion satellite and fulfill high-resolution imaging, a new method is proposed based on non-uniform sampling technology to achieve low sampling frequency for the high frequency information processing. Non-uniform sampling is made for the time domain returned signal into digital signal and the non-uniform discrete Fourier transform (NUDFT) is used. Amplitude damping is done to all the signals except the low-frequency signal and then the low frequency component information can be accurately extracted by the use of NUDFT. Amplitude damping and NUDFT are repeated until all the frequency information is extracted. The target can be constructed with phase closure techniques and traditional reconstruction method. This method reduces the sampling frequency, overcomes the spectral noise of the NUDFT method and avoids the influence of high-frequency noise on the imaging quality. It has bright application prospect, especially in low orbit multi-beam Fourier telescope imaging area. The feasibility of the method is verified by numerical simulation. Comparative researches are done for reconstruction image with the traditional uniform sampling result under different signal-to-noise ratios (SNRs). The method is consistent on the noise sensitivity with traditional methods.

Key words imaging systems; Fourier optics; image reconstruction; nun-uniform sampling; amplitude damping; Fourier telescopy; high-resolution imaging

OCIS codes 110.2970; 100.3008; 140.3290; 070.1170

收稿日期: 2012-12-05; 收到修改稿日期: 2013-01-23

作者简介:于树海(1985—),男,博士研究生,主要从事傅里叶望远镜关键技术及光电信号处理等方面的研究。 E-mail: yushuhai_0707@sina.com

导师简介:王建立(1971—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间目标探测技术和地基高分辨率成像望远镜总体技术 等方面的研究。E-mail: wangjianli@ciomp.ac. cn 1引 言

Holmes 等^[1]在1994年的空间探测会议上提出 了傅里叶望远镜(FT)这一概念,其综合了激光主动 照明和合成孔径成像的优势,发射具有一定差频、不 同空间位置的多束激光(至少为3束)同时照明目 标,对目标的空间信息在时域上进行编码,对返回信 号进行傅里叶变换,再通过相位闭合技术消除发射 望远镜间的粗大相位差及大气的低阶扰动对成像的 影响。由于单一发射望远镜口径较小,受大气高阶 扰动的影响有限,FT 成像分辨率可以突破单一望 远镜的衍射极限^[2~6],已成为国内外研究的非常规 成像的热点技术之一。

现阶段,室内外实验[7~10] 主要采用连续固体激 光器作为照明光源,而工程系统需采用脉冲长相干高 功率激光器,为了清晰重构目标图像,每个脉冲需要 包含最低频率(最小移频差值)的一个完整的信号周 期。以脉宽 10 ns 的激光器为例,三束光的差频分别 应为100、200、300 MHz,如采用传统的均匀采样方 法,根据奈奎斯特(Nyquist)采样定理,采样频率应大 于 600 MHz,如若应用傅里叶望远镜对低轨道目标 探测成像,需要同时发射多束激光。若同时发射 21 東光、脉宽 100 ns,根据 Golomb 准则^[11,12],第 21 束 发射光束与第1个发射光束的移频为4130 MHz, 因此采样频率需要 8.2 GHz 左右,现有大靶面探测 器难以满足此要求。另外即使采用高速探测器,高 速采集的噪声也将对系统造成影响。因此一方面需 要在满足激光功率要求的条件下增加脉宽、降低移 频频率,另一方面,需研究其他算法突破 Nyquist 采 样限制。

非均匀采样以随机的采集频率对信号抽样,不 受 Nyquist 采样定理的限制,频率分辨率高及抗混 叠的优点,实现了低频采集高频信息,具有被广泛应 用在雷达信号处理及微弱信号检测等方面的研 究^[13~16]。

基于以上研究,本文结合傅里叶望远镜成像技 术特点,完成了非均匀采样的傅里叶望远镜数值模 拟研究,验证了此方法的正确性,特别是对低轨道多 光束傅里叶成像,可有效地降低采集频率,为系统的 工程实施奠定了技术基础。

2 傅里叶望远镜成像原理

傅里叶望远镜成像原理如图1所示,基线上不同位置的三束或者多束激光同时发射照射目标,目





Fig. 1 Imaging principle of Fourier telescopy 标在照射的干涉条纹范围内移动,或者使用声光频 移器人为地使一个光源相对另一个光源产生频移而 使条纹在目标上移动,实现干涉条纹扫描目标。傅 里叶望远镜只需要接收目标反射光的能量信息而不 需相位信息,只需采用价格低廉的定日镜作为主镜 接收返回的光能量即可,通过次镜等光学系统会聚, 采用光电信增管(PMT)等光电探测器接收光能量 信息。PMT 首先将光信号转换为模拟电信号,离散 采样后转换为数字信号,传统方法采用均匀模/数 (A/D)采集卡完成信号离散化过程(这里采用非均 匀 A/D,将模拟电信号转换为非均匀离散数字信 号)。对离散信号进行傅里叶变换(这里采用非均匀 傅里叶变换和幅值衰减),在频域中进行信号处理, 每个三重组利用相位闭合技术消除由大气低价扰动 及光学器件等引起的粗大相位差,比值只包含与目 标有关的信息。

为了从比值中获得非比值的傅里叶分量信息, 必须完成一系列测量,对于具有均匀间隔的发射器 阵列而言,简单地计算相邻的比值之乘积即可得到 每个估算的傅里叶分量。最后通过重构得到目标 图像。

3 非均匀采样及其频谱分析

均匀采样的时间函数是标准的线性函数,采样时间等间隔分布。非均匀采样的时间间隔设定为不等间隔,采样点数与采样时间没有线性函数关系^[16]。定义采样时间 t,为每个采样时刻(t 是 s 的函数),表示为

$$t_{s} = \begin{cases} 0, & s = 1\\ E_{s-1} + f_{\text{rand}} \times d \times E, & s = 2, 3, 4, \cdots, N \end{cases}$$

$$(1)$$

式中 *f*_{rand}在(-1,1)上服从均匀分布;*d* 为小于1 的整数,用于调节非均匀采样的采集频率,且在整个系统中保持不变;*E* 为单位信号平均采样时刻;*N* 为采样

点数。离散非均匀傅里叶变换(NUDFT)表示为 $x_{\rm D}(f) = \sum_{s=1}^{N} x(s) \times (t_{s+1} - t_s) \exp(-j2\pi f t_s),$

(2)

式中x(s)为采集的离散非均匀信号, $x_{D}(f)$ 为非均匀采样信号的频谱。

采样时刻的不等间隔减少了周期采样引起的信 号混叠现象。如果将采样时间间隔完全随机设置, 混叠信号的效果将减少到最小,但由于采样时间的 伪随机性,会引入各个频谱的噪声。目前对频谱噪 声的抑制主要有三种方法,一种简单的方法是增加 采样点数,另外文献[14,15]分别采用陷波和幅值衰 减方法克服频谱噪声对信号处理的影响。

应用 FT 对同步轨道静止卫星成像探测时,一 般采用三光束同时照明目标,由于目标几乎静止不动,返回的时域信号的频率与人为的移频频率相等; 对低轨道运动卫星成像时,目标的不同运动速度会 改变返回信号的频率成分,可以采用全相位傅里叶 变换方法^[7,10]先估计信号的频率,所以可以认为返 回信号的频率已知。

4 三光束数值模拟

以同时发射三光束为例验证所提方法光电信号 处理的正确性。

发射模型采用 T 型结构, 光束波面采用平面波 近似;激光波长为 532 nm;发射望远镜间隔 2 m;成 像目标尺寸 20 m,目标高度 4×10⁴ km。3 束激光 的差频分别为 $f_{10} = 50$ MHz, $f_{f1} = 100$ MHz, $f_{f0} = 150$ MHz,如图 2 所示,其中 0 表示发射坐标 平面的零点位置(X 轴三角形),1 表示 1 点位置(X 轴方形), f 为扫描光束位置(X 轴圆形);当发射光 束在坐标轴上扫描时,10 的空间频率最小,对应的 信号强度最大, f0 信号强度最小, f1 居中。基线长 度为 33×33;平均采样采集频率 f_s 为 160 MHz(远 小于 Nyquist 采样定理采集频率 300 MHz);采样点 数 N=160。

对傅里叶望远镜系统返回的时域信号处理流程 如下:

1) 对连续的时域信号按(1) 式进行非均匀采样
 得到 x(s),其中 d = 0.1。

2) 采用直流滤波滤除 x(s) 的直流分量。

3) 对直流滤波后的 x(s) 进行非均匀傅里叶变换,计算频率为 f_f 和 f_f 的频谱信息,从而得到幅值 A_{f1}、A_{f0} 及相位 φ_{f1}、φ_{f0}。对离散信号进行幅值衰



图 2 X轴T型发射器位置示意图

Fig. 2 T-type of launching mechanism at X axis 减得到新的离散信号 x(s)':

$$x(s)' = x(s) - A_{f^1} \cos(2\pi f_{f^1} t_s + \varphi_{f^1}) -$$

$$A_{f_0}\cos(2\pi f_{f_0}t_s + \varphi_{f_0}). \tag{3}$$

 4) 对信号 x(s)[']再进行 NUDFT,得到 1、0 发 射器位置对应的信号频谱,记为 x_{D10}(f)。

5) 重复步骤 3) 和 4) 的操作,即可得到另外 2 个发射器位置对应的频谱,分别记为 *x*_{Df1}(*f*) 和 *x*_{Df0}(*f*)。

仅仅采用非均匀傅里叶变换对离散非均匀信号进行处理,得到的频谱如图 3 所示。由图可见,由于频谱噪声的影响已经无法分辨 150 MHz 的信号,这是因为高幅值低频信号产生的频谱噪声淹没了小信号。按所提方法得到的信号频谱如图 4 所示,由图 4(c)可以检测到 150 MHz 信号,坐标轴上的其他频谱分量主要是来自 150 MHz 信号的频谱噪声, 不影响自身的频率、相位及幅值。





4.1 返回信号无噪声重构结果

在不考虑噪声的情况下,所提方法即 NUDFT 和幅值衰减(NUDFT&AD)、无幅值衰减的 NUDFT方法(当采样点数同为 160 时,频谱噪声过 大无法重构图像,在这里采样点数 N 为 1600)及均 匀采样(采样频率为 50 GHz)和离散傅里叶变换 (DFT)重构图像如表 1 所示。采用重构图像与衍射 极限图像的 Strehl 比定量分析重构图像质量^[10]。 成像目标及衍射极限图像如图 5 和图 6 所示。



图 4 信号频谱。(a) 50 MHz; (b) 100 MHz; (c) 150 MHz Fig. 4 Frequency spectrum by proposed method. (a) 50 MHz; (b) 100 MHz; (c) 150 MHz

Table 1 Reconstruction images and image Strehl ratios relative to the diffraction-limited image

by different methods

Method	NUDFT	NUDFT&AD	DFT
Sample number	1600	160	160
Image	\times	米	×
Strehl ratio	0.5211	0.8043	0.8221



图 5 目标 Fig.5 Image of object



图 6 衍射极限图像 Fig. 6 Diffraction-limited image

由表1可以看出,所提方法能最大程度地降低 频谱噪声对成像质量的影响,在相同的采样点数条 件下,与均匀采样重构图像相比,Strehl比仅仅降低 约0.02,而高于采样点数是其10倍的NUDFT方法 0.2以上,可见非均匀采样的可行性和幅值衰减的 重要性。

4.2 返回信号存在噪声重构结果

采用高斯白噪声作为噪声模型,这里只对比 NUDFT&AD和DFT两种方法的Strehl比。在信 噪比(SNR)分别为50、100、150、200,采样点数为 160的情况下,重构图像与衍射极限的图像的 Strehl比如表2所示。

> 表 2 不同 SNR 情况下两种方法重构图像与 衍射极限图像的 Strehl 比

Table 2 Strehl ratios of reconstructed images relative to the diffraction-limited image with different methods and SNRs

SNR	50	100	150	200
NUDFT & AD	0.6485	0.7359	0.7703	0.7975
DFT	0.6756	0.7419	0.7982	0.8116
Strehl difference	0.0271	0.0060	0.0279	0.0141

由表 2 可以很明显地看出,在存在噪声的情况 下,所提方法较均匀采样的 DFT 方法的 Strehl 比最 大差值小于 0.03,最小不足 0.01,NUDFT&AD 对噪 声的敏感程度显著下降,与无噪声时重构的 Strehl 比 对比发现其对噪声的抑制能力与传统方法基本一致。 此外,对采样点数与成像质量关系进行了模拟 研究。选择160的整数倍作为单周期采样点数,在 不同噪声条件下所提方法重构图像与衍射极限图像 的 Strehl 比如图 7 所示。





Fig. 7 Strehl ratios of reconstructed images relative to the diffraction-limited image with different SNRs and sampled numbers

由图 7 可见,当信噪比小于 40、采样点数小于 640 时,随着采样点数的增加 Strehl 比增加较为明 显,当采样点数大于 640 时,Strehl 比提升缓慢;而 当信噪比大于 110 时,增加采样点数对 Strehl 比提 升幅度较小。同时可以看出由于采用了幅值衰减 法,对频谱噪声的抑制并不依赖采样点数。因此采 用三光束对同步轨道静止目标进行成像探测时,单 周期采用 640 个采样点理论上就可满足要求,当然 具体采样点数的选择还需考虑到实际系统的成像时 间要求及目标跟踪精度和接受主镜面积等系统整体 条件而定。

5 多光束数值模拟

为了验证所提方法在同时发射多光束的傅里叶 望远镜系统中的可行性,进行了数值模拟研究,模拟 参数为:目标高度 800 km,大小 10 m×10 m;激光 谱宽 10 nm^[17],最小差频 $\Delta f = 100$ MHz,同时发射 5 光束^[18],每束光束的移频 $f = \Delta f \times c(m), m$ 为光 束位置,c(m)表示相对移频量,如表 3 所示,如 0、1 发射位置的光束差频 $f_{10} = 100$ MHz;非均匀采样 时,采样点选择 150 点,平均采集频率 1.5 GHz,频 率分辨率 10 MHz,均匀采集时,采样点数同为 150, 但采集频率为 15 GHz,对应频率分辨率为 100 MHz; 发射望远镜间隔为 1 m。其他模拟条件与第 4 节 相同。 由于采用 T 型均匀间隔的发射阵列存在信号 冗余(如光束 3 和 4 抽取的空间频率),会降低成像 信噪比,因此与三光束信号处理流程相比,这里在均 值滤波后首先进行幅值衰减,去除不需要的频率分 量,这里称为前衰减,再按第 4 节处理步骤的 3)~ 5)完成信号全处理。重构结果如图 8 所示,直观上 两者几乎不存在差别。

表 3 光束间相对移频量

Table 3 Relative frequency shift of transmitted beams

m	0	1	2	3	4
c(m)	0	1	3	7	12



图 8 重构图像。(a)所提方法(Strehl 比为 0.7450); (b)均匀采样方法(Strehl 比为 0.7466)

Fig. 8 Reconstructed images. (a) Proposed method (Strehl ratio is 0. 7450); (b) uniform sampling method (Strehl ratio is 0. 7466)

6 结 论

为了实现傅里叶望远镜工程系统,需要高功率 长相干的激光器提供照明光源。受相干长度的限制,高功率激光器的研制存在一定的难度,为解决此 问题一般通过压缩脉宽满足功率要求,而窄脉宽要 求接收系统的响应频率较高。采用傅里叶望远镜对 低轨道卫星成像时,同时发射的多光束之间的差频 需要满足 Golomb 准则,即使激光脉宽 100 ns,同时 发射 21 束光束使得最高频率大于 4.1 GHz,因此更 要求接收系统具有较高的采集频率。

通过对系统进行数值模拟,得出以下结论:

 1) 非均匀采样方法降低了采集器件的带宽,将 对器件的带宽要求转移到算法处理方面,降低了系 统实施难度。

2)同时发射三束激光照明目标时,无噪声条件 下对系统进行模拟,验证了采用幅值衰减法可有效 地克服非均匀采样的频谱噪声。在不同的 SNR 条 件下模拟发现,和传统方法比较,Strehl 比降低了 0.01~0.03,而无噪声时,所提方法重构图像的 Strehl 比降低了约 0.02,说明其与传统方法对噪声 的敏感性基本一致。

3)对多光束发射系统的傅里叶望远镜进行了 数值模拟,验证了所提方法对多光束傅里叶成像系 统也同样起作用。采用T型均匀间隔发射阵列的 多光束系统由于信号冗余降低了回波信号的信噪 比,因此在信号处理前可先衰减不必要的频率信息, 进而提高重构图像质量。

4) 无噪声时,所提方法重构图像与衍射极限图像的 Strehl 比还是有所降低,这主要是因为进行幅值衰减时,衰减除需要信号以外的所有信号,此时认为这些信号不受待求信号频谱噪声的影响。

参考文献

- 1 R. Holmes, A. MacGovern, A. Bhowmik *et al.*. An active imaging technique that attains ultra high resolution with ultra-low transmitter power [C]. Proceedings of the 1994 Space Surveillance Workshop, 1994. $135 \sim 140$
- 2 R. B. Holmes, S. Ma, A. Bhowmik *et al.*. Aperture-synthesis techniques that use very-low-power illumination [C]. *SPIE*, 1995, **2566**: 177~185
- 3 K. R. MacDonalda, J. K. Boger, M. P. Fetrowb *et al.*. An experimental demonstration of Fourier telescopy [C]. SPIE, 1999, 3815, 23~29
- 4 R. B. Holmes, T. J. Brinkley. Reconstruction of images of deep space objects using Fourier telescopy[C]. SPIE, 1999, 3815: 11~22
- 5 J. Mathis, J. Stapp, E. L. Cuellar. Field experiment performance of the receiver elements for a Fourier telescopy imaging system [C]. SPIE, 2005, 5896: 58960F
- 6 E. L. Cuellar, J. Stapp, J. Cooper. Laboratory and field experimental demonstration of a Fourier telescopy imaging system [C]. SPIE, 2005, 5896; 58960D
- 7 Chen Wei, Li Quan, Wang Yangui. Object reconstruction of Fourier telescopy based on all phase spectrum analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(12): 3443~3446
- 陈 卫,黎 全,王雁桂.基于全相位谱分析的傅里叶望远术目标重构[J].光学学报,2011,**30**(12):3443~3446
- 8 Chen Wei, Li Quan, Wang Yangui. Experimental research of Fourier telescopy imaging system [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(3): 0311001

陈 卫,黎 全,王雁桂. 傅里叶望远术成像系统的实验研究 [J]. 光学学报,2011,**31**(3):0311001

9 Dong Lei, Liu Xinyue, Lin Xudong et al.. Improvement of

performance and analysis of results of field experiments of Fourier telescope[J]. Acta Optica Sinica, 2012, **32**(2): 0201004

董 磊,刘欣悦,林旭东等.傅里叶望远镜外场实验性能改进和 结果分析[J].光学学报,2012,**32**(2):0201004

10 Yu Shuhai, Wang Jianli, Dong Lei *et al.*. Field experiment data processing of Fourier telescopy based on all phase spectrum analysis [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(10): 2275~2282

于树海,王建立,董 磊等.基于全相位谱分析的傅里叶望远镜 外场实验数据处理[J]. 光学 精密エ程,2012,**20**(10):2275~ 2282

- 11 J. Stapp, B. Spivey, L. Chen *et al.*. Simulation of a Fourier telescopy imaging system for objects in low earth orbit [C]. *SPIE*, 2006, **6307**: 630701
- 12 Kong Xinxin, Huang Min, Zhang Wenxi *et al.*. Design of frequency shift of multiple-beam Fourier telescope[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, **50**(1): 011102
 孔新新,黄 旻,张文喜等. 多光束傅里叶望远镜的移频设计 [J]. 激光与光电子学进展, 2013, **50**(1): 011102
- 13 Li An, Wang Shu, Cheng Zhuo *et al.*. Spatial spectrum estimation using nonuniform sampling[J]. *Microelectronics and Computer*, 2009, **26**(2): 76~79
 李 安,王 殊,程 卓等. 基于非均匀采样的空间谱估计[J]. 微电子学与计算机, 2009, **26**(2): 76~79
- 14 Wang Anmin, Wang Shu, Chen Mingxin. A novel method for signal detection based on nonuniform sampling [J]. Signal Processing, 2004, 20(5): 436~440
 汪安民,王 殊,陈明欣. 一种非均匀采样下小信号的检测方法 [I],信号处理, 2004, 20(5): 436~440
- 15 Li Jinchao, Deng Zhaoxiang, Jiang Yanjun *et al.*. Spectrum analysis and weak signal detection based on nonuniform sampling [J]. J. Data Acquisition and Processing, 2012, 27 (3): 320~326

李进超,邓兆祥,姜艳军等.基于非均匀采样的频谱分析和弱信 号检测[J].数据采集与处理,2012,**27**(3):320~326

- 16 Wang Anmin. Methods of Signal Frequency Measurement and Implementation Based on Nonuniform Sampling [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2004 汪安民. 基于非均匀采样的信号频率检测方法及其实现[D]. 武 汉:华中科技大学, 2004
- 17 Han Hongwei, Zhang Xiaohui, Ge Weilong. Study of the mode and maximum detecting performance of underwater laser rangegated imaging system [J]. Chinese J. Lasers, 2011, 38 (1): 0109001

韩宏伟,张晓晖,葛卫龙.水下激光距离选通成像系统的模型与极限探测性能研究[J].中国激光,2011,38(1):0109001

18 E. Louis Cuellar, Justin Cooper, James Mathis *et al.*. Laboratory demonstration of a multiple beam Fourier telescopy imaging system[C]. SPIE, 2008, 7094: 70940G

栏目编辑: 何卓铭