

# 用于偏振修正的缪勒矩阵元素的测量方法

李占峰<sup>1,2</sup> 王淑荣<sup>1</sup> 黄 煜<sup>1</sup> 林冠宇<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033)  
<sup>2</sup> 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要** 在空间遥感中为了降低由仪器的偏振敏感性引起的误差,常用的方法是采用退偏器和在轨偏振修正。介绍了在轨偏振修正的理论,在此基础上推导了偏振修正所需的仪器缪勒矩阵元素的一种标定方法——超定方程法,并利用该方法计算出紫外臭氧垂直探测仪的缪勒矩阵元素,对测量结果进行了误差分析及验证,结果表明了该方法的可行性及精度。

**关键词** 遥感;偏振;在轨;缪勒矩阵;超定方程

**中图分类号** P413.2 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS201333.0628001

## A Method on Measurement of Mueller Matrix Elements for Polarization Correction

Li Zhanfeng<sup>1,2</sup> Wang Shurong<sup>1</sup> Huang Yu<sup>1</sup> Lin Guanyu<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China  
<sup>2</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** Errors caused by polarization sensitivity of remote sensing spectrometer must be reduced to meet the requirements of the reliability and precision of remote sensing data. The common method is the use of the depolarization and in-orbit polarization correction. This polarization correction method is introduced in theory. The overdetermined equation, calibration formula of Mueller matrix elements required is deduced. By this formula, the Mueller matrix elements of ultraviolet ozone vertical profile probe are calculated. In combination with the results, the errors by the method are analysed and feasibility as well as precision is also validated.

**Key words** remote sensing; polarization; in-orbit; Mueller matrix; overdetermined equation

**OCIS codes** 010.0280; 120.6200; 120.5410; 260.5430

## 1 引 言

用于空间遥感的光谱仪器由于常常采用衍射光栅、反射镜等偏振敏感光学元件,导致仪器对相同光强,不同偏振态入射光的响应不同。而飞行前实验室响应度定标采用的光源通常是非偏振的,仪器在轨工作观测的大气散射光谱往往是部分偏振光<sup>[1~5]</sup>。由于定标光源和观测目标之间的偏振差

异,严重限制了光谱仪器遥感数据的可靠性及精度。

因此,如何准确测量遥感光谱仪器的偏振响应以及对其进行修正,对保证遥感数据质量和提高反演产品精度至关重要<sup>[6~13]</sup>。本文推导了光谱仪器在轨偏振修正理论。在此基础上,重点介绍了一种仪器缪勒矩阵元素的标定方法——超定方程法,利用该方法标定出紫外臭氧垂直探测仪的缪勒矩阵元

**收稿日期:** 2012-10-15; **收到修改稿日期:** 2013-01-06

**基金项目:** 国家自然科学基金(41074126,41105014)资助课题。

**作者简介:** 李占峰(1986—),男,博士研究生,主要从事空间紫外遥感仪器在轨定标方面的研究。

E-mail: lizhanfeng115@163.com

**导师简介:** 王淑荣(1961—),女,研究员,博士生导师,主要从事空间紫外遥感方面的研究。

E-mail: srwang@ciomp.ac.cn(通信联系人)

素,并对测量结果进行了误差分析及实验验证。

## 2 在轨偏振修正理论描述

一束光偏振状态可由斯托克斯(Stokes)矢量表征。而光学系统或光学器件的偏振特性可以由缪勒矩阵  $\mathbf{M}$  表征,已知入射光的偏振态和系统的缪勒矩阵  $\mathbf{M}$ ,可得经过光学系统后出射光的偏振态为<sup>[14]</sup>

$$\begin{bmatrix} I_o \\ Q_o \\ U_o \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{bmatrix}. \quad (1)$$

常用探测器的输出信号的大小只与入射到探测器的光强度(斯托克斯矢量的第一个元素)有关,设探测器的响应度为  $R_{\text{det}}$ ,则整个系统的输出信号可以表示为

$$S_i = R_{\text{det}} I_o = R_{\text{det}} [M_{11} \quad M_{12} \quad M_{13} \quad M_{14}] \cdot \begin{bmatrix} I_i \\ Q_i \\ U_i \\ V_i \end{bmatrix} =$$

$$R_{\text{det}} (M_{11} I_i + M_{12} Q_i + M_{13} U_i + M_{14} V_i). \quad (2)$$

在空间对地球的光学遥感中,大气散射光的圆偏振光分量是可以忽略的<sup>[15]</sup>,也就是目标的斯托克斯矢量第四项为零,探测器作为整个系统的一部分,系统的缪勒矩阵包含探测器的响应,则(2)式简化为

$$S_i = M_{11} I_i + M_{12} Q_i + M_{13} U_i, \quad (3)$$

式中  $M_{11}$  为仪器对非偏振光的响应度,  $I_i$  为入射光强。由(3)式可得

$$S_i = M_{11} I_i \left( 1 + \frac{M_{12}}{M_{11}} \frac{Q_i}{I_i} + \frac{M_{13}}{M_{11}} \frac{U_i}{I_i} \right) =$$

$$M_{11} I_i (1 + m_2 q_i + m_3 u_i) = M_{11} I_i \frac{1}{c_{\text{pol}}^i}, \quad (4)$$

式中  $q_i = Q_i/I_i, u_i = U_i/I_i$  是入射光的归一化斯托克斯矢量参数,且有  $q_i = \cos 2\eta_i, u_i = \sin 2\eta_i, \eta_i$  为偏振方位角;  $m_2 = M_{12}/M_{11}, m_3 = M_{13}/M_{11}$  是仪器的归一化的缪勒矩阵参数。  $c_{\text{pol}}^i = \frac{1}{1 + m_2 q_i + m_3 u_i}$  为偏振修正因子,随入射光的偏振态变化而变化。由(4)式可得

$$S_i c_{\text{pol}}^i = M_{11} I_i. \quad (5)$$

由(5)式可知,在轨偏振修正的关键是计算偏振修正因子。由定义可知偏振修正因子包括两个方面的内容:归一化斯托克斯矢量参数  $q_i, u_i$  和归一化缪勒矩阵元素  $m_2, m_3$ 。前者由入射光的偏振态决定,通过在轨测量得到。而后者由仪器本身决定,通过发射前的实验室定标得出。本文主要介绍了偏振修正因子的第二方面的内容,即仪器归一化缪勒矩阵元素的标定方法——超定方程法。

## 3 超定方程法

由(4)式可知,在不改变入射光的角度及工作波长前提下,为标定出仪器的归一化缪勒矩阵元素  $M_{11}, m_2, m_3$ ,需要三种已知偏振态的入射光。实验中通过改变起偏器的起偏方向来获得不同偏振态的入射光。通常起偏器只改变光的偏振态,不改变光强。为了计算方便,将  $M_{11} I_o$  作为一个未知量。由三个不同偏振态  $(1 \quad q_i \quad u_i)^T, i = 1, 2, 3$  的入射光可得到方程组

$$\begin{cases} S_1 = M_{11} I_o (1 + m_2 q_1 + m_3 u_1) \\ S_2 = M_{11} I_o (1 + m_2 q_2 + m_3 u_2) \\ S_3 = M_{11} I_o (1 + m_2 q_3 + m_3 u_3) \end{cases}, \quad (6)$$

求解方程组可得

$$\begin{cases} m_2 = \frac{(S_2 - S_1)(S_1 u_3 - S_3 u_1) - (S_3 - S_1)(S_1 u_2 - S_2 u_1)}{(S_1 q_2 - S_2 q_1)(S_1 u_3 - S_3 u_1) - (S_1 q_3 - S_3 q_1)(S_1 u_2 - S_2 u_1)} \\ m_3 = \frac{(S_2 - S_1)(S_1 q_3 - S_3 q_1) - (S_3 - S_1)(S_1 q_2 - S_2 q_1)}{(S_1 u_2 - S_2 u_1)(S_1 q_3 - S_3 q_1) - (S_1 u_3 - S_3 u_1)(S_1 q_2 - S_2 q_1)} \\ M_{11} I_o = \frac{S_i}{1 + m_2 q_i + m_3 u_i} = S_i c_{\text{pol}}^i \end{cases}. \quad (7)$$

为了降低某一偏振态的入射光的测量误差对测量结果的影响,提高计算精度,以及计算简单,便于编程,本文采用了对  $n(n > 3)$  种不同偏振态的入射光进行测量,建立  $n$  个三元一次方程组

$$S_i = M_{11} I_o + M_{12} Q_i + M_{13} U_i = 1 \cdot (M_{11} I_o) + q_i \cdot (M_{12} I_o) + u_i \cdot (M_{13} I_o), \quad (8)$$

式中  $i = 1, 2, \dots, n$ 。转化为矩阵等式可表示为

$$\begin{bmatrix} 1 & q_1 & u_1 \\ 1 & q_2 & u_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & q_n & u_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} I_0 \\ M_{12} I_0 \\ M_{13} I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix}. \quad (9)$$

利用超定方程<sup>[16]</sup>求解可得

$$\begin{bmatrix} M_{11} I_0 \\ M_{12} I_0 \\ M_{13} I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & q_1 & u_1 \\ 1 & q_2 & u_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & q_n & u_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix}. \quad (10)$$

再对求得结果进行归一化可得归一化的缪勒矩阵元素为

$$m_2 = \frac{M_{12}}{M_{11}} = \frac{M_{12} I_0}{M_{11} I_0}, \quad m_3 = \frac{M_{13}}{M_{11}} = \frac{M_{13} I_0}{M_{11} I_0}. \quad (11)$$

上述超定方程的求解过程可通过 Matlab 软件简单的编程即可实现。

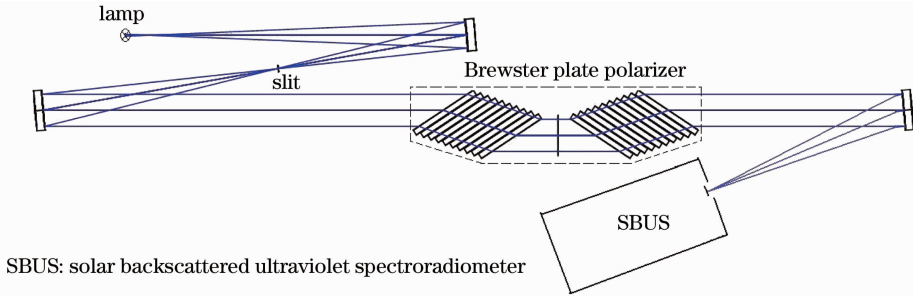


图 1 紫外臭氧垂直探测仪偏振响应测试装置图

Fig. 1 Polarization measurement device on ultraviolet ozone vertical profile probe

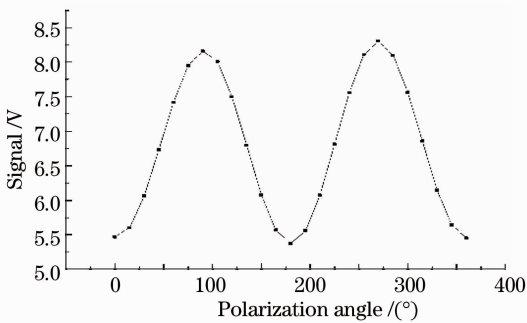


图 2 紫外臭氧垂直探测仪测量信号随偏振方位角变化关系图

Fig. 2 Relationship of ultraviolet ozone vertical profile probe signal with polarization angle

为了验证测量结果的精度,选取  $15^\circ, 135^\circ, 240^\circ$  及  $330^\circ$  的测量信号作为超定方程法的检验量。将其余 21 个角度的测量信号根据(9)式建立矩阵方程组,利用超定方程求解方法,由 Matlab 软件编程计算得

## 4 标定及验证

紫外臭氧垂直探测仪是一台工作在  $160 \sim 400 \text{ nm}$ 波段的扫描式光谱仪<sup>[17]</sup>。采用了 Ebert-Fastie 型光栅双单色仪结构进行分光。它的主要任务是测量太阳紫外光谱辐照度及太阳后向散射紫外光谱辐亮度,进而反演臭氧总量垂直分布。

为标定紫外臭氧垂直探测仪的归一化缪勒矩阵元素搭建了如图 1 所示的实验装置。实验中采用稳定性较好的氙灯做光源。为了保证起偏器入射光的准直性和非偏振性。前置准直系统两个球面反射镜的入射角都为小角度  $3^\circ$ ,且两反射镜间的小孔直径约为  $3 \text{ mm}$ 。起偏器采用了布儒斯特起偏器<sup>[18]</sup>。起偏器的偏振方位角由电控箱精确控制,由  $0^\circ \sim 360^\circ$ 每隔  $15^\circ$ 测量一次仪器输出信号。工作波长为  $300 \text{ nm}$  时的测量信号如图 2 所示。

$$\begin{bmatrix} M_{11} I_0 \\ M_{12} I_0 \\ M_{13} I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.808 \\ -1.408 \\ -0.0337 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

由(11)式得紫外臭氧垂直探测仪的归一化缪勒矩阵元素为

$$m_2 = \frac{M_{12} I_0}{M_{11} I_0} = -0.2068, \quad m_3 = \frac{M_{13} I_0}{M_{11} I_0} = -0.0050. \quad (13)$$

根据上述计算结果及(8)式,计算得到入射光偏振方位角为  $15^\circ, 135^\circ, 240^\circ$  及  $330^\circ$  时的理论信号值及实测信号值如表 1 所示。

表 1 理论信号值和实测信号值比较

Table 1 Comparison between experimental and theoretical value of the signal

Polarization angle /°	Experimental value /V	Theoretical value /V	Error /%
15	5.603	5.572	0.6
135	6.798	6.842	-0.6
240	7.553	7.483	0.9
330	6.151	6.133	0.3

表 1 可知,由超定方程法可得到仪器的归一化缪勒矩阵,进而计算得出已知偏振态的入射光的输出信号的理论值和实测值的最大偏差为 1%。

## 5 结 论

本文从偏振理论出发,推导出遥感光谱仪器的在轨偏振修正方法,在此基础上,重点介绍了利用超定方程法标定仪器归一化缪勒矩阵元素。然后利用该方法标定出紫外臭氧垂直探测仪的归一化缪勒矩阵元素,并对求解结果进行了验证得知最大误差为 1%。表明了超定方程法可行性及精度,为仪器缪勒矩阵测量及后续偏振修正研究提供了一定的参考。

## 参 考 文 献

- 1 J. H. Hannay. Polarization of sky light from a canopy atmosphere [J]. *New J. Phys.*, 2004, **6**(1): 197
- 2 Wu Lianghai, Gao Jun, Fan Zhiguo *et al.*. Scattering of particles in the atmosphere and their influence on celestial polarization patterns [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **30**(7): 0701005  
吴良海,高 隽,范之国等. 大气粒子散射特性及其对空间偏振分布的影响[J]. *光学学报*, 2011, **30**(7): 0701005
- 3 G. W. Kattawar, G. N. Plass, J. A. Guinn. Monte Carlo calculations of the polarization of radiation in the earth's atmosphere-ocean system [J]. *J. Phys. Oceanogr.*, 1973, **3**(4): 353~372
- 4 Chu Jinkui, Wang Wei, Cui Yan *et al.*. Measurement for influence of aerosols on polarized sky radiance [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, **20**(3): 520~526  
褚金奎,王 威,崔 岩等. 气溶胶对天空偏振辐射影响的测量[J]. *光学精密工程*, 2012, **20**(3): 520~526
- 5 Sun Xuejin, Li Hao, Tang Liping. Study on atmosphere volume scattering polarization degree characteristics in visible and infrared band [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0501001  
孙学金,李 浩,唐丽萍. 可见光和红外波段大气散射偏振度特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0501001
- 6 P. Stammes. Errors in UV reflectivity and albedo calculations due to neglecting polarization [C]. *SPIE*, 1994, **2311**: 227~235
- 7 Song Maoxin, Sun Bin, Sun Xiaobing *et al.*. Polarization calibration of airborne multi-angle polarimetric radiometer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, **20**(6): 1153~1158  
宋茂新,孙 斌,孙晓兵等. 航空多角度偏振辐射计的偏振标定[J]. *光学精密工程*, 2012, **20**(6): 1153~1158
- 8 E. Waluschka, P. Silverglate, C. Ftaclas. Polarization sensitivity analysis of an earth remote sensing instrument; the MODIS-N Phase B study [C]. *SPIE*, 1992, **1746**: 96~103
- 9 Huang Xufeng, Bu Yang, Wang Xiangzhao. Effect of polarization analyzers perpendicular error on measurement accuracy of polarization position system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(1): 0108002  
黄旭锋,步 扬,王向朝. 偏振正交误差对偏振光导航定位系统测量精度的影响[J]. *中国激光*, 2011, **38**(1): 0108002
- 10 I. Aben, F. Helderma, D. M. Stam *et al.*. High-spectral resolution polarisation measurements of the atmosphere with the GOME BBM [C]. *SPIE*, 1997, **3121**: 450~457
- 11 Wang Haihua, Sun Xianming, Liu Wanqiang. Polarization of light scattering by ice-water mixed clouds in visible regions [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, **48**(7): 070101  
王海华,孙贤明,刘万强. 偏振光在冰水混合云中的传输特性[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, **48**(7): 070101
- 12 Song Maoxin, Yang Benyong, Yuan Yinlin *et al.*. Structure design and test of onboard calibration integration sphere of multi-angle polarimetric radiometer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, **20**(11): 2338~2344  
宋茂新,杨本永,袁银麟等. 多角度偏振辐射计星上积分球结构设计及检测[J]. *光学精密工程*, 2012, **20**(11): 2338~2344
- 13 Liu Jun, Wu Pengli, Gao Ming. Wander and spreading of polarized and partially coherent laser propagation on slant path in turbulence atmospheric [J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(10): 1013001  
刘 钧,吴鹏利,高 明. 偏振部分相干激光斜程湍流大气传输的漂移扩展[J]. *中国激光*, 2012, **39**(10): 1013001
- 14 Liao Yanbiao. Polarization Optics [M]. Beijing: Science Press, 2003. 45~62  
廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003. 45~62
- 15 L. G. Tilstra, N. A. J. Schutgens, P. Stammes. Analytical Calculation of Stokes Parameters Q and U of Atmospheric Radiation [M]. De Bilt: KNMI, 2003
- 16 Li Qingyang, Wang Nengchao, Yi Dayi. Numerical Analysis [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. 225~228  
李庆扬,王能超,易大义. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. 225~228
- 17 Wang Shurong, Li Futian, Song Kefei *et al.*. Ultraviolet ozone vertical profile probe for FY-3A meteorological satellite [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2590~2593  
王淑荣,李福田,宋克非等. FY-3A 气象卫星紫外臭氧垂直探测仪[J]. *光学学报*, 2009, **29**(9): 2590~2593
- 18 Zhao Facai. The Study on Polarization Correction of Imaging Spectrometer for Space-Borne Ultraviolet Atmospheric Remote Sensing [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2012. 49~51  
赵发财. 空间紫外大气遥感成像光谱仪偏振校正研究[D]. 长春: 中科院长春光学精密机械与物理研究所, 2012. 49~51

栏目编辑: 何卓铭