

# 一种对比度可调的共光路径向剪切移相干涉仪

刘 尧 白福忠 吴亚琴 甘世明 刘 珍 包晓艳

(内蒙古工业大学机械学院, 内蒙古 呼和浩特 010051)

**摘要** 针对现有共光路径向剪切干涉仪所存在的干涉条纹对比度不可调、剪切相位差复原精度低或移相方式复杂、光学系统调整困难等缺点,提出一种对比度可调的共光路径向剪切移相干涉仪,利用偏振分束实现对比度连续可调,用偏振移相技术实现四步移相干涉。对波前重建精度的主要影响因素之一,即条纹对比度,进行深入的理论与实验验证;并对液晶空间光调制器(LC-SLM)生成的实际像差进行实验测试。结果表明,共光路径向剪切移相干涉仪可获得最高的条纹对比度,有关起偏角与条纹对比度之间关系的研究结果可为相关光学系统的设计与建立提供重要的理论依据。

**关键词** 光学设计;径向剪切;移相干涉仪;条纹对比度;波前重建

中图分类号 O439 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201333.0622003

## A Common-Path Radial Shearing Phase-Shifting Interferometer with Adjustable Fringe Contrast

Liu Yao Bai Fuzhong Wu Yaqin Gan Shiming Liu Zhen Bao Xiaoyan

(College of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology,  
Huhhot, Inner Mongolia 010051, China)

**Abstract** A common-path radial shearing phase-shifting interferometer with adjustable fringe contrast is proposed against some disadvantages of conventional one, such as non-adjustable fringe contrast, low measurement accuracy of shearing phase difference recovery or complicated phase-shifting method, and difficulty of optical system adjustment. The contrast adjusted continuously is achieved using polarization beam splitters in this system, and the four-stepping phase-shifting interference is also carried out by the polarization phase-shifting technology. The fringe contrast which is one of the main influence factors about wavefront reconstruction accuracy is analyzed theoretically and verified experimentally. The actual aberration generated by liquid crystal spatial light modulator (LC-SLM) is measured experimentally. The results indicate that the common-path radial shearing phase-shifting interferometer can gain the highest fringe contrast. The research results of the relationship between the polarizing angle and fringe contrast can provide an important theoretical basis for the design and establishment of related optical systems.

**Key words** optical design; radial shearing; phase-shifting interferometer; fringe contrast; wavefront reconstruction

**OCIS codes** 220.1010; 220.3620; 220.4830; 220.4840

## 1 引 言

径向剪切干涉技术是一种波前错位干涉<sup>[1]</sup>,入射光束在光学孔径上经过放大和缩小,会合后在二者相互重叠区域产生干涉并由 CCD 传感器采集;然

后根据双光束干涉原理,由干涉强度分布求解放大与缩小光束之间的相位差;最后利用波前重构算法(例如泽尼克拟合法或迭代法)由剪切相位差获得待测原始波面<sup>[2~4]</sup>。为了有效克服非共光路误差、环

收稿日期: 2013-01-14; 收到修改稿日期: 2013-02-26

基金项目: 教育部“春晖计划”科研项目(Z2011069)、国家自然科学基金(61108038)和内蒙古自然科学基金(2011BW0701)资助课题。

作者简介: 刘 尧(1987—),女,硕士研究生,主要从事光学系统设计和波前探测等方面的研究。

E-mail: liuyao3366@163.com

导师简介: 白福忠(1979—),男,博士,副教授,主要从事光电测试技术方面的研究。E-mail: fzbai@yahoo.cn

境振动以及不同光束中大气扰动等因素对测量结果的影响,唯一的解决措施就是使用共光路技术。目前,用来实现共光路径向剪切干涉的光学系统一般有两种:1)使用双 Fresnel 波带板的分光和聚焦作用使得平行光通过波带板后形成不同放大或缩小倍数的两束光。该方法需要精确加工波带板,并且波带板一经加工其焦距便已确定,因而放大与缩小光束间的径向剪切比不再变化<sup>[5]</sup>。2)基于开普勒望远镜系统的环路径向剪切干涉方式,该结构于 1964 年由 Murty<sup>[6]</sup>提出,光学结构紧凑简单,便于调整,在近年来得到了更多的研究和关注。

由干涉强度求解两束剪切光束之间的相位差,需要引入相位调制技术,而普遍应用的稳定性较好的方法有以下三种:1)傅里叶变换法。通过在两束光波中引入较大的线性载波从而产生载波干涉条纹,然后利用 Takeda 等<sup>[7]</sup>提出的傅里叶变换法求解。目前多数文献均采用这一方案<sup>[8]</sup>,但是,该方法由于边界效应等因素的影响,其测量精度以及应用范围存在较大局限。2)时间移相法。Mahendra 等<sup>[9]</sup>将偏振分束镜和偏振元件(1/4 波片和偏振片)移相技术引入共光路径向剪切系统中实现时间移相,然后利用一个 CCD 传感器的同一个区域在不同时刻采集到多帧移相干涉图,进一步运用移相算法重建相位差。时间移相法可以在对测量实时性要求较低的场合实现高精度测量。3)空间移相法。利用

偏振分光<sup>[10,11]</sup>或光栅分光<sup>[12]</sup>与偏振移相实现空间移相干涉,然后使用一个或多个 CCD 传感器对同一时刻不同空间位置的移相干涉图进行同步采集。该方法光学系统结构复杂、调整困难,移相干涉图之间需要进行良好的位置匹配,不同 CCD 或同一 CCD 传感器的不同部分须保持一致的光电响应特性。

依据光学干涉原理,条纹对比度是影响干涉测量精度的重要因素之一<sup>[13]</sup>。基于上述分析,只有基于偏振分束原理的共光路径向剪切干涉系统才便于改变分束后两光束的光强之比,实现干涉条纹对比度的连续可调。然而,目前针对该方面的详细理论分析与实验研究鲜有报道。

本文将偏振时间移相技术引入共光路径向剪切干涉结构,建立了一种对比度可调的共光路径向剪切干涉仪。针对偏振移相干涉波前重建进行理论推导;并重点对影响波前复原精度的主要因素之一,即干涉条纹对比度,进行理论分析、数值模拟与实验验证。同时在上述研究结果的基础上,对液晶空间光调制器(LC-SLM)生成的泽尼克像差进行实验测试。

## 2 共光路偏振移相径向剪切干涉系统

### 2.1 光学系统描述

共光路偏振移相径向剪切干涉系统如图 1 所示。激光器发出波长为 632.8 nm 的光束,经过由

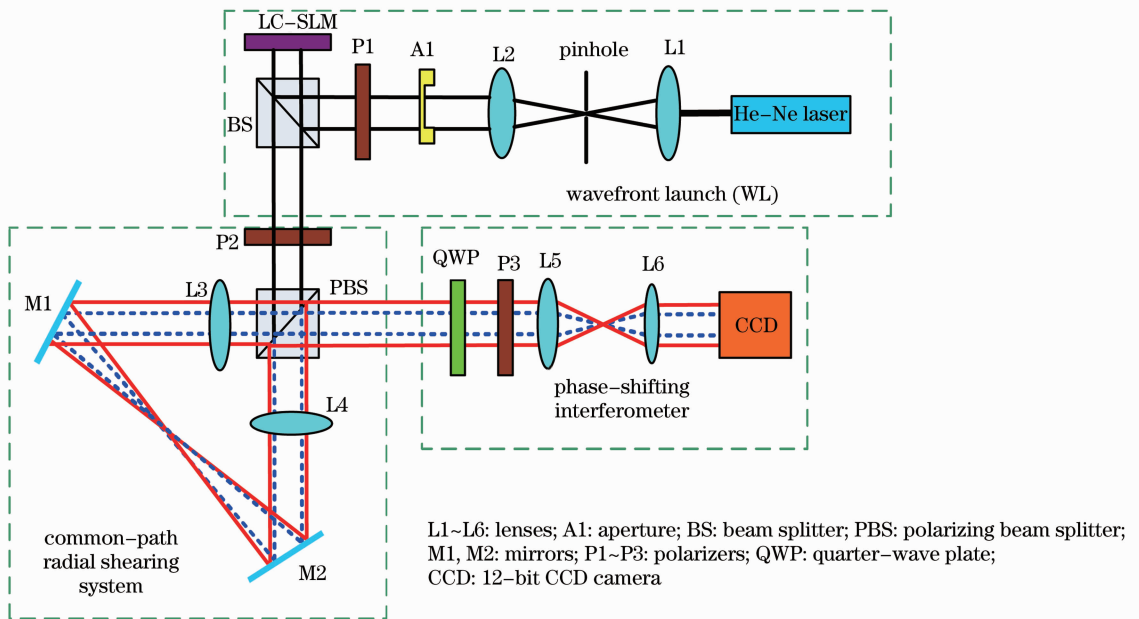


图 1 共光路径向剪切移相干涉仪光学结构

Fig. 1 Optical experimental setup of common-path radial shearing phase-shifting interferometer

透镜 L1、L2 以及针孔组成的空间滤波系统后形成准直平行光，被分束镜(BS)反射到 LC-SLM，由此引入待测畸变波前，形成的待测光束入射到共光路径向剪切干涉仪后被测量。待测光束进入共光路径向剪切系统后首先由偏振分束镜(PBS)分成两束正交线偏振光，一束光由 PBS 反射逆时针通过由透镜 L3 和 L4 组成的望远系统(实验系统中，L3 和 L4 的焦距分别为 250 mm 和 300 mm)被扩束，然后全部由 PBS 反射进入移相干涉系统；另一束光由 PBS 透射顺时针通过透镜 L4 和 L3 被缩束，然后全部由 PBS 透射进入移相干涉系统。扩束与缩束光波在径向剪切系统中沿相同的光轴以相反的方向传播，然后一起进入移相干涉系统，在二者重叠区域形成干涉图样并被 CCD 传感器采集。光学系统中，通过调整偏振片 P1 使入射线偏振光的偏振方向平行于 LC-SLM 快轴方向，以使 LC-SLM 工作在纯相位调制状态；偏振片 P2 的作用在于调节 PBS 分束后两光束的

光强之比，并进一步实现干涉条纹对比度的调节。

## 2.2 偏振移相与波前重建

图 1 的光学系统中偏振移相干涉系统由 1/4 波片(QWP)和偏振片 P3 组成，QWP 与扩束和缩束光波的偏振方向均成 45°角。假设缩束和扩束光波的振幅分别用  $a$  和  $b$  表示， $\omega_0$  表示角频率， $\Delta\varphi$  表示扩束与缩束光波之间的相位差，则两束光的琼斯矢量分别表示为

$$\begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} \exp[i(\omega_0 t + \varphi_1)], \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \exp[i(\omega_0 t + \varphi_2)]. \quad (2)$$

光学系统中 QWP 的琼斯矩阵表示为

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

缩束光波和扩束光波通过 QWP 后分别表示为

$$\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} \exp[i(\omega_0 t + \varphi_1)] = \begin{bmatrix} \exp(i\pi/4) \\ \exp(-i\pi/4) \end{bmatrix} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right)\right], \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \exp[i(\omega_0 t + \varphi_2)] = \begin{bmatrix} \exp(-i\pi/4) \\ \exp(i\pi/4) \end{bmatrix} \cdot \frac{b}{\sqrt{2}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \varphi_2 - \frac{\pi}{4}\right)\right]. \quad (5)$$

由此可看出，缩束和扩束光波通过 QWP 后分别变成左旋和右旋圆偏振光。两者合成后表示为

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(i\pi/4) \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right)\right] + \exp(-i\pi/4) \cdot \frac{b}{\sqrt{2}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \varphi_2 - \frac{\pi}{4}\right)\right] \\ \exp(-i\pi/4) \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \varphi_1 - \frac{\pi}{4}\right)\right] + \exp(i\pi/4) \cdot \frac{b}{\sqrt{2}} \exp\left[i\left(\omega_0 t + \varphi_2 - \frac{\pi}{4}\right)\right] \end{bmatrix}. \quad (6)$$

(6)式所示的合成光束，再通过一个与快轴方向成  $\alpha$  角的检偏器 P3 后得

$$\begin{bmatrix} E'_x \\ E'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} [E_x \cos \alpha + E_y \sin \alpha] = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \{a \exp[i(\omega_0 t + \varphi_1 - \alpha)] + b \exp[i(\omega_0 t + \varphi_2 + \alpha)]\}. \quad (7)$$

(7)式所示光波的光强分布为

$$I = E'^2_x + E'^2_y = [a \cos(\omega_0 t + \varphi_1 - \alpha) + b \cos(\omega_0 t + \varphi_2 + \alpha)]^2 + [a \sin(\omega_0 t + \varphi_1 - \alpha) + b \sin(\omega_0 t + \varphi_2 + \alpha)]^2 = a^2 + b^2 + 2ab \sin(2\alpha - \Delta\varphi), \quad (8)$$

式中  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ ，表示缩束与扩束光波之间的相位差。当  $\alpha$  分别取  $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$  时，(8)式进一步表示为

$$\begin{cases} I_1 = a^2 + b^2 - 2ab \sin \Delta\varphi \\ I_2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \Delta\varphi \\ I_3 = a^2 + b^2 + 2ab \sin \Delta\varphi \\ I_4 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \Delta\varphi \end{cases}, \quad (9)$$

即,通过旋转偏振片 P3 可产生四帧相移量为  $\pi/2$  的移相干涉图。然后通过下式求解相位差分布  $\Delta\varphi_\omega$  :

$$\Delta\varphi_\omega = \arctan\left(\frac{I_3 - I_1}{I_2 - I_4}\right). \quad (10)$$

由(10)式所计算出来的结果位于  $[-\pi, \pi]$  范围,然后使用解包裹算法<sup>[14]</sup>可得到  $\Delta\varphi$ ,并进一步利用迭代波前重构算法<sup>[15]</sup>由  $\Delta\varphi$  重构被测原始波前  $\varphi$ 。

### 3 干涉条纹对比度分析

图 1 所示的光学系统中通过调节偏振片 P2 的起偏角来实现干涉条纹对比度的调节。设入射光振幅为  $A$ , P2 与 PBS 快轴方向成  $\theta$  角,则入射光经 PBS 透射和反射后两光束的振幅  $a, b$  分别为

$$a = A\cos^2\theta, \quad (11)$$

$$b = A\cos^2(\pi/2 - \theta) = A\sin^2\theta. \quad (12)$$

设  $f_3, f_4$  分别为望远系统中两个正透镜的焦距,且  $f_4 > f_3$ ,则对应的放大倍数为  $M = f_4/f_3$ ,径向剪切比  $\beta = 1/M^2 (0 < \beta < 1)$ 。于是,进入移相干涉系统中的缩束光波(经 PBS 透射)和扩束光波(经 PBS 反射)在二者公共区域内的振幅分别为

$$a' = \beta^{-1}A\cos^2\theta, \quad (13)$$

$$b' = \beta A\cos^2(\pi/2 - \theta) = \beta A\sin^2\theta. \quad (14)$$

因此,两光束干涉之后的条纹对比度为

$$K = \frac{2\sqrt{a'b'}}{a' + b'} = \frac{2\cos\theta\sin\theta}{\beta^{-1}\cos^2\theta + \beta\sin^2\theta} = \frac{2}{\beta^{-1}\cot\theta + \beta\tan\theta}. \quad (15)$$

图 2 显示了几种不同  $\beta$  情况下的条纹对比度  $K$  与起偏角  $\theta$  之间的关系曲线。由图 2 可知,对于不同  $\beta$ ,通过合理选择起偏角均可以获得最高的条纹对比度,即  $K=1$ 。根据(15)式,当条纹对比度取最大值时有如下关系成立:

$$\beta^{-1}\cot\theta = \beta\tan\theta, \quad (16)$$

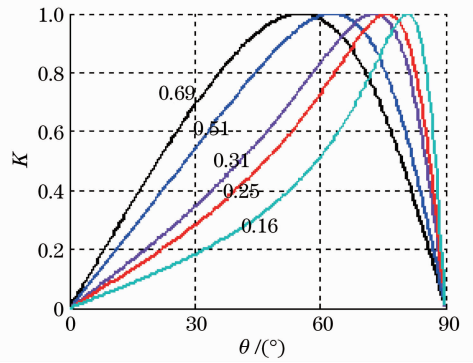


图 2 不同剪切比情况下条纹对比度与起偏角的关系

Fig. 2 Relationship between fringe contrast and polarization angle under different radial shearing ratios  
进一步整理后得

$$\theta = \arctan(1/\beta). \quad (17)$$

根据(17)式得到的最高条纹对比度情况下的起偏角  $\theta$  与剪切比  $\beta$  之间的关系曲线如图 3 所示。同时结合图 2 中的关系曲线可知,对于实验系统  $\beta = 0.69$  的情况,当起偏角  $\theta = 55^\circ$  时,可以产生最高的条纹对比度。

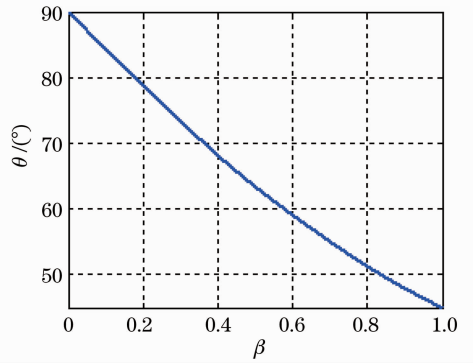


图 3 最高条纹对比度情况下起偏角与剪切比的关系

Fig. 3 Relationship between polarization angle and radial shearing ratio under the highest fringe contrast

针对图 1 所示的实验系统,旋转偏振片 P2,使起偏角  $\theta$  由  $0^\circ$  至  $90^\circ$  每隔  $5^\circ$  变化,然后采集对应于该起偏角情况下的干涉条纹。其中,为了容易计算条

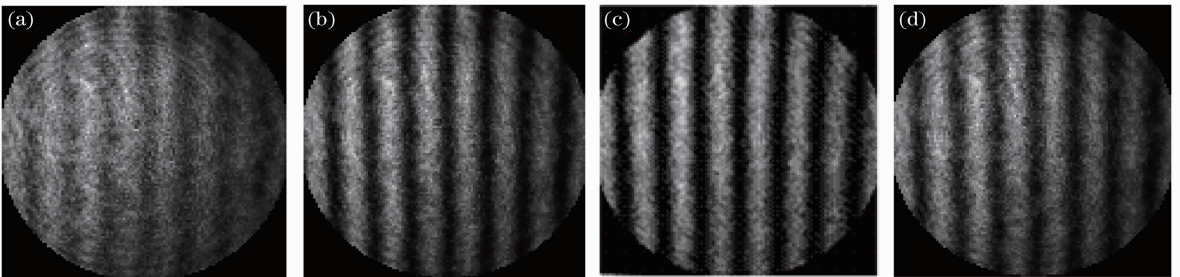


图 4 四帧干涉条纹示例,对应的起偏角分别为  $25^\circ, 35^\circ, 55^\circ$  和  $75^\circ$

Fig. 4 Example of four frame interferograms whose polarization angles respectively are  $25^\circ, 35^\circ, 55^\circ$  and  $75^\circ$

纹对比度,轻微倾斜反射镜 M1 或 M2 在两束相干光波之间引入倾斜调制,以产生大于一个条纹周期的干涉条纹,实验中采集到的部分干涉条纹如图 4 所示。计算每一帧干涉条纹的对比度,它们与相应起偏角之间的关系如图 5 中离散点所示。

利用最小二乘原理对实测数据进行多项式拟合,结果如图 5 中的实线所示。通过计算多项式极值点位置,可以确定出最大对比度情况下的起偏角  $\theta=55.3^\circ$ ,实验结果与上述理论分析结果吻合。当偏振片 P2 的旋转角大于  $90^\circ$  时,条纹对比度与起偏角的关系将大致重复图 5 结果。

#### 4 波前相位重建实验

实验测量中,利用 LC-SLM 产生待测畸变波前,将偏振片 P2 旋转至  $55.3^\circ$  以使得  $\beta=0.69$  情况下的干涉条纹对比度最高;然后旋转偏振片 P3 分别产生四帧相移量为  $\pi/2$  的移相干涉图。这里给出

两组实验结果,移相干涉图如图 6 所示,分别对应于待测波前为第 9 和 10 阶泽尼克像差的情形。

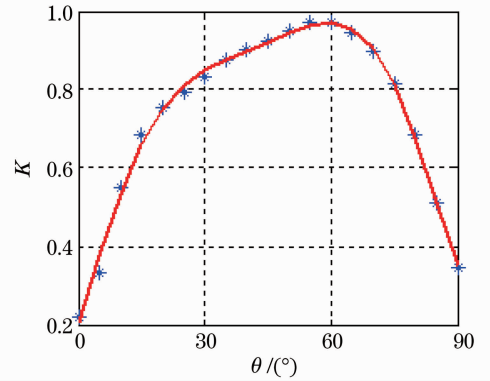


图 5 实验中条纹对比度与起偏角之间的关系。图中 \* 表示实验测量数据,曲线表示拟合结果

Fig. 5 Relationship between fringe contrast and polarization angle in the experiment. Measurement data are represented by \*, fitted result is represented by solid curve

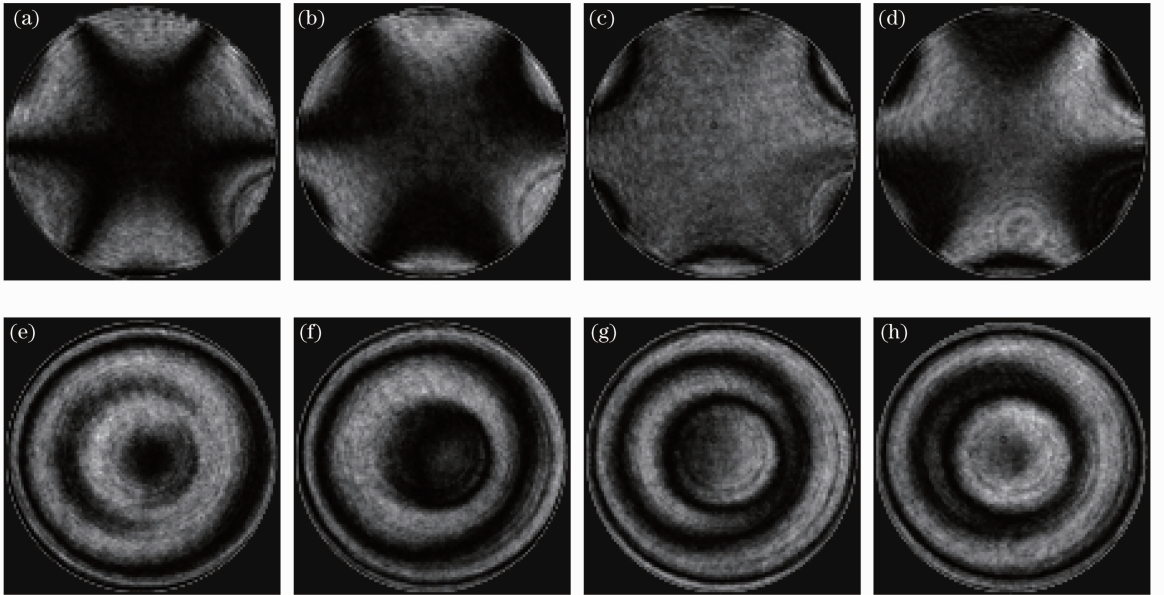


图 6 相移量为  $\pi/2$  的四帧移相干涉图. 第一行和第二行分别表示待测波前为第 9 和 10 阶泽尼克像差

Fig. 6 Four phase-shifted interferograms with phase shift of  $\pi/2$ . The first and the second rows represent respectively that the wavefronts to be measured are the 9th and the 10th order Zernike aberrations

然后,利用(10)式由四帧移相干涉图计算出两剪切光束之间的相位差,并进行相位解包裹运算;接着采用文献[13]提出的迭代算法重构待测波前。另外,使用 Zygo 干涉仪对 LC-SLM 所产生的像差进行测量,两种方法测量结果之差表示为残余相位,结果显示于图 7。两种待测波前情况下,残余相位的均方根(RMS)值分别等于  $0.041\lambda$  和  $0.032\lambda$ 。

#### 5 结 论

本文将偏振时间移相技术应用于共光路径向剪切干涉结构,建立了一种对比度可调的共光路径向剪切移相干涉仪,该系统具有自参考干涉、共光路、结构简单、调整容易等特点。基于该光学系统,对偏振移相干涉波前重建原理进行详细的理论推导,并进一步对干涉条纹对比度与起偏角之间的关系进行



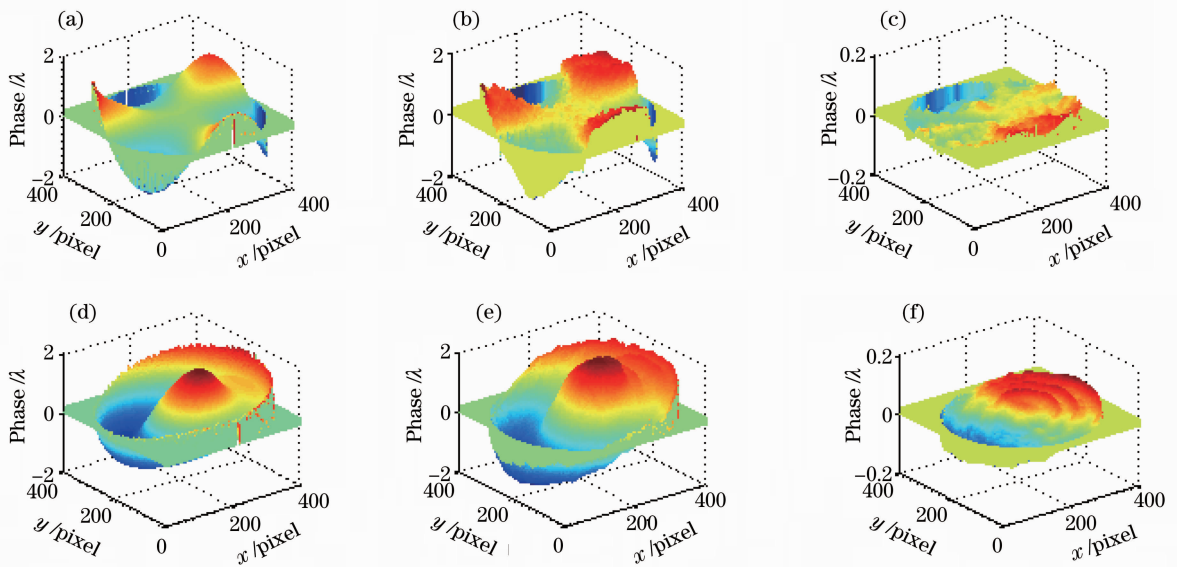


图7 本文所提方法与 Zygo 干涉仪测量结果以及二者的残余相位。第一行和第二行分别表示待测波面为第 9 和 10 阶泽尼克像差

Fig.7 Results measured by the proposed method and Zygo interferometer and residual phase between them. The first and the second rows represent respectively that the wavefronts to be measured are the 9th and the 10th order Zernike aberrations

理论分析、数值模拟与实验测试。结果显示,针对实验系统中使用的剪切比  $\beta=0.69$  的情况,起偏角约为  $55^\circ$  时可获得最高的条纹对比度,实验与理论结果吻合;研究结果可以为相关光学系统设计与建立提供重要理论依据。另外,基于上述研究结果,对 LC-SLM 生成的泽尼克像差进行实验测试,进一步证实了本文所提方法的有效性,并且证明了相关理论分析结果在提高干涉条纹对比度从而取得高精度测量方面具有重要理论意义和实际应用价值。

### 参 考 文 献

- 1 Wang Lijuan, Liu Liren, Luan Zhu *et al.*. Phase shifting jamin shearing interferometer based on polarization combination [J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(6): 0608002  
王利娟, 刘立人, 栾竹等. 基于偏振合束的相移雅满剪切干涉仪[J]. *中国激光*, 2012, **39**(6): 0608002
- 2 T. M. Jeong, D. K. Ko, J. Lee. Method of reconstructing wavefront aberrations by use of Zernike polynomials in radial shearing interferometers [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(3): 232~234
- 3 D. Li, F. Wen, Q. Wang *et al.*. Improved formula of wavefront reconstruction from a radial shearing interferogram [J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(3): 210~212
- 4 N. Gu, L. Huang, Z. Yang *et al.*. Modal wavefront reconstruction for radial shearing interferometer with lateral shear [J]. *Opt. Lett.*, 2011, **36**(18): 3693~3695
- 5 N. Feng, W. Wei. New theoretical analysis method for the phase center in the Fresnel region of complex structure antennas [J]. *J. Syst. Eng. Electron.*, 2008, **19**(5): 865~871
- 6 M. V. R. K. Murty. A compact radial shearing interferometer based on the law of refraction [J]. *Appl. Opt.*, 1964, **3**(7): 853~857
- 7 M. Takeda, I. Hideki, K. Seiji. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and

- interferometry [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 8 Li Dahai, Chen Huaixin, Chen Zhenpei *et al.*. Algorithm and accuracy study of wavefront reconstruction with different amplification ratio based on the cyclic radial shearing interferometer [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **29**(6): 503~508  
李大海, 陈怀新, 陈祯培等. 径向剪切干涉波前重建算法和不同倍数下重建精度的研究[J]. *中国激光*, 2002, **29**(6): 503~508
- 9 P. K. Mahendra, D. Claude. Shearing interferometer for phase shifting interferometry with polarization phase shifter [J]. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(24): 4439~4442
- 10 C. Dunsby, Y. Gu, P. French. Single-shot phase-stepped wide-field coherence gated imaging [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(2): 105~115
- 11 C. Dunsby, Y. Gu, P. M. W. French. Single-shot phase-stepped wide-field coherence gated imaging [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(2): 105~115
- 12 Zuo Fen, Chen Lei, Xu Chunsheng. Simultaneous phase-shifting interferometry based on two-dimension grating [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 663~667  
左芬, 陈磊, 徐春生. 基于二维光栅分光的同步移相干涉测量技术[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 663~667
- 13 D. Wang, Y. Yang, C. Chen *et al.*. Point diffraction interferometer with adjustable fringe contrast for testing spherical surfaces [J]. *Appl. Opt.*, 2011, **50**(16): 2342~2348
- 14 Wang Ming, Ma Li, Li Dacheng *et al.*. Ordered phase unwrapping method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(11): 1524~1527  
王鸣, 马力, 李达成等. 级数相位去包裹方法[J]. *光学学报*, 2000, **20**(11): 1524~1527
- 15 Li Dahai, Zhao Xiaofeng, Chen Huaixin *et al.*. Algorithm study of wavefront reconstruction based on the cyclic radial shear interferometer [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **14**(2): 223~227  
李大海, 赵晓凤, 陈怀新等. 基于循环式径向剪切干涉法的波前重建算法研究[J]. *强激光与粒子束*, 2002, **14**(2): 223~227

栏目编辑: 何卓铭