

超常介质中三、五阶非线性引起的交叉相位调制的非稳定性

刘 颖¹ 余传禧¹ 胡之惠^{1,2} 薛燕陵¹

(¹ 华东师范大学信息科学技术学院通信工程系, 上海 200241)
(² 上海电机学院电子信息学院通信工程系, 上海 200240)

摘要 推导了同向传播但波长不同的两光波, 在三、五阶非线性效应同时作用下、基于超常介质 Drude 色散模型的耦合非线性薛定谔方程组和交叉相位调制引起的调制不稳定性(XMI)的增益公式, 分析了五阶非线性效应对交叉相位调制引起的不稳定增益谱的影响。结果表明, 五阶非线性效应加强了调制不稳定性, 使增益谱变宽, 峰值变大, 并且反常群速度色散(GVD)区域调制不稳定性的增益明显大于正常 GVD 区域。比较了考虑群速度失配(GVM)与忽略 GVM 的两种情况, 发现 GVM 对 XMI 起了重要的作用。当两列光脉冲同时在正折射率区域或在不同的折射率区域传播时 XMI 最严重。

关键词 非线性光学; 超常介质; 交叉相位调制; 调制不稳定性; 三、五阶非线性; 增益谱

中图分类号 Q437; TN913 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0619001

Modulation Instability of Cross-Phase Modulation Induced by Cubic-Quintic Nonlinearity in Metamaterials

Liu Ying¹ Xu Chuanxi¹ Hu Zhihui^{1,2} Xue Yanling¹

(¹ Department of Communications, East China Normal University, Shanghai 200241, China)
(² Department of Communications, Shanghai Dianji University, Shanghai 200240, China)

Abstract Based on the dispersive Drude model in metamaterials, nonlinear coupled Schrödinger equations are derived for two copropagating optical waves with cubic-quintic nonlinearity and modulation instabilities induced by the cross-phase modulation (XMI) are studied. The impact of quintic nonlinearity on the gain spectra of XMI is analyzed. It shows that the quintic nonlinearity strengthens the XMI with broader XMI spectra and higher peak gain. It is found that the XMI gain is obviously larger in the region with abnormal group velocity dispersion (GVD) than that in the region with normal GVD. Two cases with or without the group velocity mismatch (GVM) in XMI are compared and the GVM is found to play an important role in the occurrence of XMI. It also shows that the serious XMI occurs when two optical waves propagate simultaneously in the positive refractive index region or in different refractive index regions.

Key words nonlinear optics; metamaterial; cross-phase modulation; modulation instability; cubic-quintic nonlinearity; gain spectrum

OCIS codes 190.4400; 190.3100

1 引 言

介质中群速度色散(GVD)和非线性效应的相互作用在一定条件下将导致弱扰动呈现指数式增长, 使稳态传输的光产生不稳定性, 这种现象被称为

调制不稳定性(MI)。在自聚焦非线性介质中, 调制不稳定一般只能在反常色散区产生^[1]。但是当两束或更多束具有不同波长的光同时在介质中传输时, 它们将与介质发生相互作用, 即产生交叉相位调制

收稿日期: 2012-12-26; **收到修改稿日期**: 2013-02-05

基金项目: 国家 973 计划(2011CB921604)资助课题。

作者简介: 刘 颖(1989—), 女, 硕士研究生, 主要从事非线性光学与左手材料等方面的研究。

E-mail: fuji_ying@163.com

导师简介: 薛燕陵(1961—), 女, 教授, 主要从事光通信器件、材料及系统等方面的研究。E-mail: ylxue@ee.ecnu.edu.cn

作用,使得调制不稳定性不仅能够反常色散区产生,也能够正常色散区产生^[2]。这种调制不稳定性可用于产生高重复率的超短光脉冲串^[3],制成调制不稳定性激光器^[4]以及产生时间光孤子^[5]。因此,调制不稳定性一直受到人们的广泛关注,同时常规介质中交叉相位调制引起的调制不稳定性(XMI)已获得系统的研究^[6]。

近年来,有关超常介质的研究引发了科研工作者的极大兴趣^[7~14]。超常介质是一种人工合成材料,它拥有一些天然材料所不具备的性质,其中最引人注目的超常介质是负折射率材料。负折射率材料是介电常数和磁导率同时为负的一种人工合成材料。它具有负的折射率、负的 Goos-Hänchen 位移、群速度及坡印亭矢量与传播方向相反等反常物理特性^[9]。超常介质也是一种非线性介质,其三阶非线性产生的自相位调制和交叉相位调制也存在调制不稳定性^[10~12]。但是,当入射光功率较强,或者在一些非线性光学系数相对较高的超常材料中,即使只有中等光强的光入射,也需要考虑五阶非线性效应的影响^[13,14]。已有工作表明超常材料中,五阶非线性效应可以影响自相位调制中的调制不稳定性^[13]。因此,有必要研究这种三、五阶非线性同时存在于超

常介质中的 XMI。

本文研究了两光脉冲在超常介质中同向传输时的 XMI。着重分析了三、五阶非线性同时存在时,五阶非线性系数对交叉相位调制不稳定性条件和增益谱的影响。

2 超常介质中具有不同频率的两个光波的传输模型

考虑两个具有不同频率的光波同时在超常介质中传播的情况。假设两光波的电场是在 x 方向线性偏振的。做准单色近似后,介质中的总电场可以表示为^[1]

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_x \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} A_j(z, t) \exp[i(k_j z - \omega_j t)] + \text{c. c.}, \quad (1)$$

式中 $j=1, 2$, \mathbf{e}_x 是 x 方向的单位矢量, ω_j 是介质中两光波的中心频率, $k_j = n(\omega_j)\omega_j/c$ 是传播常数。假设振幅 A_j 是时间和空间的慢变函数。

不仅考虑三阶非线性效应,还考虑五阶非线性效应的影响,但忽略更高阶非线性效应的作用,于是总的电极化率可以写成

$$\mathbf{P}_{\text{NL}}(\omega_j) = \epsilon_0 \chi^{(3)} (|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2) \mathbf{E}_j + \epsilon_0 \chi^{(5)} (|E_j|^4 + 3|E_{3-j}|^4 + 6|E_j|^2 |E_{3-j}|^2) \mathbf{E}_j, \quad (2)$$

式中 ϵ_0 是真空介电常数, $\chi^{(3)}$ 和 $\chi^{(5)}$ 分别代表三、五阶电极化率。电场 \mathbf{E} 满足下列波动方程

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{\text{NL}}}{\partial t^2}, \quad (3)$$

式中 ϵ 和 μ 分别是超常介质的介电常数和磁导率,可以表示为 $\epsilon(\omega_j) = \epsilon_0 \epsilon_r(\omega_j)$ 和 $\mu(\omega_j) = \mu_0 \mu_r(\omega_j)$, 其中 μ_0 是真空中磁导率常数, ϵ_r 和 μ_r 分别为相对介电常数和相对磁导率。

在超常介质中, ϵ_r 和 μ_r 存在色散,其频率色散关系可以用有损耗的 Drude 模型来表示:

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) &= \epsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega(\omega + i\gamma_e)} \right], \\ \mu(\omega) &= \mu_0 \left[1 - \frac{\omega_{\text{pm}}^2}{\omega(\omega + i\gamma_m)} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

式中 ω_{pe} 和 ω_{pm} 分别是电场和磁场的等离子频率, γ_e 和 γ_m 分别是电损耗和磁损耗。

因为在频域上解波动方程相对简单,所以对(3)式做傅里叶变换,得到

$$\frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} = -k_j^2 E_j - \mu_0 \mu_r \omega^2 P_{\text{NL}}^j, \quad (5)$$

式中的 E_j 和 P_{NL}^j 分别是 \mathbf{E}_j 和 \mathbf{P}_{NL}^j 经过傅里叶变换后的频域表示形式。波数也可以被表示为 $k_j^2 = \omega_j^2 \epsilon(\omega_j) \mu(\omega_j)$, 其频率依赖性导致了 GVD。因为负折射率被限制在一个特定的频率范围内,这允许对 $k(\omega_j)$ 和 $\mu(\omega_j)$ 在中心频率 ω_j 上进行泰勒级数展开,并截断在特定的阶数。这样频域的传播方程(5)式进一步表示为

$$\frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} + \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_n + i\alpha_n}{n!} (\omega - \omega_j)^n \right]^2 E_j + \mu_0 \omega^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n}{n!} (\omega - \omega_j)^n \right] P_{\text{NL}}^j = 0, \quad (6)$$

式中 $\beta_n + i\alpha_n = \frac{\partial^n k_j}{\partial \omega^n} |_{\omega=\omega_j}$, $H_n = \frac{\partial^n \mu_j}{\partial \omega^n} |_{\omega=\omega_j}$ 。

再对(6)式进行傅里叶逆变换,可以得到时域的传播方程为

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2i\beta_{j0}\frac{\partial}{\partial z} + 2\beta_{j0}\Xi_j + \Xi_j^2\right)A_j = -\epsilon_0\mu_0\chi^{(3)}\omega_j^2\left(1 + \frac{i}{\omega_j}\frac{\partial}{\partial t}\right)^2\pi(|A_j|^2 + 2|A_{3-j}|^2)A_j - \\ \epsilon_0\mu_0\chi^{(5)}\omega_j^2\left(1 + \frac{i}{\omega_j}\frac{\partial}{\partial t}\right)^2\pi(|A_j|^4 + 3|A_{3-j}|^4 + 6|A_j|^2|A_{3-j}|^2)A_j, \end{aligned} \quad (7)$$

式中的 $\Xi_j = i\text{Im}[k_j(\omega_j)] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(\beta_{jn} + i\alpha_{jn})}{n!} \frac{\partial^n}{\partial t^n}$, $\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n H_{jn}}{n!} \frac{\partial^n}{\partial t^n}$ 。为了简化(7)式,假设电磁波的包络是时间和空间的慢变函数,满足慢变条件: $|\partial^2 A_j / \partial z^2| \ll \beta_{j0} |\partial A_j / \partial z|$, $|\partial^2 A_j / \partial t^2| \ll \omega_j |\partial A_j / \partial t|$ 。同时忽略自陡峭效应、高阶色散系数和 Ξ_j 的平方项。于是,(7)式可以简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_j}{\partial z} = -\beta_{1j}\frac{\partial A_j}{\partial t} - i\frac{1}{2}\beta_{2j}\frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} - \frac{\alpha_j}{2}A_j + i\Gamma_{1j}(|A_j|^2 + 2|A_{3-j}|^2)A_j + \\ i\Gamma_{2j}(|A_j|^4 + 3|A_{3-j}|^4 + 6|A_j|^2|A_{3-j}|^2)A_j, \end{aligned} \quad (8)$$

式中三阶非线性系数 $\Gamma_{1j} = \epsilon_0\mu_0\chi^{(3)}\omega_j^2\mu_r(\omega_j)/(2\beta_{j0})$, 五阶非线性系数 $\Gamma_{2j} = \epsilon_0\mu_0\chi^{(5)}\omega_j^2\mu_r(\omega_j)/(2\beta_{j0})$, 一阶色散为 $\beta_{1j} = \frac{\partial k_j}{\partial \omega}|_{\omega=\omega_j} = \frac{1}{v_{gj}}$, GVD 为 $\beta_{2j} = \frac{\partial^2 k_j}{\partial \omega^2}|_{\omega=\omega_j}$ 。(8)

式在超常介质中,两个光脉冲同向传输的波动方程。

一般来说,表现为相对介电常数和相对磁导率虚数部分的损耗是光学超常介质中光波模式激发过程中的一个基本效应,不能从经典的 Drude 模型中忽略。然而,在所做的具体研究中,损耗对于交叉相位调制和其他非线性效应本身并没有太大影响,它只是对调制不稳定增益的强度有作用。而且,可以通过优化阻抗匹配设计^[15,16],以及使用增益材料补偿^[17]来消除损耗或减少损耗到最低程度。所以为了简化下列计算,在此忽略损耗。依据折射率的定义 $n = \sqrt{\epsilon_r\mu_r}$,从(6)~(8)式可以得到更多的参数,比如一阶色散 β_1 、GVD β_2 、非线性系数 Γ_1 和 Γ_2 。这些参数可以表示为

$$\beta_1 = \frac{1}{cn}\left(n^2 + \frac{1 + \bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^2} - \frac{2\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4}\right), \quad (9)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{cn^3\bar{\omega}\omega_{pe}}\left[n^2\left(1 + \frac{3\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4}\right) - \left(1 - \frac{\bar{\omega}_p^2}{\bar{\omega}^4}\right)^2\right], \quad (10)$$

$$\Gamma_1 = \chi^{(3)}\bar{\omega}\omega_{pe}\frac{1 - \bar{\omega}_p^2/\bar{\omega}^2}{2cn},$$

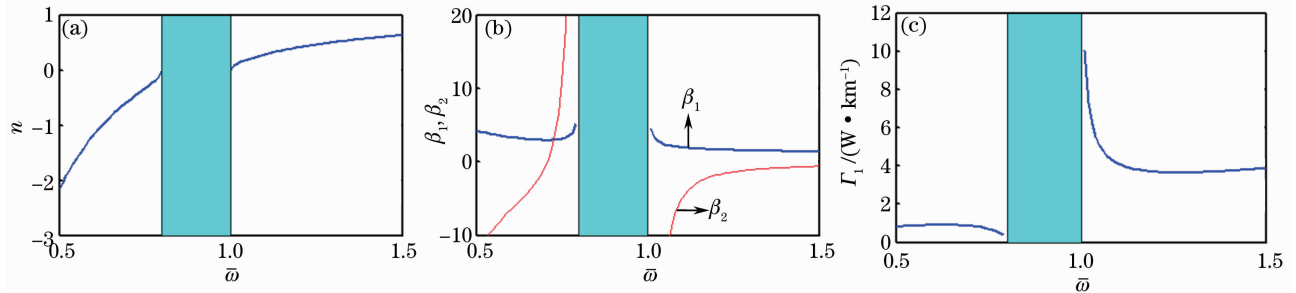


图1 折射率 n , 一阶色散 β_1 , GVD β_2 , 和非线性系数 Γ_1 随归一化频率 $\bar{\omega}$ 的变化曲线。 β_1 和 β_2 的单位分别为 c^{-1} 和 $(c\omega_{pe})^{-1}$
Fig. 1 Refractive index n , first-order dispersion β_1 , GVD β_2 , nonlinearity coefficient Γ_1 versus normalized frequency $\bar{\omega}$, respectively. β_1 and β_2 are in units of c^{-1} and $(c\omega_{pe})^{-1}$, respectively

3 超常介质中的 XMI

超常介质中 XMI 的分析过程与常规介质中的类似^[1]。令(8)式的时间微分项为零,得到方程的稳态解为

$$\bar{A}_j = \sqrt{P_j} \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha_j z\right) \exp(i\varphi_j), \quad (12)$$

式中 P_j 为光波的初始入射功率, α_j 为材料损耗系数。把(12)式代入(8)式可以得到非线性相移 φ_j 为

$$\begin{aligned} \varphi_j = & \frac{\Gamma_{1j} P_j \exp(-\alpha_j z)}{-\alpha_j} + \frac{2 \Gamma_{1j} P_{3-j} \exp(-\alpha_{3-j} z)}{-\alpha_{3-j}} + \frac{\Gamma_{2j} P_j^2 \exp(-2\alpha_j z)}{-2\alpha_j} + \\ & \frac{3 \Gamma_{2j} P_{3-j}^2 \exp(-2\alpha_{3-j} z)}{-2\alpha_{3-j}} + \frac{6 \Gamma_{2j} P_j \exp(-\alpha_j z) P_{3-j} \exp(-\alpha_{3-j} z)}{-\alpha_j - \alpha_{3-j}}. \end{aligned} \quad (13)$$

为了检验稳态解的稳定性,可以加入一个与时间有关的微扰项。于是(12)式变为

$$A_j = (\sqrt{P_j} + a_j) \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha_j z\right) \exp(i\varphi_j), \quad (14)$$

式中 $a_j(z, t)$ 是一个微扰项,具有特性 $|a_j(z, t)| \ll \sqrt{P_j}$ 。将(13)式和(14)式代入(8)式,并使 a_1, a_2 线性化,可以得到 a_1, a_2 满足的方程组为

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_j}{\partial z} + \beta_{1j} \frac{\partial a_j}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2j} \frac{\partial^2 a_j}{\partial t^2} = & i \Gamma_{1j} P_j \exp(-\alpha_j z) (a_j + a_j^*) + 2i \Gamma_{1j} \sqrt{P_j P_{3-j}} \exp(-\alpha_{3-j} z) (a_{3-j} + a_{3-j}^*) + \\ & 2i \Gamma_{2j} P_j \exp(-\alpha_j z) [P_j \exp(-\alpha_j z) + 3P_{3-j} \exp(-\alpha_{3-j} z)] (a_j + a_j^*) + \\ & 6i \Gamma_{2j} \sqrt{P_j P_{3-j}} \exp(-\alpha_{3-j} z) [P_j \exp(-\alpha_j z) + P_{3-j} \exp(-\alpha_{3-j} z)] (a_{3-j} + a_{3-j}^*). \end{aligned} \quad (15)$$

假设(15)式中微扰的通解形式为

$$a_j = U_j \cos\left[kz - \Omega_j \left(t - \frac{z}{V_{gj}}\right)\right] + i V_j \sin\left[kz - \Omega_j \left(t - \frac{z}{V_{gj}}\right)\right], \quad (16)$$

式中 k 为波数, Ω_j 为微扰频率。将(16)式代入(15)式,并分别令每个方程的实部和虚部为零,可得关于 U_1, V_1, U_2, V_2 的 4 个齐次方程组。该方程组只有在波数 k 和微扰频率 Ω_j 满足有非平凡解的色散关系

$$\left[\left(k - \frac{\Omega}{V_{g1}}\right)^2 - f_1\right] \left[\left(k - \frac{\Omega}{V_{g2}}\right)^2 - f_2\right] = C_{\text{XPM}}, \quad (17)$$

式中

$$f_j = \frac{1}{2} \beta_{2j} \Omega_j^2 \left[2 \Gamma_{1j} P_j' + 4 \Gamma_{2j} P_j' (P_j' + 3P_{3-j}') + \frac{1}{2} \beta_{2j} \Omega_j^2\right], \quad (18)$$

$$C_{\text{XPM}} = 4 \beta_{21} \beta_{22} \Omega_1^2 \Omega_2^2 P_1' P_2' [\Gamma_{11} \Gamma_{12} + 3(P_1' + P_2') (\Gamma_{11} \Gamma_{22} + \Gamma_{12} \Gamma_{21}) + 9 \Gamma_{21} \Gamma_{22} (P_1' + P_2')^2], \quad (19)$$

$$P_j' = P_j \exp(-\alpha_j z), \quad (20)$$

式中 C_{XPM} 为两光波交叉相位调制的耦合因数。对某些扰动频率,在满足条件 $f_1 f_2 < C_{\text{XPM}}$ 时, k 为复数,能产生调制不稳定,并且 a_j 呈指数增长趋势。若一开始就忽略群速度失配(GVM), $\delta = V_{g1}^{-1} - V_{g2}^{-1}$, 则产生的扰动功率增益系数为

$$g(\Omega_1, \Omega_2) = 2\text{Im}(k) = \sqrt{2} \left\{ [(f_1 + f_2)^2 + 4(C_{\text{XPM}} - f_1 f_2)]^{1/2} - (f_1 + f_2) \right\}^{1/2}. \quad (21)$$

在一般情况下, GVM 是不能忽略的。假定扰动频率 $|\Omega_1| = |\Omega_2| = |\Omega|$, 并且引入 GVM 和参数 $K = k - \frac{\Omega}{V_{g2}}$, (17)式变成

$$[(K - \delta\Omega)^2 - f_1][K^2 - f_2] = C_{\text{XPM}}, \quad (22)$$

这时扰动功率增益系数为

$$\begin{aligned} g(\Omega) = 2\text{Im} K = & [4(f_1 \delta^2 \Omega^2 + C_{\text{XPM}}) - \\ & \delta^2 \Omega^2 - 4f_1]^{1/2}. \end{aligned} \quad (23)$$

超常介质中由于 GVM 的影响, XMI 可以分为三种情况: 1) 两个脉冲都在负折射率区域传输; 2) 两

个脉冲都在正折射率区域传输; 3) 两个脉冲中一个在负折射率区域传输而另一个在正折射率区域传输。在数值分析中, 选择输入脉冲宽度 $T_0 = 1$ ps, 这样在时间和空间上可以采用慢变包络近似, 并且可以忽略三阶及三阶以上色散的影响^[1]。假设色散长度 $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$ 与非线性长度相等 $L_{\text{NL}} = \frac{1}{\gamma P_0}$, 可以估出输入脉冲的峰值功率的数量级为 $P_{j0} = 100$ W。在下面的数值计算中, 都取这一功率值。另外, 因为两列光波的波长相差不大, 可以假定损耗 $\alpha_1 \approx \alpha_2 = \alpha =$

0.2 dB·km⁻¹。

3.1 两个脉冲都在负折射率区域传输

从(21)式和(23)式中,发现 XMI 的发生及它的增益谱受到很多因素的影响。这些因素有 GVD、三、五阶非线性系数、微扰频率、光脉冲的输入功率和衰减因子等。这里主要讨论五阶非线性效应和 GVM 对 XMI 增益谱的影响。仅在 $0 < \omega/\omega_{pe} < 0.8$ 的区域画出了 XMI 的增益谱。在这个区域中,超常介质中的折射率为负值。

3.1.1 五阶非线性效应对 XMI 增益谱的影响

在交叉相位调制中,三阶非线性调制了两个同向传播的光波的相位,同时它与 GVD 的相互作用也增大了原先微小的扰动,呈现出调制不稳定性。

五阶非线性是一个更高阶的非线性过程,当光功率足够高的时候,它可以增大三阶非线性作用的效果。从图 1(c)中可以清楚地看到:无论归一化频率 ω 位于正或负的折射率区域,三阶非线性系数 Γ_1 总是正的。根据(11)式,可以看出五阶非线性系数 Γ_2 与三阶非线性系数 Γ_1 具有相似的特性,即它在整个频域中都是正的。且由于超常介质中存在着色散,三阶与五阶非线性系数皆非常数,而是依赖于频率。为了说明五阶非线性效应的影响,选取五阶电极化率 $\chi^{(5)}$ 为常数,使得五阶非线性系数根据(11)式依赖于频率变化,并画出超常介质中,五阶电极化率 $\chi^{(5)}$ 对交叉相位调制引起的 MI 增益谱的影响,如图 2 所示。

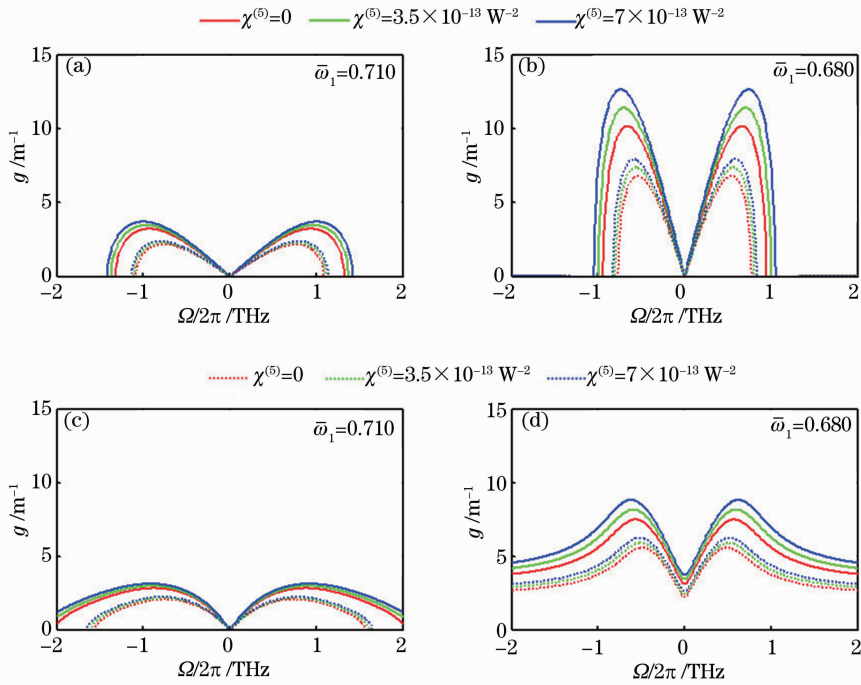


图 2 当 $P_1 = P_2 = 100$ W 时五阶非线性对 XMI 增益谱的影响。(a) 正常 GVD, $|\Omega_1| = |\Omega_2| = |\Omega|$; (b) 反常 GVD,

$|\Omega_1| = |\Omega_2| = |\Omega|$; (c) 正常 GVD, $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$, $\frac{\Omega_1}{2\pi} = 0.6$ THz; (d) 反常 GVD, $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$, $\frac{\Omega_1}{2\pi} = 0.3$ THz

Fig. 2 Impact of the quintic nonlinearity on the XMI gain spectra with $P_1 = P_2 = 100$ W. (a) In the normal GVD region with

with $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$, $\frac{\Omega_1}{2\pi} = 0.6$ THz; (d) in the abnormal GVD region with $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$, $\frac{\Omega_1}{2\pi} = 0.3$ THz

图 2 中先假设没有 GVM, 此时 $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}$ 。图中的虚线部分为相应的实线部分经过 $z = 2$ km 传播后的增益谱, 衰减因子 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.2$ dB·km⁻¹。在图 2(a)和图 2(b)中,假设两个同向传播光波的调制频率是相同的,即 $|\Omega_1| = |\Omega_2| = |\Omega|$ 。而图 2(c)和图 2(d)则讨论更为一般的情况即两个同向传播光波的调制频率是不同的 $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$ 。可以看出,五

阶电极化率 $\chi^{(5)}$ 的增大使得 XMI 增益谱谱宽更宽, 频谱的峰值更高。这说明随着五阶非线性的增强, 微扰频率的影响范围得到了扩大, 调制不稳定性的程度得到了加强。同时, 最大增益处的微扰频率并不是固定的, 当五阶电极化率 $\chi^{(5)}$ 增加时, 最大增益处所对应的微扰频率会变得更高。其中图 2(a)和图 2(c)对应于正常的 GVD ($\beta_2 > 0$), 而图 2(b)和

图 2(d)则对应于反常的 GVD ($\beta_2 < 0$)。可以看到:在反常的 GVD 区域, XMI 增益比正常 GVD 区域大了近 3 倍;而且随着五阶非线性的增强,反常 GVD 区域中 XMI 增益增大的程度比在正常 GVD 区域中更明显。当 $|\Omega_1| = |\Omega_2|$ 时[图 2(a)和图 2(b)],增益谱在正常与反常 GVD 区域中都有截止频率。一旦超过了截止频率,便没有了 XMI 增益,调制不稳定性效应就不会发生。当 $|\Omega_1| \neq |\Omega_2|$ 时[图 2(c)和图 2(d)],正常的 GVD 区域中仍然存在截止频率,然而在反常 GVD 区域内不仅没有截止频率,并且增益谱的形状也与图 2(b)不相同。

图 2 中的虚线表示了光波传播了一定距离时所对应的增益谱,体现出材料衰减对增益谱的影响。可以看到:随着传播距离的增加,由于光功率不断衰减, XMI 的增益相应地减小,增益谱的宽度也相应地变窄。也就是说,在超常材料中, XMI 的程度随着光功率的增强而增强。

3.1.2 GVM 对 XMI 增益谱的影响

图 3 更接近于实际的情况,假定两列同向传播光波的群速度不再相等,引入群速度失配参数 δ 。图 3 显示了在 $|\Omega_1| = |\Omega_2| = |\Omega|$ 的假定下,超常介质中交叉相位调制在正常和反常 GVD 区域的调制

不稳定性、五阶非线性效应和群速度失配三者之间的关系。图 3 增益谱的形状和图 2 很不一样,增益谱是分立的,不像图 2 那样所有的频谱都从零频率点开始发散。也就是说微扰频率的范围随着群速度失配的不同而不同。可以发现:五阶非线性的增强使得 XMI 谱线变宽,增益峰值变大,这与图 2 中的情形一致。但是图 3 与图 2(a)、图 2(c)的不同之处在于:图 2(a)和图 2(c)中的微扰频率被限制在一个很小的区域内,而图 3 的微扰频率范围可以依据 GVM 的不同而变得非常宽。另外,在正常 GVD 区域,当其他的因素都相同时,随着 GVM 的增加,增益谱线会变窄,峰值功率变大,并且移向更高的微扰频率。然而,在反常 GVD 区域,增益的峰值随着群速度失配的增大而减小。与图 2 相比,对于相同的五阶电极化率 $\chi^{(5)}$,在正常 GVD 区域,图 3(a)的增益比图 2(a)的更大;但是在反常色散区域,图 3(b)的增益则与图 2(b)的相似,没有明显的变化。另外,图 3(a)的三个子图与图 3(b)的三个子图也存在着一个很大的差别,即 GVM 可以在很大程度上改变增益谱线的数量。对于一个 GVM 值,图 3(b)的三个子图(反常 GVD 区域)存在不止一根增益谱线。另外,在正常 GVD 区域中,调制频率的区间跨度要比在反常 GVD 区域中宽约 4 倍。

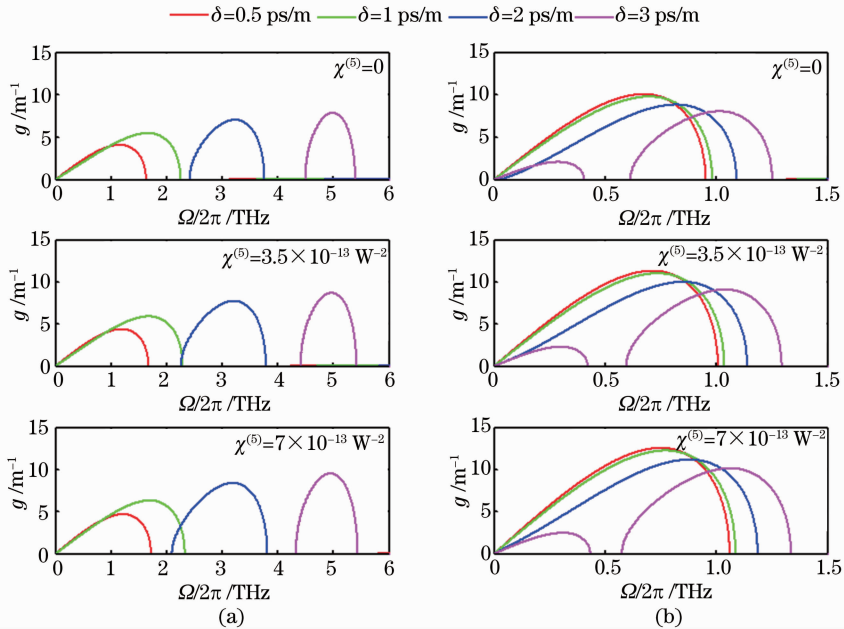


图 3 当 $P_1 = P_2 = 100$ W 时,不同 GVM 和不同五阶非线性对应的 XMI 增益谱。

(a) 正常 GVD $\bar{\omega}_1 = 0.71$; (b) 反常色散 $\bar{\omega}_1 = 0.68$

Fig. 3 XMI gain spectra for different quintic nonlinear coefficients and different GVM when $P_1 = P_2 = 100$ W.

(a) Normal GVD region with $\bar{\omega}_1 = 0.71$; (b) abnormal GVD region with $\bar{\omega}_1 = 0.68$

图 4 再一次显示了在正常和反常 GVD 区域、不同的群速度失配参数下的 XMI 增益谱的变化,但这次两个光波的中心频率是变化的。然而不管 $\bar{\omega}_1$ 和 $\bar{\omega}_2$ 怎样变化,始终保持群速度失配参数 $\delta=0.5, 1, 2, 3$ ps/m。在正常的 GVD 区域[图 4(a)~(c)],随着中心频率 $\bar{\omega}_1$ 的变小,频谱带宽变宽、增益峰值变大

并且微扰频率范围变广;相反在反常色散区域[图 4(d)~(f)],中心频率 $\bar{\omega}_1$ 的降低使得总频谱收缩,不过增益峰值和频谱带宽的变化不大。此外,在正常 GVD 区域中,调制频率的区间跨度要比在反常 GVD 区域中宽很多倍,且这个倍数随两个信号脉冲的中心频率变化,最宽时可达 15 倍。

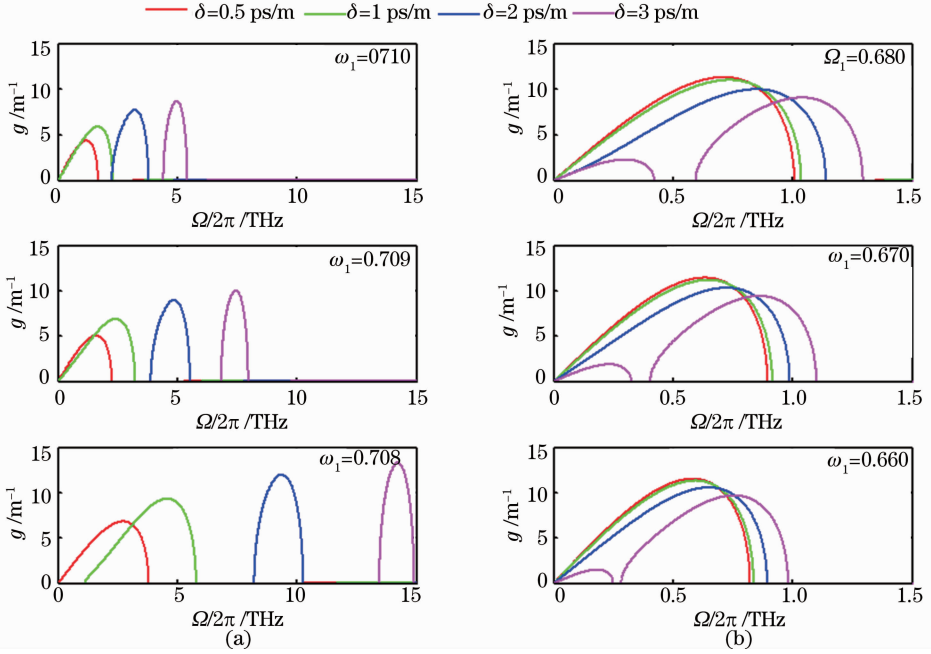


图 4 当 $P_1=P_2=100$ W、五阶电极化率为 $\chi^{(5)}=3.5\times 10^{-13}$ W $^{-2}$ 时,不同群速度失配对应的 XMI 增益谱。在正常 GVD 区域。(a) $\bar{\omega}_2=0.7103, 0.7107, 0.7112, 0.7118$; (b) $\bar{\omega}_2=0.7095, 0.7099, 0.7106, 0.7112$; (c) $\bar{\omega}_2=0.7093, 0.7102, 0.7108$; 在反常 GVD 区域; (d) $\bar{\omega}_2=0.6799, 0.6797, 0.6796, 0.6795$; (e) $\bar{\omega}_2=0.6699, 0.6698, 0.6697, 0.6696$; (f) $\bar{\omega}_2=0.6599, 0.6598, 0.6597, 0.6596$

Fig. 4 XMI Gain spectra for different GVM when $P_1=P_2=100$ W, $\chi^{(5)}=3.5\times 10^{-13}$ W $^{-2}$. In the normal GVD region. (a) $\bar{\omega}_2=0.7103, 0.7107, 0.7112, 0.7118$; (b) $\bar{\omega}_2=0.7095, 0.7099, 0.7106, 0.7112$; (c) $\bar{\omega}_2=0.7088, 0.7093, 0.7102, 0.7108$. In the abnormal GVD region; (d) $\bar{\omega}_2=0.6799, 0.6797, 0.6796, 0.6795$; (e) $\bar{\omega}_2=0.6699, 0.6698, 0.6697, 0.6696$; (f) $\bar{\omega}_2=0.6599, 0.6598, 0.6597, 0.6596$

3.2 两个脉冲都在正折射率区域传输

在 $\omega/\omega_{pe}>1.0$ 的正折射率区域,GVD 始终是反常的,即 $\beta_{2j}<0$ 。图 5 表示 XMI 增益谱如下光波频率时的表现:1)光波具有与电等离子体频率较为不同的频率,如 $\bar{\omega}_1=1.25$;2)光波频率接近电等离子体频率,如 $\bar{\omega}_1=1.02$ 。在图 5 中,同样选取五阶电极化率为 $\chi^{(5)}=0, 3.5\times 10^{-13}, 7\times 10^{-13}$ W $^{-2}$ 。于是,根据(11)式,图 5(a)中的频率 $\bar{\omega}_1=1.25$,所对应的五阶非线性系数分别为 $\Gamma_2=0, 12.8\times 10^{-3}, 25.5\times 10^{-3}$ W $^{-2}\cdot\text{km}^{-1}$ 。图 5(b)中的频率 $\bar{\omega}_1=1.02$,所对应的五阶非线性系数分别为 $\Gamma_2=0, 25.6\times 10^{-3}, 51.2\times 10^{-3}$ W $^{-2}\cdot\text{km}^{-1}$ 。与前面的讨论类似,五阶非线性也增加了调制不稳定性。但如果一列光波频率靠近电等离子体频率,XMI 仅仅发生在很小的微

扰频率带宽内。同时可以看到,图 5(b)中 XMI 增益最大值接近于图 5(a)的两倍,这是由于图 5(b)中的五阶非线性系数接近于图 5(a)中的两倍而导致的。由于图 5 的峰值增益比前面讨论的情形大很多,本节所讨论的情形将触发严重的调制不稳定性。为了不让这种情况发生,应尽量避免让两个光脉冲信号都在正折射率区域传输。

3.3 两个脉冲各自在不同的折射率区域传输

当两列光波在不同的折射率区域传播的时候,XMI 会在下面的两种情况被触发:1)两列光波有不同的 GVD,即 $\beta_{21}\beta_{22}<0$ [图 6(a)];2)两列光波都在反常色散区域[图 6(b)]。同样,五阶非线性也增加了调制不稳定性。除了图 6(a)中增益谱出现拖尾现象外,图 6 显示出群速度失配 δ 对增益谱几乎没有太

大影响。但由于增益谱的峰值功率也很大,调制不稳定性也非常严重,所以这种两列光波在不同的折

射率区域传播的情形也是应该避免的。

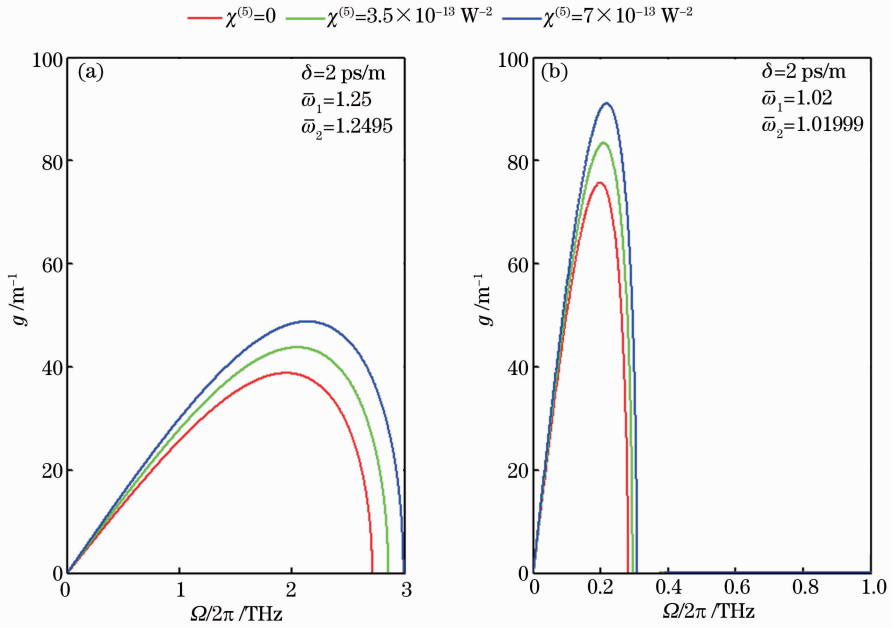


图 5 当 $P_1=P_2=100$ W, 两列光波在正折射率、反常 GVD 区域传输时的 XMI 增益谱

Fig. 5 XMI gain spectra for the two waves propagating in the positive refractive index region with the abnormal GVD when $P_1=P_2=100$ W

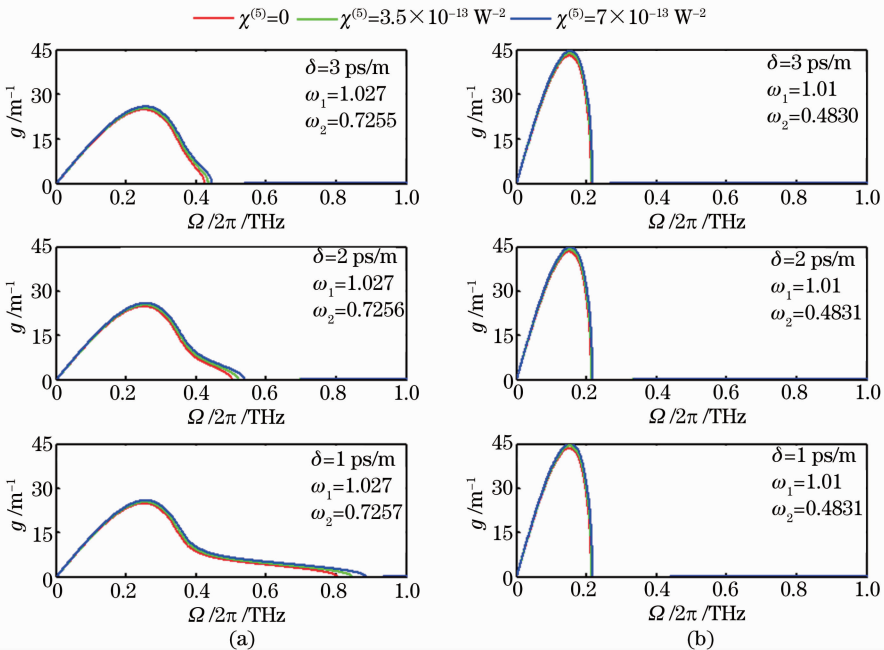


图 6 当 $P_1=P_2=100$ W 时, 两列光波在不同的折射率区域传输时的 XMI 增益谱

Fig. 6 XMI gain spectra for two light waves propagating in the different refractive index regions when $P_1=P_2=100$ W

4 结 论

针对五阶非线性效应与 GVM 对超常介质中 XMI 的影响, 并根据折射率将两束光波分成三种

不同的情况进行讨论。研究发现: 五阶非线性效应在三种情况下都能够对调制不稳定性的增益谱线和调制频率等产生影响, 并且在反常 GVD 区域这种作用效果更加明显。以上研究成果为更好地控制及

利用高功率、高速率信号在超常介质中传输时引起的调制不稳定性提供了理论依据。

参 考 文 献

- 1 G. P. Agrawal. Modulation instability induced by cross-phase modulation [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**(8): 880~883
- 2 G. P. Agrawal, P. L. Baldeck, R. R. Alfano. Modulation instability induced by cross-phase modulation in optical fibers [J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **39**(7): 3406~3413
- 3 W. P. Hong. Modulation instability of optical waves in the high dispersive cubic-quintic nonlinear Schrodinger equation [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **213**(2): 173~182
- 4 T. Sylvestre, S. Coen, P. Emplit *et al.*. Self-induced modulational instability laser revisited: normal dispersion and dark-pulse train generation [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(7): 482~484
- 5 S. L. Palacios, J. M. Fernandez-Diaz. Black optical solitons for media with parabolic nonlinearity law in the presence of fourth order dispersion [J]. *Opt. Commun.*, 2000, **178**(4-6): 457~460
- 6 Zhong Xianqiong, Xiang Anping. Modulation instability induced by cross-phase modulation in case of high-order dispersion and saturable nonlinearity [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(2): 391~397
钟先琼, 向安平. 高阶色散和饱和非线性下的交叉相位调制不稳定性[J]. *中国激光*, 2009, **36**(2): 391~397
- 7 J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(2): 3966~3969
- 8 M. Scalora, M. S. Syrchin, N. Akozbek *et al.*. Generalized nonlinear schrodinger equation for dispersive susceptibility and permeability: application to negative index materials [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(1): 013902
- 9 J. B. Pendry, D. R. Smith. Reversing light with negative refraction [J]. *Phys. Today*, 2004, **57**(1): 37~43
- 10 Zhang Jinggui, Xiang Yuanjiang, Zhang Lifu *et al.*. Influence of nonlinear dispersion effects on modulation instability in metamaterials [J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(7): 0706004
张景贵, 向元江, 章礼富等. 负折射介质中非线性色散效应对调制不稳定性的影响[J]. *中国激光*, 2012, **39**(7): 0706004
- 11 Yi Peng, Xiang Yuanjiang, Dai Xiaoyu *et al.*. Spatiotemporal instabilities in nonlinear asymmetric oppositely directional coupler with a negative-index metamaterial channel [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(4): 0419001
易鹏, 项元江, 戴小玉等. 含负折射介质的反向定向耦合器的时空不稳定性研究[J]. *光学学报*, 2012, **32**(4): 0419001
- 12 W. Zhou, W. Su, X. Cheng *et al.*. Copropagation of two pulses of different frequencies and modulation instabilities induced by cross-phase modulation in metamaterials [J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(4): 1440~1447
- 13 M. Saha, A. K. Sarma. Modulation instability in nonlinear metamaterials induced by cubic-quintic nonlinearities and higher order dispersive effects [J]. *Opt. Commun.*, **291**: 321~325
- 14 C. G. L. Tiofack, A. Mohamadou, A. K. Porsezian *et al.*. Modulational instability in metamaterials with saturable nonlinearity and higher-order dispersion [J]. *J. Mod. Optic.*, 2012, **59**(11): 972~979
- 15 V. M. Shalaev, W. Cai, U. K. Chettiar *et al.*. Negative index of refraction in optical metamaterials [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(24): 3356~3358
- 16 G. Dolling, C. Enkrich, M. Wegener *et al.*. Low-loss negative-index metamaterial at telecommunication wavelengths [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(12): 1800~1802
- 17 A. K. Popov, V. M. Shalaev. Compensating losses in negative-index metamaterials by optical parametric application [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(14): 2169~2171
- 18 G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics* (third ed) [M]. Academic Press Inc., San Diego, 2001

栏目编辑: 李文喆