

# 摄像机全自动标定方法研究

许 勇<sup>1,2</sup> 郭鹏宇<sup>1,2</sup> 龙古灿<sup>1,2</sup> 张小虎<sup>1,2</sup> 于起峰<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> 国防科学技术大学航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073  
<sup>2</sup> 国防科学技术大学图像测量与视觉导航湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 提出了一种基于空间控制点的全自动标定方法,该方法只需知道控制点的空间坐标及其图像,通过自动提点、自动匹配以及高精度解算三个过程完成全自动标定。针对已知光心位置和已知光轴指向两种情况,对摄像机标定进行了理论推导,提出了焦距一致判据的自动匹配算法;针对不存在先验信息的情况,以计算残差和重投影残差为判据,根据最近邻原则提出了残差最小自动匹配算法。仿真和实验验证了提出的自动匹配算法和全自动标定模型快速、正确性和高精度。

**关键词** 测量;机器视觉;全自动标定;残差最小自动匹配;焦距一致自动匹配;摄像测量

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0612007

## Research on Fully Automatic Camera Calibration Method

Xu Yong<sup>1,2</sup> Guo Pengyu<sup>1,2</sup> Long Gucan<sup>1,2</sup> Zhang Xiaohu<sup>1,2</sup> Yu Qifeng<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China

<sup>2</sup> Hunan Key Laboratory of Videometrics and Vision Navigation, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China

**Abstract** Attention is focused on fully automatic camera calibration, and a calibration method based on three-dimensional (3D) reference points is proposed. This method acquires camera parameters through three steps: automatic recognition, automatic matching and high-precision calculation, which only needs the coordinates of 3D points and the image. The method of calibration and the focal length coherence automatic matching algorithm are put forward under the condition of knowing the coordinates of camera center and the orientation of camera optical axis, respectively; and the minimal residual automatic matching algorithm is proposed using computation residual and reprojection residual as criterion, when there is no prior information. Numerical simulation and physical experimental results show the speediness, correctness and high precision of our automatic matching algorithms and fully automatic calibration model.

**Key words** measurement; machine vision; fully automatic calibration; minimal residual automatic matching; focal length coherence automatic matching; videometrics

**OCIS codes** 120.6650; 150.0155; 150.6910

## 1 引 言

摄像机标定是计算机视觉和摄像测量领域最基本的研究内容,也是相对复杂、困难的工作<sup>[1]</sup>。高精度标定中广泛使用的算法有 Tsai<sup>[2]</sup>的两步法、Weng

等<sup>[3]</sup>的改进方法以及 Zhang<sup>[4]</sup>的平面靶标方法等,针对不同标定条件研究者们还提出了各种不同的标定算法<sup>[5~8]</sup>。这些方法都假设像点与空间标志点之间的对应关系已知,重点研究如何精确解算摄像机

**收稿日期**: 2012-12-25; **收到修改稿日期**: 2013-03-06

**基金项目**: 国家自然科学基金(11072263, 11272347)资助课题。

**作者简介**: 许 勇(1988—),男,硕士研究生,主要从事大型结构形变测量及位姿估计、计算机视觉等方面的研究。

E-mail: mbsdtf@sina.cn

**导师简介**: 于起峰(1958—),男,教授,中国科学院院士,主要从事空天图像测量与视觉导航等方面的研究。

E-mail: yuqifeng@vip.163.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 [www.opticsjournal.net](http://www.opticsjournal.net)

的内、外参数,而对标定过程中二维(2D)像点与三维(3D)标志点间的匹配问题没有足够的重视<sup>[9]</sup>。一般通过人眼判断和手工指定点的方式来确定标志点间的对应关系,这使得标定过程耗时而费力。此外在实际标定中,空间中景深不同的标志点、像点有时挨得很近,而且还可能伴随成像质量不高的情况,此时人眼判别的可靠性较差。因此有必要对摄像机全自动标定方法进行深入研究。

根据不同摄像测量条件和要求,出现了多种全自动标定方法。Remondino 等<sup>[10,11]</sup>提出采用自我识别标志实现全自动标定方法,该方法根据各标志拓扑结构的不同实现自我识别,常用 ARTag 和 ARToolkit 两种模式,但是制作难度较高、价格昂贵。De la Escalera 等<sup>[12]</sup>提出了基于棋盘模式的全自动标定方法,需要人工制作标定板,且对噪声和图像模糊比较敏感。夏仁波等<sup>[9,13,14]</sup>致力于基于圆形标志的全自动标定方法研究,分别提出了适应性较强的全自动匹配算法,但仍需依赖特制的标定板。Friel 等<sup>[15,16]</sup>提出了基于序列图像的全自动标定方法,该方法需要用到多张图像,标定精度比基于控制点和标定板的标定方法低。Liu 等<sup>[17,18]</sup>提出了基于场景结构的全自动标定方法,这类方法对环境要求较高、普适性不强。Mavrincac 等<sup>[19,20]</sup>则针对摄像机网络提出了相应的全自动标定算法,该标定方法需要摄像机间的协同配合,且需要对来自不同摄像机的数据进行融合,硬件及算法复杂。全自动标定主要包括自动提取特征点图像坐标、特征点自动匹配、高精度解算摄像机参数三个过程。而研究可靠的特征点匹配算法是实现摄像机全自动标定的关键。文献[10~14]中通过制作特定的标志点或标定板来确定 2D 像点与 3D 空间点的对应关系,提高了特征点匹配的可靠性,但适应性不强。文献[15~20]所提出的匹配算法则依赖于序列图像或者场景结构。

不依赖特制特征点、序列图像和场景结构,只需知道特征点空间坐标和其像点坐标,本文提出焦距一致自动匹配算法和残差最小自动匹配算法,发展

出了一种基于空间控制点的摄像机全自动标定方法。给出摄像机标定模型,并简要介绍了特征点自动提取算法。针对已知光心位置、已知光轴指向的情况,提出了相应的焦距一致自动匹配算法,针对无先验信息的情况,提出了残差最小自动匹配算法。给出了全自动标定流程,通过数字仿真和实验验证了所提模型的正确性与可行性。本方法的提出对于缩短标定耗时、提高标定可靠性具有重要意义。

## 2 基本原理

### 2.1 标定模型

在摄像机标定模型即成像模型中,存在世界坐标系  $W$ - $XYZ$ 、摄像机坐标系  $O_c$ - $X_cY_cZ_c$  和图像坐标系  $o$ - $xy$ ,如图 1 所示。

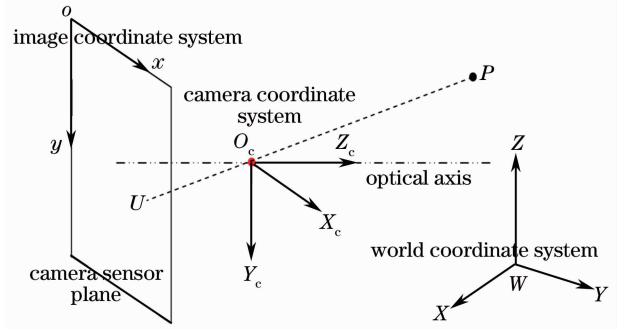


图 1 摄像机成像模型

Fig. 1 Camera imaging model

记标定过程中控制点个数为  $n_1$ ,自动提取到的像点个数为  $n_2$  ( $n_2 \leq n_1$ )。控制点在世界坐标系中的坐标  $p_i = (p_x, p_y, p_z)^T$ ,在摄像机坐标系中的坐标为  $q_i = (q_x, q_y, q_z)^T$ ,控制点的图像坐标为  $u_j = (u, v)^T$ ,其中  $i = 1, \dots, n_1, j = 1, \dots, n_2$ 。 $(C_x, C_y)$  表示图像主点,  $(F_x, F_y)$  为  $x, y$  方向的等效焦距,  $\mathbf{M}$  为投影矩阵,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} F_x & 0 & C_x \\ 0 & F_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为内参数矩阵, } \mathbf{R} \text{ 为世界坐标系}$$

到摄像机坐标系的旋转矩阵,  $\mathbf{c}$  为摄像机坐标系原点(即光心)在世界坐标系中的坐标,  $\mathbf{t}$  表示世界坐标系原点在摄像机坐标系中的坐标,且有

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3]^T \in SO(3), \quad \mathbf{t} = [t_x, t_y, t_z]^T \in R^3 \\ \mathbf{M} = \mathbf{K}[\mathbf{R} | \mathbf{t}] = \begin{bmatrix} F_x & 0 & C_x & 0 \\ 0 & F_y & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 & m_1 & m_2 & m_3 \\ m_4 & m_5 & m_6 & m_7 \\ m_8 & m_9 & m_{10} & m_{11} \end{bmatrix}, \end{array} \right. \quad (1)$$

式中  $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ 0]^T$ , 则共线方程为<sup>[1,21]</sup>

$$\begin{cases} \frac{u - C_x}{F_x} = \frac{q_x}{q_z} = \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \\ \frac{v - C_y}{F_y} = \frac{q_y}{q_z} = \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \end{cases}, \quad (2)$$

利用投影矩阵元素可将共线方程表示为<sup>[1,21]</sup>

$$\begin{cases} u = \frac{m_0 p_x + m_1 p_y + m_2 p_z + m_3}{m_8 p_x + m_9 p_y + m_{10} p_z + m_{11}} \\ v = \frac{m_4 p_x + m_5 p_y + m_6 p_z + m_7}{m_8 p_x + m_9 p_y + m_{10} p_z + m_{11}} \end{cases}. \quad (3)$$

摄像机标定主要利用(2)式和(3)式标定出摄像机内参和外参(即  $\mathbf{M}$ )。高精度标定中同时还要考虑像差的影响,常用的像差模型有经典的 Weng<sup>[3]</sup>像差模型和 Brown<sup>[22]</sup>像差模型,因此标定中还要对像差系数进行标定。

## 2.2 特征点自动提取算法

特征点自动提取算法已经比较成熟,研究者们针对不同的特征点提出了相应的自动提取算法<sup>[1,9,13,14]</sup>。摄像机全自动标定通常以合作标志作为控制点,合作标志是一种特殊的人工特征点,是根据研究要求制作的特定结构的标志,其主要优点是可靠性高、受背景环境干扰小、计算量小等,其中最简单的合作标志包括圆、对角、十字以及编码点,本文所指特征点均为人工合作标志点。特征点的自动提取主要包括三个过程:1)对图像进行预处理,如滤除噪声、线性增强等;2)特征点目标提取,通过图像变换得到图像中可能目标的特征,并利用特征点的已知特征进行识别;3)特征点中心的高精度提取,常用的高精度定位算法有最小二乘拟合法、灰度加权质心法、影像梯度定位法以及模板匹配法等。文献[1]对特征点的自动提取算法进行了比较全面的总结。

## 3 特征点自动匹配算法

特征点正确匹配是实现摄像机全自动标定的关键,若匹配错误则导致标定结果错误。标定中一般以合作标志作为空间控制点,特征点图像坐标比较

容易提取,因此匹配过程中假设特征点提取正确;特征点投影过程中可能存在遮挡等因素而不能成像,所以匹配过程中假设并不是所有特征点都存在与其对应的像点。在已知光心位置或已知光轴方向条件下,根据焦距不变性提出了焦距一致自动匹配算法;不存在任何先验信息时,根据残差最小及最近邻原则提出了残差最小自动匹配算法。

### 3.1 焦距一致自动匹配算法

2D 像点与 3D 空间点正确匹配时,通过不同点对求解得到的焦距值应保持一致,匹配过程中以焦距一致性作为判断匹配是否正确的判据:如果不同点对求解得到的焦距保持一致则匹配正确,否则匹配错误。下面分别在已知光心位置和已知光轴方向两种情况下给出相应的焦距一致自动匹配算法。

#### 3.1.1 已知光心位置

记摄像机光心在世界坐标系中的坐标  $\mathbf{c} = (c_x, c_y, c_z)$ , 匹配过程中假设像元为正方形即  $F_x = F_y = F$ , 且以图像中心作为主点, 则像点在摄像机坐标系中的坐标  $\mathbf{a}$  表示为

$$\mathbf{a}_j = (u_j - C_x, v_j - C_y, F)^T \triangleq (\hat{u}_j, \hat{v}_j, F)^T, \quad (4)$$

则已知两组点对应即可求解得到等效焦距,示意图如图 2 所示。

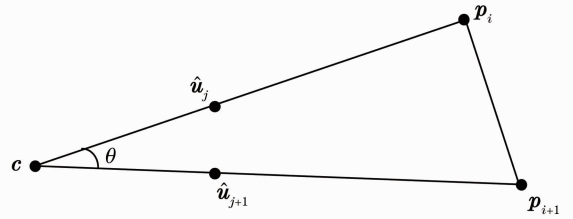


图 2 两点求解焦距示意图

Fig. 2 Sketch map of solving focal length by two points

图 2 中  $l_{cp_i} = \|\mathbf{c} - \mathbf{p}_i\|$ ,  $l_{cp_{i+1}} = \|\mathbf{c} - \mathbf{p}_{i+1}\|$ ,  $l_{p_i p_{i+1}} = \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i+1}\|$ , 根据余弦定理

$$\cos \theta = \frac{l_{cp_i}^2 + l_{cp_{i+1}}^2 - l_{p_i p_{i+1}}^2}{2l_{cp_i} l_{cp_{i+1}}}, \quad (5)$$

在摄像机坐标系中有  $\mathbf{c}\mathbf{a}_j = (\hat{u}_j, \hat{v}_j, F)^T$ ,  $\mathbf{c}\mathbf{a}_{j+1} = (\hat{u}_{j+1}, \hat{v}_{j+1}, F)^T$ , 则有

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{c}\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{c}\mathbf{a}_{j+1}}{\|\mathbf{c}\mathbf{a}_j\| \times \|\mathbf{c}\mathbf{a}_{j+1}\|} = \frac{\hat{u}_j \hat{u}_{j+1} + \hat{v}_j \hat{v}_{j+1} + F^2}{\sqrt{(\hat{u}_j^2 + \hat{v}_j^2 + F^2)(\hat{u}_{j+1}^2 + \hat{v}_{j+1}^2 + F^2)}}. \quad (6)$$

根据(5)式和(6)式,且  $F > 0$  即可计算得到等效焦距为

$$F = \frac{[L(H_1 + H_2) - 2H_3] + \sqrt{[L(H_1 + H_2) - 2H_3]^2 - 4(1-L)(H_3^2 - LH_1H_2)}}{2(1-L)}, \quad (7)$$

式中  $L = \cos^2 \theta$ ,  $H_1 = \hat{u}_j^2 + \hat{v}_j^2$ ,  $H_2 = \hat{u}_{j+1}^2 + \hat{v}_{j+1}^2$ ,  $H_3 = \hat{u}_j \hat{u}_{j+1} + \hat{v}_j \hat{v}_{j+1}$ 。求解出等效焦距后即可得到空间点在摄像机坐标系中的坐标为

$$q = \|c - p\| \times \frac{(u, v, F)^T}{\sqrt{u^2 + v^2 + F^2}}. \quad (8)$$

根据变换关系  $q = R(p - c)$ , 利用三组对应点即可线性求解出旋转矩阵  $R$ , 因此已知光心标定摄像机参数的最小配置点对数为 3。

$m$  个点可求解得到  $C_m^2$  个焦距值, 如果像点与控制点正确对应, 则任意两组点计算得到的焦距值应保持一致。匹配过程中以焦距一致为判据, 采取优先对准 3 组最小配置点、再匹配其他点的策略, 具体见算法 1。

**算法 1** 给定  $n \geq 3$  个控制点及部分控制点对应的  $m (3 \leq m \leq n)$  个像点, 摄像机光心坐标已知, 要匹配 2D 像点和 3D 控制点。具体步骤如下。

步骤 1: 设置焦距一致性阈值  $\epsilon$ 、投票数阈值  $T_{\text{count}}$  及焦距一致性阈值减小步长  $L$ 。

步骤 2: 选取 3 个匹配种子点, 在像点中选择  $x$  坐标最大的点  $u_1$ 、 $y$  坐标最大的点  $u_2$  以及  $x$  与  $y$  坐标之和最小的点  $u_3$  作为匹配种子点, 该选取方法提高了匹配算法的可靠性。

步骤 3: 根据焦距一致性确定匹配点。

1) 种子点匹配结果投票数置零。

2) 搜索余下控制点, 每次搜索得到 3 个控制点  $p_1, p_2, p_3$ , 根据组合关系利用 (7) 式计算得到  $F_1, F_2, F_3$ , 并计算焦距不一致度  $F_w = \|F_1 - F_2\|^2 + \|F_1 - F_3\|^2 + \|F_2 - F_3\|^2$ 。

3) 如果  $F_w \leq \epsilon$  则计算焦距一致,  $p_1, p_2, p_3$  即为  $u_1, u_2, u_3$  所对应的控制点, 并记录  $r_{\text{es}} = F_w$ , 相应的  $F_m = (F_1 + F_2 + F_3)/3$  即为摄像机等效焦距, 记录搜索进度和相应的焦距不一致度, 转步骤 4; 否则, 转 2) 继续搜索并记录相应的焦距不一致度; 重复 2), 3) 直至得到种子点的匹配点, 若穷尽所有情况, 不存在  $F_w \leq \epsilon$  的情况, 则选取  $r_{\text{es}} = \min(F_w)$  所对应的控制点作为种子点的正确匹配点, 计算复杂度为  $O(n^3)$ 。

步骤 4: 进一步匹配。

1) 任意选取一个未匹配像点  $u_4$  作为下一步匹配点。

2) 搜索余下控制点, 利用搜索得到的控制点  $p_4$  和已经匹配得到的点对  $(u_1, p_1)$  根据 (7) 式计算等效焦距  $F_4$ 。

3) 如果  $\|F_4 - F_m\| > \epsilon$ , 则匹配正确, 对种子点匹配结果进行投票, 转 1); 否则, 匹配错误, 转 2) 继续搜索控制点, 若遍历完成控制点不存在  $\|F_4 - F_m\| > \epsilon$ , 则选取  $\min(\|F_4 - F_m\|)$  所对应的控制

点  $p_4$  为正确匹配点, 转 1); 重复 1) ~ 3) 直至匹配完成, 计算复杂度为  $O(n^2)$ 。

步骤 5: 判断匹配结果。

1) 若阈值  $\epsilon = 0$  或投票数大于等于  $T_{\text{count}}$  或步骤 3 中进行了穷尽搜索, 则匹配完成。

2) 否则, 自适应调整焦距一致性阈值  $\epsilon = \epsilon - L$ , 若  $\epsilon > r_{\text{es}}$ , 则  $\epsilon = r_{\text{es}}$ ; 若  $\epsilon < 0$ , 则  $\epsilon = 0$ , 转步骤 3, 直至匹配完成。

### 3.1.2 已知光轴指向

已知摄像机光轴指向, 即知道摄像机坐标系  $Z_c$  轴在世界坐标系中的单位方向向量, 记为  $r_c$ 。  $R$  为世界坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵, 则  $R^T$  的第三列  $[r_7, r_8, r_9]^T$  为  $r_c$ , 记  $R_1$  为任意的第三列为  $r_c$  的旋转矩阵,  $R_2$  为绕  $Z$  轴旋转  $\alpha$  角的旋转矩阵, 且  $i = \cos \alpha$ ,  $e = \sin \alpha$ , 则旋转矩阵  $R^T$  可表示为  $R_1$  与  $R_2$  的乘积, 即

$$R = R_2^T R_1^T = \begin{bmatrix} i & e & 0 \\ -e & i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

且有变换关系

$$q = Rp + t = R_2^T p_1 + t, \quad (10)$$

式中  $p_1 = (p_{1x}, p_{1y}, p_{1z})$  表示经旋转矩阵  $R_1^T$  变换后得到的坐标, 即  $p_1 = R_1^T p$ 。根据共线方程 (2) 式和 (10) 式, 有

$$\begin{cases} \frac{u - C_x}{F} = \frac{q_x}{q_z} = \frac{p_{1x}i + p_{1y}e + t_x}{p_{1z} + t_z} \\ \frac{v - C_y}{F} = \frac{q_y}{q_z} = \frac{-p_{1x}e + p_{1y}i + t_y}{p_{1z} + t_z} \end{cases}. \quad (11)$$

化简 (11) 式, 得到

$$\begin{cases} p_{1x}w_1 + p_{1y}w_2 + w_3 - (u - C_x)w_5 = (u - C_x)p_{1z} \\ p_{1y}w_1 - p_{1x}w_2 + w_4 - (v - C_y)w_5 = (v - C_y)p_{1z} \end{cases}, \quad (12)$$

式中  $w_1 = i \times F$ ,  $w_2 = e \times F$ ,  $w_3 = t_x \times F$ ,  $w_4 = t_y \times F$ ,  $w_5 = t_z$ , 即一组对应点可得到两个方程, 但未知数有五个。当存在  $n \geq 3$  组对应点时, 则可通过联立方程组利用线性最小二乘法求解未知数, 进一步可计算出

$$\begin{cases} F = \sqrt{w_1^2 + w_2^2} \\ i = w_1/F, \quad e = w_2/F \\ t_z = w_5, \quad t_x = w_3/F, \quad t_y = w_4/F \end{cases}. \quad (13)$$

因此已知光轴方向标定摄像机参数的最小配置点对数为 3, 与光心已知焦距一致自动匹配算法相同, 以焦距一致为判据, 采取先对准 3 组最小配置点、再匹配其他点的策略, 具体见算法 2。

**算法 2** 给定  $n \geq 3$  个控制点及部分控制点对应的  $m(3 \leq m \leq n)$  个像点, 摄像机光轴指向已知, 要匹配 2D 像点和 3D 控制点。具体步骤如下。

步骤 1: 设置焦距一致性阈值  $\epsilon$ 、投票数阈值  $T_{\text{count}}$ 、阈值减小步长  $L$  以及计算残差阈值  $\delta$ 。

步骤 2: 选取 3 个匹配种子点, 同算法 1。

步骤 3: 根据焦距一致性确定匹配点。

1) 种子点匹配结果投票数置零。

2) 搜索余下控制点, 每次搜索得到 3 个控制点  $p_1, p_2, p_3$ , 根据(12) 式建立方程组, 并利用最小二乘法求解得到摄像机参数  $F_C, t_x, t_y, t_z$ , 并计算残差  $r_{\text{es}}$ , 若果  $r_{\text{es}} < \delta$ , 则转 3), 否则继续搜索。

3) 利用 2) 中计算得到的光心坐标, 根据组合关系利用(7) 式计算得到  $F_1, F_2, F_3$ , 并计算焦距不一致度  $F_w = \|F_C - F_1\|^2 + \|F_C - F_3\|^2 + \|F_C - F_3\|^2$ 。

4) 如果  $F_w \leq \epsilon$  则计算焦距一致,  $p_1, p_2, p_3$  即为  $u_1, u_2, u_3$  所对应的控制点, 并记录  $r_{\text{es}} = F_w$ , 相应的  $F_m = (F_1 + F_2 + F_3)/3$  即为摄像机等效焦距, 记录搜索进度和相应的焦距不一致度, 转步骤 4); 否则, 转 2) 继续搜索并记录相应的焦距不一致度; 重复 2), 3) 直至得到种子点的匹配点, 若穷尽所有情况, 不存在  $F_w \leq \epsilon$  的情况, 则选取  $r_{\text{es}} = \min(F_w)$  所对应的控制点作为种子点的正确匹配点, 计算复杂度为  $O(n^3)$ 。

步骤 4: 进一步匹配, 同算法 1。

步骤 5: 判断匹配结果, 同算法 1。

若光心位置和光轴指向同时已知, 则根据(11) 式可得到

$$\begin{cases} p_{1x}w_1 + p_{1y}w_2 + t_xw_3 = (u - C_x)(p_{1z} + t_z) \\ p_{1y}w_1 - p_{1x}w_2 + t_yw_3 = (v - C_y)(p_{1z} + t_z) \end{cases} \quad (14)$$

其中  $w_1 = iF, w_2 = eF, w_3 = F$ , 此时标定摄像机参数的最小配置点对数为 2, 则点对应数大于等于 2 时即可利用线性最小二乘求解出相应的未知数, 进一步可得到  $F = w_3, i = w_1/F, e = w_2/F$ 。如果点对应正确则计算得到的等效焦距应保持一致性, 即  $w_1^2 + w_2^2 = w_3^2 = F^2$ , 同理可根据焦距一致性原则对标志点进行匹配。

### 3.2 残差最小自动匹配算法

匹配过程中很多情况下只知道控制点图像和空间坐标, 而不存在其他先验信息。但当 2D 图像点与 3D 控制点正确匹配时, 通过像点和控制点求解摄像机参数的残差, 以及利用求解得到的投影矩阵

重投影控制点得到的重投影残差都应该很小, 因此可以将残差作为判断匹配是否正确的判据。考虑投影矩阵元素描述的共线方程(3) 式化简得到

$$\begin{cases} p_x s_0 + p_y s_1 + p_z s_2 + s_3 - u p_x s_8 - u p_y s_9 - u p_z s_{10} = u \\ p_x s_4 + p_y s_5 + p_z s_6 + s_7 - v p_x s_8 - v p_y s_9 - v p_z s_{10} = v \end{cases} \quad (15)$$

式中  $s_i = m_i/m_{11}, i = 0, 1, \dots, 10$ , 则六组对应点即可线性求解得到投影矩阵  $M$ , 进而可计算得到摄像机参数。

考虑控制点为异面的情况, 则标定摄像机参数最小配置点对数为 6, 匹配过程中以残差为判据, 首先根据计算残差优先对准 6 组最小配置点并解算摄像机参数, 进而根据重投影残差最小以最近邻原则匹配其他点, 具体见算法 3。

**算法 3** 给定  $n \geq 6$  个控制点, 及部分控制点对应的  $m(6 \leq m \leq n)$  个像点, 要匹配 2D 像点和 3D 控制点。具体步骤如下。

步骤 1: 设置计算残差阈值  $\epsilon$ 、重投影残差阈值  $\delta$ 、投票数阈值  $T_{\text{count}}$  以及计算残差阈值减小步长  $L$ 。

步骤 2: 选取 6 个匹配种子点, 在像点中选择  $x$  坐标最大的点  $u_1$ 、 $y$  坐标最大的点  $u_2$ 、 $x$  与  $y$  坐标之和最小的点  $u_3$ , 并在余下像点中任取三点  $u_4, u_5, u_6$  作为匹配种子点。

步骤 3: 根据计算残差确定匹配点。

1) 种子点匹配结果投票数置零。

2) 搜索余下控制点, 每次搜索得到 6 个控制点  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$ , 根据(15) 式建立方程组, 并利用最小二乘法求解得到摄像机参数及计算残差  $r_{\text{es}}$ 。

3) 如果  $r_{\text{es}} \leq \epsilon$ , 则种子点匹配正确, 并记录计算残差  $r_{\text{es}}$  和搜索进度, 转步骤 4); 否则, 转 2) 继续搜索并记录相应的计算残差; 重复 2), 3) 直至得到种子点的匹配点, 若穷尽所有情况, 不存在  $r_{\text{es}} \leq \epsilon$  的情况, 则选取残差最小  $r_{\text{es}} = \min(r_{\text{es}})$  所对应的控制点作为种子点的正确匹配点, 计算复杂度为  $O(n^6)$ 。

步骤 4: 进一步匹配。

1) 利用步骤 3 中计算得到的摄像机参数, 根据共线方程(3) 式得到重投影像点。

2) 根据最近邻原则搜索得到余下像点与重投影点的对应情况。

3) 计算 2) 中得到的对应像点的图像距离  $B$ , 如果  $B < \delta$ , 则匹配正确, 对种子点匹配结果进行投票, 计算复杂度为  $O(n^2)$ 。

步骤 5: 判断匹配结果, 同算法 1。

## 4 全自动标定

摄像机标定的目的是确定出摄像机的内、外参数。传统标定需已知像点与控制点间的对应关系,常采用 Tsai<sup>[2]</sup>的两步法、Weng 等<sup>[3]</sup>的改进方法以及 Zhang<sup>[4]</sup>的平面靶标以及光束法平差方法<sup>[1,21]</sup>等对摄像机进行标定。高精度标定中同时还要考虑像差的影响,常用的像差模型有经典的 Weng 等<sup>[3]</sup>提出的像差模型和 Brown<sup>[22]</sup>提出的像差模型,本课题组<sup>[23]</sup>提出了包含靶面安装误差的全像差模型,因此高精度标定中还要确定像差系数。与传统标定方法不同,全自动标定在高精度解算摄像机参数之前还需要进行特征点自动提取和特征点的自动匹配,通过以下三步完成摄像机全自动标定。

1) 特征点图像坐标的高精度自动提取。特征点图像坐标自动提取包括三个步骤:图像预处理、特征点提取和高精度提取特征点坐标。以发近红外光的十字丝作为标志,滤除了背景的影响,提高了特征点自动提取的效率和精度。

2) 根据先验信息选择特征点自动匹配算法,确定 2D 像点与 3D 特征点的对应关系。分别针对已知光心位置和已知光轴指向提出了相应的焦距一致自动匹配算法,针对不存在先验信息的情况提出了残差最小自动匹配算法,其中匹配算法 3 具有统一性。实验部分,针对已知光心位置和不存在先验信息两种情况分别采用了算法 1 和算法 3 进行特征点的自动匹配。

3) 高精度标定。根据提取得到的像点坐标以及匹配得到的点对应关系,利用线性求解方法求解得到摄像机参数初值,然后利用光束法平差方法高精度解算摄像机参数。

## 5 仿真及实验

为了验证所提全自动标定算法的正确性以及可行性,针对算法 1~3 进行了数字仿真,根据已知光心位置焦距一致自动匹配算法和残差最小自动匹配算法进行了实物实验,并进行了相应的讨论分析。

### 5.1 数字仿真

控制点空间坐标  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  分别为区间  $[-2, 2]$ 、 $[-2, 2]$ 、 $[4, 9]$  上均匀分布的随机数,根据成像模型投影得到控制点图像坐标,仿真图像大小为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ ;摄像机主点  $(C_x, C_y) = (320, 240)$ ,等效焦距  $F_x = F_y = 800$ ;世界坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵用先后绕  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴旋转的欧拉角表示,且

有  $(\alpha, \beta, \gamma) = (8.4531^\circ, -5.9033^\circ, -177.5725^\circ)$ ,世界坐标系原点在摄像机坐标系中的坐标为  $(t_x, t_y, t_z) = (1, -1.5, 4.3)$ 。考虑到实际像点提取误差,根据仿真需求在投影得到的像点坐标上加入均值为 0、标准差为  $\sigma$  的高斯分布的随机噪声,同时去掉了由于生成的控制点空间分布不合理以及噪声所引起的像点超越图像边界的情况。

针对焦距一致自动匹配算法 1 和算法 2 主要进行了匹配正确率以及匹配耗时方面的仿真,仿真中阈值减小步长  $L=50$ 。为得到匹配正确率及匹配耗时与控制点个数间的关系,仿真过程中像点坐标中加入标准差为 0.5 的零均值高斯噪声,焦距一致性阈值取初值为 400,控制点个数  $n$  从 3 间隔 2 增大到 33,投票数阈值  $T_{\text{count}} = (n-3)/2$ ;对于同一控制点个数,计算 200 次,统计得到正确率和耗时,仿真结果分别利用 Matlab 7.10.0 中的 plot 和 stem 命令绘制,如图 3(a)、(d)和图 4(a)、(d)所示。为得到匹配正确率及匹配耗时与阈值间的关系,仿真过程中像点坐标中加入标准差为 0.5 的零均值高斯噪声,控制点个数取为 20,投票数阈值  $T_{\text{count}} = 9$ ,焦距一致性阈值从 0 间隔 50 增大到 750;对于同一阈值,计算 200 次,统计得到正确率和耗时,仿真结果见图 3(b)、(e)和图 4(b)、(e)。为仿真得到像点噪声对匹配正确率及匹配耗时的影响,仿真过程中控制点个数为 20,投票数阈值  $T_{\text{count}} = 9$ ,焦距一致性阈值取为 400,像点噪声标准差从 0 间隔 0.3 增大到 4.5;对于噪声级别,计算 200 次,统计得到相应的匹配正确率和匹配耗时,仿真结果如图 3(c)、(f)和图 4(c)、(f)所示。

分析比较图 3 和图 4 可知,匹配正确率随着控制点个数、焦距一致性阈值以及像点噪声级别的增加大致成线性递减的关系;相同仿真条件下,算法 1 相对于算法 2 有更高的匹配精度,这是由于算法 2 中求解方程组时最小二乘算法对噪声敏感造成的。实际摄像机标定过程中像点的提取精度较高,一般取  $\sigma=0.5$ ,由图可知当控制点个数为 20,焦距一致性阈值取为 400 时,焦距一致自动匹配算法的正确率大于 0.96,因此该算法具有实际可行性。由图 3(d)和图 4(d)知,匹配耗时随着控制点个数的增加大致成三次关系增大,这与匹配算法中的计算复杂度  $O(n^3)$  相符;图 3(e)和图 4(e)表明随着阈值增大匹配耗时成递减趋势,阈值为零时匹配算法进行了穷尽搜索,耗时最长;根据图 3(f)和图 4(f)得,随着噪声级别的增加匹配耗时成增加趋势,且算法 2



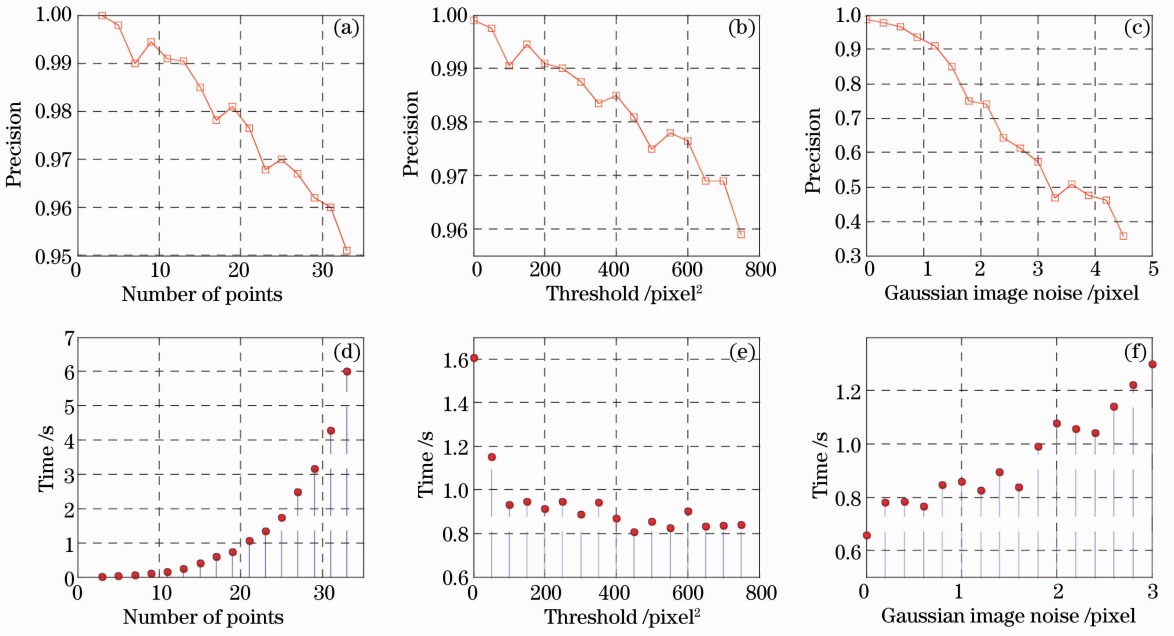


图 3 已知光心焦距一致自动匹配算法仿真结果。(a)控制点个数、(b)阈值、(c)像点噪声和匹配正确率间的关系，(d)控制点个数、(e)阈值、(f)像点噪声和时间的关系

Fig. 3 Simulation results of focal length coherence automatic matching algorithm when the coordinates of camera center are known, Precision versus (a) number of points, (b) threshold and (c) image noise; time versus (d) number of points, (e) threshold and (f) image noise

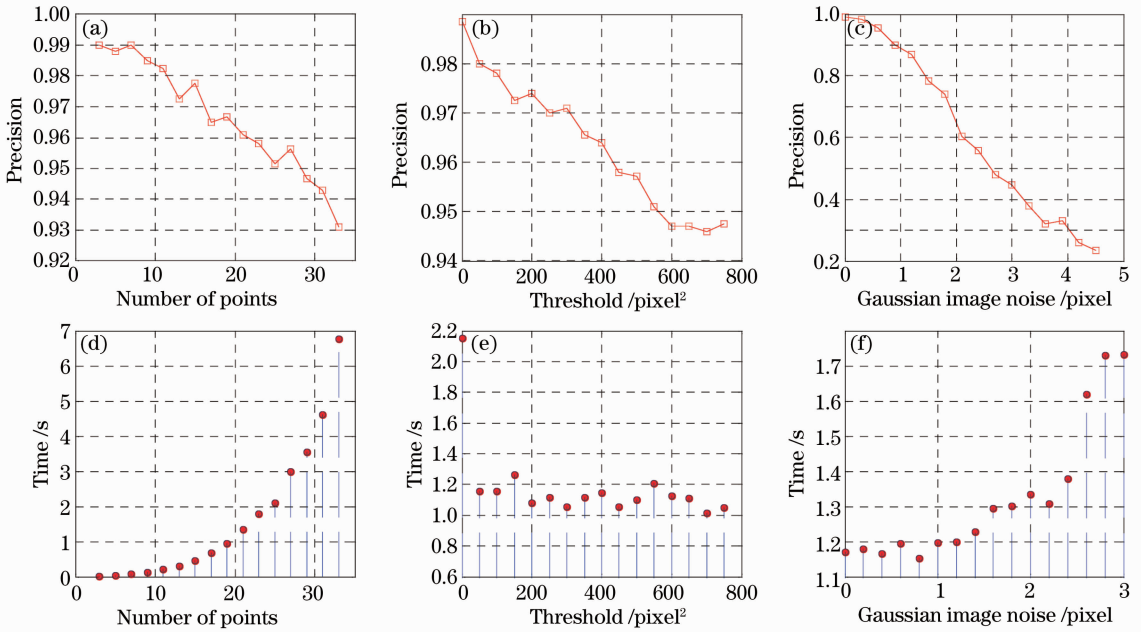


图 4 已知光轴焦距一致自动匹配算法仿真结果。(a)控制点个数、(b)阈值、(c)像点噪声和匹配正确率间的关系，(d)控制点个数、(e)阈值、(f)像点噪声和时间的关系

Fig. 4 Simulation results of minimal residual automatic matching algorithm. Precision versus (a) number of points, (b) threshold and (c) image noise; time versus (d) number of points, (e) threshold and (f) image noise

对噪声更敏感；相同匹配条件下算法 2 比算法 1 的耗时多，这是由于算法 2 相对于算法 1 多一个求解线性方程组的过程。

针对残差最小自动匹配算法 3，结合线性直接求解方法和光束法平差优化方法<sup>[1,21]</sup>对全自动匹配和高精度标定两个过程进行了仿真。仿真过程中，

像点中加入标准差为 0.5 的零均值高斯噪声,控制点个数  $n$  分别为 6、10、14、20,计算残差阈值为 10,投票数阈值  $T_{\text{count}} = (n - 6) / 2$ 。利用公式  $E(\%) = \| \mathbf{P} - \mathbf{P}_{\text{true}} \| / \| \mathbf{P}_{\text{true}} \|$  计算得到摄像机参数相对误

差,其中  $\| \cdot \|$  为模运算,  $\mathbf{P}_{\text{true}}$  为摄像机参数真值组成的列向量,  $\mathbf{P}$  为标定结果组成的列向量。仿真结果如表 1 所示。

表 1 摄像机参数仿真结果

Table 1 Simulation results of camera parameters

Number of control points	Principal point	Equivalent focal length	Euler angle vector	Translation vector	Coefficients of aberration	Relative error
	$(C_x, C_y) / \text{pixel}$	$F / \text{pixel}$	$(\alpha, \beta, \gamma) / (^\circ)$	$(t_x, t_y, t_z) / \text{m}$	$(k_1, k_2, k_3)$	$E / \%$
6	323.0627, 238.1736	798.9121	8.5581, -5.7364, -177.5599	0.9767, -1.4875, 4.2911	0.01568, 0.01208, 0.009477	0.4094
10	321.6745, 240.7553	800.9540	8.3659, -5.8497, -177.5602	0.9981, -1.5005, 4.3054	0.01394, 0.009876, 0.01033	0.2273
14	320.8940, 239.2530	800.5578	8.5295, -5.8717, -177.5619	0.9965, -1.4938, 4.3021	0.01275, 0.01026, 0.009716	0.1419
20	320.0648, 240.0720	800.0206	8.3935, -5.8938, -177.5937	0.9972, -1.5014, 4.3009	0.01105, 0.009981, 0.01025	0.0629

仿真结果表明利用算法 1、算法 2、算法 3 自动匹配像点和控制点,并根据匹配结果标定摄像机参数的理论正确性;虽然匹配耗时随着控制点个数的成三次曲线增长,但当控制点个数为 20 时,统计匹配耗时为 6 s,且此时标定得到的摄像机参数相对误差为 0.0629%,满足绝大多数标定要求,说明所提出的全自动标定算法具有较高的精度。

### 5.2 实物实验

在已知光心位置 and 不存在先验信息两种条件下进行了实物实验。由于不知道摄像机参数的真值,通过计算标定的重投影误差来衡量标定效果。摄像机全自动高精度标定包括自动提取标志点图像坐标、自动匹配像点和标志点、高精度解算摄像机参数三个过程。

实验目的是全自动标定 MVC930 DAM-GE30 微视摄像机的内外参数。需要用到的硬件设备包括摄像机一台、全站仪一台、计算机一台、合作标志若干,实验布局如图 5 所示。以发近红外光的十字丝标志作为标定用控制点,十字丝分布在方形的铝合金框架上,共 9 个十字丝,并将各十字丝进行编号,具体如图 6 所示。实验中以 NTS-312R 南方全站仪坐标系作为世界系,并利用全站仪测量得到 0~8 号十字丝中心在全站仪坐标系中的坐标,测量结果如表 2 所示。同理可测量得到摄像机光心在全站仪坐标系中的粗略位置(0.292 m, 1.121 m, -0.209 m)。



图 5 实验布局

Fig. 5 Experimental layout

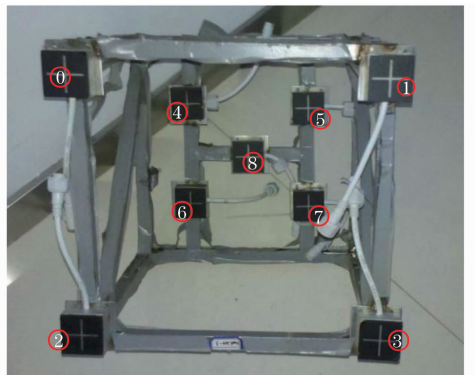


图 6 合作标志

Fig. 6 Collaborated markers



表 2 十字丝中心空间坐标及其图像坐标  
Table 2 Coordinates of 3D reference points and their images

Number of reference point	0	1	2	3	4	5	6	7	8
X /m	6.384	6.365	6.391	6.372	6.663	6.656	6.674	6.667	6.667
Y /m	0.250	-0.030	0.259	-0.018	0.166	0.015	0.170	0.019	0.086
Z /m	1.806	1.796	1.557	1.543	1.753	1.748	1.628	1.627	1.690
u /pixel	230.258	681.638	185.491	638.229	280.471	516.605	259.455	497.440	399.031
v /pixel	191.282	249.753	582.213	645.500	415.962	446.264	606.901	631.305	526.161

摄像机镜头装有近红外滤光片,可滤除不必要的环境信息,拍摄得到图 7 所示标定图像,以发近红外光的十字丝作为标志有助于提高自动提取标志点的准确率、精度和效率。得到标定图像后,通过广义十字丝粗定位算法和模板匹配亚像素定位算法自动提取得到十字丝中心图像坐标<sup>[24]</sup>,结果如表 2 所示。分别利用焦距一致自动匹配算法和残差最小自

动匹配算法进行标志点匹配,得到相同匹配结果,如图 8 所示。与图 6 比较知,利用算法 1 和算法 3 均匹配得到正确结果。最后利用直接线性变换解法(DLT)和光束法平差方法优化求解得到摄像机参数。表 3 给出了全自动标定结果,标定重投影误差为(0.000218 pixel, 0.000245 pixel),说明该方案具有较高的标定精度。



图 7 标定用图像

Fig. 7 Image for calibration

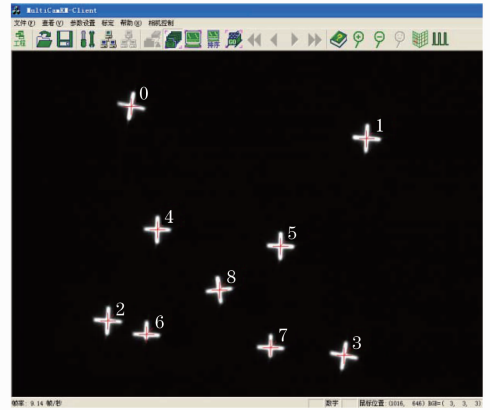


图 8 匹配结果

Fig. 8 Matching results

表 3 摄像机标定结果

Table 3 Results of camera calibration

Calibration parameters	Calibration results
Principal point $(C_x, C_y)$ /pixel	(511.5198, 511.4566)
Equivalent focal length $F$ /pixel	10570.3938
Euler angle vector of rotation matrix of the camera's exterior parameters $(\alpha, \beta, \gamma)$ /( $^\circ$ )	(100.8953, 3.3596, 73.4350)
Translation vector of the camera's exterior parameters $(t_x, t_y, t_z)$ /m	(1.1712, -0.1603, -0.03105)
Position of the camera's optical center $(c_x, c_y, c_z)$ /m	(0.2935, 1.1255, -0.2132)
Root mean square of reprojection errors $(du, dv)$ /pixel	(0.000218, 0.000245)

### 5.3 讨论分析

根据仿真和实验中遇到的问题及结果,主要从种子点选取方法,焦距一致性阈值、投票数阈值和焦距一致性阈值减小步长的设置以及实验误差来源三方面进行讨论分析。

算法 1~3 都涉及种子点的选取,所采用的种子点选取方法旨在使种子点及其对应的空间点散布开,以减少提点误差和空间点误差对特征点匹配的

影响。此外通过数字仿真发现采用所提出的种子点选取方法有助于提高种子点匹配的正确率。焦距一致性阈值  $\epsilon$ 、投票数阈值  $T_{count}$  以及焦距一致性阈值减小步长  $L$  是程序控制参数,主要影响全自动匹配的效率 and 正确率。仿真中发现  $\epsilon$  取值太小、 $T_{count}$  取值太大或者  $L$  取值太大都会造成穷尽搜索,降低算法的效率;若  $\epsilon$  取值过大、 $T_{count}$  取值过小则会导致匹配错误,最终不能得到正确的摄像机参数。经过尝

试发现,仿真条件下取  $\epsilon \in [200, 1000]$ 、取  $L \in [30, 100]$ 、 $T_{\text{count}}$  取值为剩余未匹配点半数左右时,算法 1~3 均能快速、准确地实现特征点的自动匹配。

实物实验得到标定结果的重投影误差为 (0.000218 pixel, 0.000245 pixel), 说明实验中存在误差。成像过程中镜头畸变等硬件原因会造成成像误差, 影响标定结果; 得到标定图像后, 采用广义十字丝粗定位算法和模板匹配亚像素定位算法提取十字丝的中心坐标, 但是在透视变换下十字丝存在较大变形或部分遮挡, 这使得特征点的提取存在一定的误差; 实验中通过 NTS-312R 南方全站仪测量得到十字丝中心坐标, 全站仪的测量精度是 1 mm, 这使得特征点空间坐标存在误差; 在得到特征点对应关系后, 实验中采用光束法平差优化方法计算得到摄像机各参数, 存在计算误差。以上是造成实验误差的主要原因。

## 6 结 论

针对传统标定方法费时耗力、人工指定特征点对应关系的可靠性得不到保障等问题, 提出了一种基于空间控制点的摄像机全自动标定方法。研究可靠的特征点自动匹配算法是全自动标定的关键。针对已知光心位置和已知光轴指向两种情况, 理论推导了摄像机标定方法, 得到相应条件下标定摄像机参数的最小配置解, 并以焦距一致为判据提出了相应的焦距一致自动匹配算法。在无先验信息的条件下, 以计算残差和重投影残差为判据并根据最近邻原则提出了残差最小自动匹配算法, 该算法是焦距一致自动匹配算法的推广, 具有统一性。仿真和实验说明所提出的种子点选取方法提高了种子点匹配的正确率; 得到焦距一致性阈值、投票数阈值以及焦距一致性阈值减小步长的取值对全自动匹配算法的影响; 验证了所提出的自动匹配算法和全自动标定方法快速、可靠和高精度等特点。摄像机全自动标定是一种智能的标定方法, 具有重要的理论意义和广泛的应用前景。

## 参 考 文 献

- 1 Yu Qifeng, Shang Yang. Videometrics: Principles and Researches [M]. Beijing: Science Press, 2009. 22~77  
于起峰, 尚洋. 摄像测量学原理与应用研究[M]. 北京: 科学出版社, 2009. 22~77
- 2 R. Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE J. Robotics and Automation*, 1987, **3**(4): 323~344

- 3 J. Weng, P. Cohen, M. Herniou *et al.*. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, **14**(10): 965~980
- 4 Z. Zhang. Camera calibration with one-dimensional objects [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, **26**(7): 892~899
- 5 Sun Junhua, Liu Zhen, Zhang Guangjun *et al.*. Camera calibration based on flexible 3D target [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3433~3439  
孙军华, 刘震, 张广军等. 基于柔性立体靶标的摄像机标定[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3433~3439
- 6 Yuan Yun, Zhu Zhaokun, Zhang Xiaohu *et al.*. Imaging model and high-precision calibration of quasi-concentric general theodolite-camera [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(7): 0715003  
苑云, 朱肇昆, 张小虎等. 准同心广义经纬相机的成像模型及高精度标定[J]. *光学学报*, 2012, **32**(7): 0715003
- 7 Xiang Zhiyu, Sun Bo. Mirror pose self-calibration method for catadioptric camera system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(4): 0415001  
项志宇, 孙波. 折反射全向相机镜面位姿的自标定方法[J]. *光学学报*, 2012, **32**(4): 0415001
- 8 Gu Feifei, Zhao Hong, Bu Penghui *et al.*. Analysis and correction of projection error of camera calibration ball [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(12): 1215001  
谷飞飞, 赵宏, 卜鹏辉等. 用于相机标定的球靶标投影误差分析与校正[J]. *光学学报*, 2012, **32**(12): 1215001
- 9 Xia Renbo, Liu Weijun, Zhao Jibin *et al.*. Fully automatic camera calibration method based on circular markers [J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2009, **30**(2): 368~373  
夏仁波, 刘伟军, 赵吉宾等. 基于圆形标志点的全自动相机标定方法[J]. *仪器仪表学报*, 2009, **30**(2): 368~373
- 10 F. Remondino, C. Fraser. Digital camera calibration methods: considerations and comparisons [J]. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2006, **36**(5): 266~272
- 11 M. Fiala, C. Shu. Fully Automatic Camera Calibration Using Self-Identifying Calibration Targets[R]. Technical Report NRC-48306/. ERB-1130, National Research Council of Canada, 2005
- 12 A. De la Escalera, J. M. Armingol. Automatic chessboard detection for intrinsic and extrinsic camera parameter calibration [J]. *Sensors*, 2010, **10**(3): 2027~2044
- 13 D. Kang, W. Lee. Automatic circle pattern extraction and camera calibration using fast adaptive binarization and plane homography [J]. *International J. Precision Engineering and Manufacturing*, 2010, **11**(1): 13~21
- 14 Su Hang. Research on Automatic Camera Calibration Based on Circular Control Points [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2009. 22~37  
苏杭. 基于圆形网格点的全自动相机标定方法研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2009. 22~37
- 15 M. Friel, C. Hughes, P. Denny *et al.*. Automatic calibration of fish-eye cameras from automotive video sequences [J]. *IET Intell. Transp. Syst.*, 2010, **4**(2): 136~148
- 16 Hao Xiangyang, Li Haibin, Shan Haitao. Stratified approach to camera auto-calibration based on image sequences [J]. *J. Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping*, 2007, **24**(1): 5~9  
郝向阳, 李海滨, 山海涛. 基于影像序列的相机分步自动标定方法[J]. *测绘科学技术学报*, 2007, **24**(1): 5~9
- 17 J. Liu, R. Hubbard. Automatic camera calibration and scene reconstruction with scale-invariant features [J]. *Lectures Notes in Computer Science*, 2006, **4291**: 558~568
- 18 X. Yu, N. Jiang, L. Cheong *et al.*. Automatic camera

- calibration of broadcast tennis video with applications to 3D virtual content insertion and ball detection and tracking [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2009, **113**(5): 643~652
- 19 A. Mavrincac, X. Chen, K. Tepe. An automatic calibration method for stereo-based 3D distributed smart camera networks [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2010, **114**(8): 952~962
- 20 T. Shen, C. Menq. Automatic camera calibration for a multiple-sensor integrated coordinate measurement system [J]. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 2001, **17**(4): 502~507
- 21 Shang Yang. Researches on Vision-Based Pose Measurements for Space Targets [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006. 10~77
- 尚 洋. 基于视觉的空间目标位置姿态测量方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006. 10~77
- 22 D. C. Brown. Close-range camera calibration [J]. *Photogrammetric Engineering*, 1971, **37**(8): 855~866
- 23 Xu Yong, Guo Pengyu, Yuan Yun *et al.*. Calibration method of installation error of camera sensor plane [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, **33**(4): 0412008
- 许 勇, 郭鹏宇, 苑 云 等. 相机靶面安装误差标定方法[J]. *光学学报*, 2013, **33**(4): 0412008
- 24 Jiang Guangwen. Study on Pose Relay Videometrics Method with Camera-Series and Ship Deformations Measurement [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. 52~70
- 姜广文. 摄像机链位姿传递摄像测量方法及船体变形测量研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010. 52~70

栏目编辑: 李文喆