

# 双层微球腔谐振模式研究

孙贤明 刘万强 王海华 类成新

(山东理工大学电气与电子工程学院, 山东 淄博 255049)

**摘要** 基于分离变量法研究了双层同心和偏心介质球微腔的光学特性,通过计算其散射效率和不对称因子分析了内核的位置、尺寸以及入射角度等因素对谐振廓线的影响。研究表明,当内外两层颗粒的折射率不同时,内核粒子的位置以及尺寸将对偏心球的形貌共振(MDR)产生影响。通过计算球形粒子的内场角度平均强度发现,当内核粒子的位置位于能量集中区域时,MDR 的位置和廓线受入射角度影响较大。

**关键词** 光散射;形貌共振;偏心球;内场

**中图分类号** TN011.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0529001

## Study on Resonant Models in Two-Layer Micro-Sphere Cavity

Sun Xianming Liu Wanqiang Wang Haihua Lei Chengxin

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology,  
Zibo, Shandong 255049, China)

**Abstract** Optical characteristics of the two-layer micro-sphere cavity are studied based on the method of separation of variables. The affection of the position and size of the inclusion and the incidence angle of the plane wave to the morphology-dependent resonance (MDR) position and profile is analyzed through the calculation of the scattering efficiency and asymmetry factors of the two-layer sphere. The results show that the position and size of the inclusion affect the MDR of eccentric sphere. Through the computation of the angle-averaged internal intensity, it is found that the MDR position and profile will be greatly affected by the incidence angles of plane wave when the inclusion is located near the position of concentrated intensity.

**Key words** light scattering; morphology-dependent resonance; eccentric sphere; internal field

**OCIS codes** 290.1090; 290.1350; 290.5850; 290.5855

## 1 引 言

根据洛伦兹-米氏理论,从介质球的散射效率随尺寸参数的变化图像中可以发现,粒子的散射特性随尺寸参数的变化呈现波纹状,并且在波纹状的曲线上叠加了针刺状的尖峰振荡。对应于这些尖峰,且尺寸为 5~500  $\mu\text{m}$  量级的低吸收介电微球可以作为高品质因数的光学谐振腔,入射光进入到球体内,部分光线在微球内表面可以连续全内反射,形成回音壁模(WGM)。在微球这样的几何对称微腔中,会出现共振,这种共振与微球的结构(形状、尺寸和折射率等)有关,故称为形貌共振(MDR)<sup>[1]</sup>。

存在于这个共振模中的能量要经过很长时间才

会泄漏出微球,因而共振模中有非常大的能量密度,又因为单个模的体积只是数百个立方波长量级,因而品质因数可以高达  $10^9$ ,这使得许多光学效应在这个模式中得到加强,这些效应包括弹性散射、荧光、激光过程和非弹性散射中的受激拉曼散射、相干拉曼散射和拉曼混频等。基于这些特点,这种微腔结构可用于低阈值激光器、低功率非线性光学开关器件和微腔量子电动力学研究。2006年,Topolancik等<sup>[2]</sup>利用微球谐振腔实现了近红外波段全光开关。2010年,Roy等<sup>[3]</sup>利用微球实现了光逻辑电路功能。2010年,Wu等<sup>[4]</sup>实现了波长为 550 nm 的绿光极低阈值的激光发射,同样也利用光锥耦合激发出了

**收稿日期**: 2012-12-24; **收到修改稿日期**: 2013-01-18

**基金项目**: 国家自然科学基金(61205191)和山东省自然科学基金(ZR2009AQ013)资助课题。

**作者简介**: 孙贤明(1979—),男,博士,副教授,主要从事粒子光散射和大气辐射传输等方面的研究。

E-mail: xianming\_sun@yahoo.com.cn

(ZrF<sub>4</sub>-BaF<sub>2</sub>-NaF-AlF<sub>3</sub>, ZBNA)微球腔中的 WGM。

均匀介质球中的 MDR 现象已经被理论和实验两方面证明,但是对于非各向同性的介质球的 MDR 特性还需要详细研究。本文利用分离变量法,对双层同心和偏心球的散射特性进行了研究,并通过计算其散射效率和不对称因子对其 MDR 廓线从理论上进行了分析。

## 2 理 论

图 1 给出了双层球的几何图形,其中外层球半径为  $a_1$ ,折射率为  $m_1$ ,球心坐标轴为  $x_1, y_1, z_1$ ;内层球半径为  $a_2$ ,折射率为  $m_2$ ,球心坐标轴为  $x_2, y_2, z_2$ ,与外层球心的相对位置为  $(0, 0, d)$ ;当  $d = 0$  时双层球为同心球,当  $d \neq 0$  时为偏心球。由于内层球球心位于  $z_1$  轴上,且两套坐标系统的坐标轴方向重合,因此整个粒子系统为以  $z_1$  轴为旋转轴的旋转对称体,入射角度  $\alpha$  为入射方向和  $z_1$  轴的夹角,如图 1 所示。

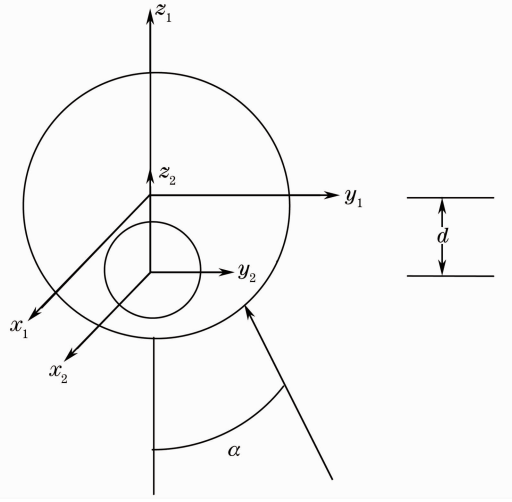


图 1 粒子散射系统几何图

Fig. 1 Geometry of the scattering system

要求解整个球体的散射特性,将电场矢量由球谐函数展开,然后在两层球体的表面上应用边界条件,由得到的系数方程确定散射系数,采用球谐函数:

$$\mathbf{M}_{mm,j}^{(\rho)} = \hat{\theta}_j \left[ \frac{im}{\sin \theta_j} z_n^{(\rho)}(kr_j) \tilde{P}_n^m(\cos \theta_j) \exp(im\varphi_j) \right] - \hat{\varphi}_j \left[ z_n^{(\rho)}(kr_j) \frac{d}{d\theta_j} \tilde{P}_n^m(\cos \theta_j) \exp(im\varphi_j) \right], \quad (1)$$

$$\mathbf{N}_{mm,j}^{(\rho)} = \hat{r}_j \left[ \frac{1}{kr_j} z_n^{(\rho)}(kr_j) n(n+1) \tilde{P}_n^m(\cos \theta_j) \exp(im\varphi_j) \right] + \hat{\theta}_j \left[ \frac{1}{kr_j} \frac{d}{dr_j} [r_j z_n^{(\rho)}(kr_j)] \frac{d}{d\theta_j} \tilde{P}_n^m(\cos \theta_j) \exp(im\varphi_j) \right] + \hat{\varphi}_j \left[ \frac{1}{kr_j} \frac{d}{dr_j} [r_j z_n^{(\rho)}(kr_j)] \frac{im}{\sin \theta_j} \tilde{P}_n^m(\cos \theta_j) \exp(im\varphi_j) \right], \quad (2)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为在真空中的波长,下标  $j = 1, 2$  对应于两套坐标系统,  $z_n^{(\rho)}(kr_j)$  对应于第一、第二、第三和第四类球贝塞尔函数( $\rho = 1, 2, 3, 4$ )。

对于外层球(标记为 1),入射场可以由球谐函数展开<sup>[5, 6]</sup>:

$$\mathbf{E}_{\text{inc}}^1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [a_{nm} \mathbf{M}_{nm,1}^{(1)} + b_{nm} \mathbf{N}_{nm,1}^{(1)}], \quad (3)$$

散射场展开为

$$\mathbf{E}_{\text{sca}}^1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [c_{nm} \mathbf{M}_{nm,1}^{(3)} + d_{nm} \mathbf{N}_{nm,1}^{(3)}], \quad (4)$$

在外层球内部近表面的电场可以展开为

$$\mathbf{E}_{\text{sph}}^1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [e_{nm} \mathbf{M}_{nm,1}^{(3)} + f_{nm} \mathbf{N}_{nm,1}^{(3)} + g_{nm} \mathbf{M}_{nm,1}^{(4)} + h_{nm} \mathbf{N}_{nm,1}^{(4)}]. \quad (5)$$

在外层球表面应用边界条件可以得到

$$a_{nm} k_1 \psi_n(ka_1) + c_{nm} k_1 \xi_n^{(1)}(ka_1) = e_{nm} k \xi_n^{(1)}(k_1 a_1) + g_{nm} k \xi_n^{(2)}(k_1 a_1), \quad (6)$$

$$a_{nm} \psi_n'(ka_1) + c_{nm} \xi_n^{(1)'}(ka_1) = e_{nm} \xi_n^{(1)'}(k_1 a_1) + g_{nm} \xi_n^{(2)'}(k_1 a_1), \quad (7)$$

$$b_{nm} \psi_n(ka_1) + d_{nm} \xi_n^{(1)}(ka_1) = f_{nm} \xi_n^{(1)}(k_1 a_1) + h_{nm} \xi_n^{(2)}(k_1 a_1), \quad (8)$$

$$b_{nm} k_1 \psi_n'(ka_1) + d_{nm} k_1 \xi_n^{(1)'}(ka_1) = f_{nm} k \xi_n^{(1)'}(k_1 a_1) + h_{nm} k \xi_n^{(2)'}(k_1 a_1), \quad (9)$$

式中  $k_1 = 2\pi/\lambda_1$ ,  $\lambda_1$  为在外层球中的波长,  $\psi_n(r)$  和  $\xi_n^{(q)}(r) = rh_n^{(q)}(r)$  ( $q = 1, 2$ ) 为黎卡提-贝塞尔函数,  $\psi_n'$  和  $\xi_n^{(q)'}$  表示对相应宗量求导数。

对于内核粒子(标记为 2),球核内部的场强可以表示为

$$\mathbf{E}_{\text{int}}^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [p_{nm} \mathbf{M}_{nm,2}^{(1)} + q_{nm} \mathbf{N}_{nm,2}^{(1)}]. \quad (10)$$

内核外表面的场可以表示为

$$\mathbf{E}_{\text{sph}}^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [r_{nm} \mathbf{M}_{nm,2}^{(3)} + s_{nm} \mathbf{N}_{nm,2}^{(3)} + t_{nm} \mathbf{M}_{nm,2}^{(4)} + u_{nm} \mathbf{N}_{nm,2}^{(4)}]. \quad (11)$$

在内核表面应用边界条件可以得到

$$p_{nm} k_1 \psi_n(k_2 a_2) = r_{nm} k_2 \xi_n^{(1)}(k_1 a_2) + t_{nm} k_2 \xi_n^{(2)}(k_1 a_2), \quad (12)$$

$$p_{nm} \psi_n'(k_2 a_2) = r_{nm} \xi_n^{(1)'}(k_1 a_2) + t_{nm} \xi_n^{(2)'}(k_1 a_2), \quad (13)$$

$$q_{nm} \psi_n(k_2 a_2) = s_{nm} \xi_n^{(1)}(k_1 a_2) + u_{nm} \xi_n^{(2)}(k_1 a_2), \quad (14)$$

$$q_{nm} k_1 \psi_n'(k_2 a_2) = s_{nm} k_2 \xi_n^{(1)'}(k_1 a_2) + u_{nm} k_2 \xi_n^{(2)'}(k_1 a_2), \quad (15)$$

式中  $k_2 = 2\pi/\lambda_2$ ,  $\lambda_2$  为在内核球中的波长。消掉内场系数  $p_{nm}, q_{nm}$ , 可以得到

$$r_{nm} = t_{nm} \frac{k_1 \xi_n^{(2)'}(k_1 a_2) \psi_n(k_2 a_2) - k_2 \xi_n^{(2)}(k_1 a_2) \psi_n'(k_2 a_2)}{k_2 \xi_n^{(1)'}(k_1 a_2) \psi_n'(k_2 a_2) - k_1 \xi_n^{(1)}(k_1 a_2) \psi_n(k_2 a_2)}, \quad (16)$$

$$s_{nm} = u_{nm} \frac{k_2 \xi_n^{(2)'}(k_1 a_2) \psi_n(k_2 a_2) - k_1 \xi_n^{(2)}(k_1 a_2) \psi_n'(k_2 a_2)}{k_1 \xi_n^{(1)'}(k_1 a_2) \psi_n'(k_2 a_2) - k_2 \xi_n^{(1)}(k_1 a_2) \psi_n(k_2 a_2)}. \quad (17)$$

根据矢量球谐函数的加法定理, 系数  $e_{nm}, f_{nm}, g_{nm}, h_{nm}$  可以由  $r_{nm}, s_{nm}, t_{nm}, u_{nm}$  表示, 具体关系可以参阅文献[7]和[8], 联立以上方程组, 可以得到散射系数  $c_{nm}$  和  $d_{nm}$ 。

对于 TE 极化的平面波入射<sup>[9]</sup>, 有

$$a_{nm} = a_{nm}^{\text{TE}} = \frac{i^n}{n(n+1)} \left[ \sqrt{(n-m)(n+m+1)} P_n^{m+1}(\cos \alpha) - \sqrt{(n-m+1)(n+m)} P_n^{m-1}(\cos \alpha) \right], \quad (18)$$

$$b_{nm} = b_{nm}^{\text{TE}} = \frac{i^{n+2}(2n+1)}{n(n+1)} \left[ \sqrt{\frac{(n-m+1)(n+m+2)}{(2n+1)(2n+3)}} P_{n+1}^{m-1}(\cos \alpha) + \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m+2)}{(2n+1)(2n+3)}} P_{n+1}^{m+1}(\cos \alpha) \right]. \quad (19)$$

式中  $P_n^m$  为连带勒让德函数。对于 TM 极化, 有

$$a_{nm} = a_{nm}^{\text{TM}} = i b_{nm}^{\text{TE}}, \quad (20)$$

$$b_{nm} = b_{nm}^{\text{TM}} = i a_{nm}^{\text{TE}}. \quad (21)$$

散射效率、吸收效率和消光效率分别定义为散射截面、吸收截面和消光截面与粒子截面积的比, 即

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{(ka_1)^2} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \sum_{m=-n}^n (|c_{nm}^{\text{TE}}|^2 + |d_{nm}^{\text{TE}}|^2 + |c_{nm}^{\text{TM}}|^2 + |d_{nm}^{\text{TM}}|^2) \right], \quad (22)$$

$$Q_{\text{ext}} = \frac{-2}{(ka_1)^2} \text{Re} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) \sum_{m=-n}^n (c_{nm}^{\text{TE}} a_{nm}^{\text{TE}*} + d_{nm}^{\text{TE}} b_{nm}^{\text{TE}*} + c_{nm}^{\text{TM}} a_{nm}^{\text{TM}*} + d_{nm}^{\text{TM}} b_{nm}^{\text{TM}*}) \right], \quad (23)$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}}, \quad (24)$$

式中  $a_{nm}^*$  和  $b_{nm}^*$  为  $a_{nm}$  和  $b_{nm}$  的复共轭, 对于单层球形粒子  $m=0$ ,  $a_{nm}$  和  $b_{nm}$  通常表述为  $a_n$  和  $b_n$ 。不对称因子  $g$  可以表示为<sup>[5]</sup>

$$g = \frac{4}{Q_{\text{sca}}(ka)^2} \sum_{n,m} m \text{Re} (c_{nm}^{\text{TE}} d_{nm}^{\text{TE}*} + c_{nm}^{\text{TM}} d_{nm}^{\text{TM}*}) + n(n+2) \sqrt{\frac{(n-m+1)(n-m+1)}{(2n+1)(2n+3)}} \times \text{Re} [i(c_{nm}^{\text{TE}} c_{n+1m}^{\text{TE}*} + d_{nm}^{\text{TE}} d_{n+1m}^{\text{TE}*} + c_{nm}^{\text{TM}} c_{n+1m}^{\text{TM}*} + d_{nm}^{\text{TM}} d_{n+1m}^{\text{TM}*})]. \quad (25)$$

### 3 数值结果

图 2 给出了平面波入射情况下, 折射率为 1.5 的单层球形粒子散射效率随尺寸参数的变化曲线, 从图中可以看出散射效率随着尺寸参数的增长而缓慢振荡变化, 叠加在缓慢变化背景曲线上的快速振

荡是 MDR 激发产生的<sup>[10]</sup>。根据洛伦兹-米氏理论, 这些 MDR 峰值与散射场以及内场的极值相对应。每一个共振模都用一个模数和级数来表示, 模数用  $n$ , 级数用  $l$  表示, 模数  $n$  指共振模的振幅在  $0^\circ \sim 180^\circ$  之间的最大值的数量, 对于球体在  $0^\circ \sim 360^\circ$  之间有

$2n$  个最大值,因此也称为角模数,每个模数对应一个特征方程,每个特征方程又会对应无穷个解,每个解用级数  $l$  表示, $l$  是指模在径向上的最大值,对于模数为  $n$ ,级数为  $l$  的共振模通常表示为  $a_{n,l}$  和  $b_{n,l}$ 。

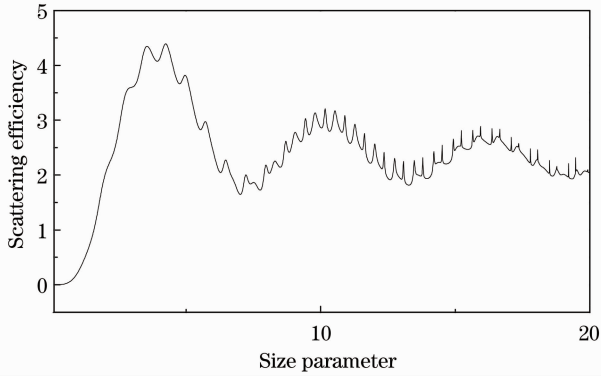


图 2 均匀球散射效率随尺寸参数变化曲线

Fig. 2 Scattering efficiency versus size parameter for a sphere

图 3 和图 4 给出了折射率为 1.5 的均匀球散射振幅系数  $a_n$  和  $b_n$  的实部和虚部随尺寸参数的变化曲线,从图中可以看出第一个共振峰出现在尺寸参数为 16.23367 处,这是系数  $b_{20}$  的第一个共振峰,因此标记为  $b_{20,1}$ ;第二个共振峰出现在尺寸参数为 16.64994 处,这是系数  $a_{20}$  的第一个共振峰,因此标记为  $a_{20,1}$ 。比较图 3 和图 4 可以发现,实部和虚部的峰值对应于相同的尺寸参数,且虚部在共振峰处符号出现转换,这可用于对发生共振的尺寸参数进行定位。

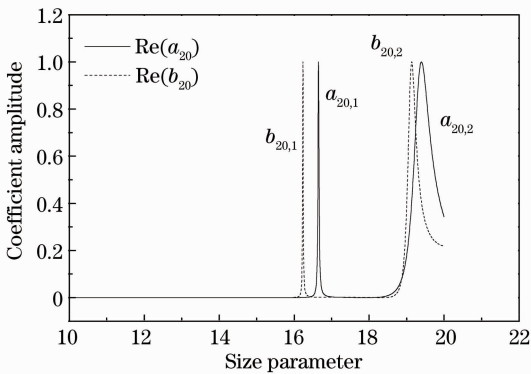


图 3 散射系数  $a_{20}$  和  $b_{20}$  的实部随尺寸参数的变化曲线

Fig. 3 Real part of  $a_{20}$  and  $b_{20}$  versus size parameter

图 5 和图 6 给出了平面波正入射时 ( $\alpha=0^\circ$ ) 同心球粒子散射效率和不对称因子随外壳尺寸参数的变化曲线,其中外壳的折射率为 1.5,内核为 1.7,内核的尺寸参数分别为 0, 8, 12 和 15。从图中可以看出,当内核的尺寸参数较小时,振荡的位置几乎没有发生变化,但是当尺寸参数增大到 12 时,位置出现

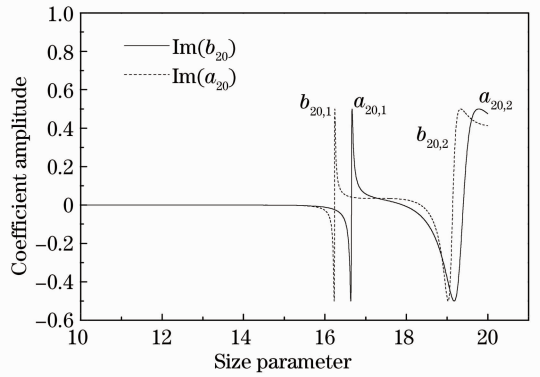


图 4 散射系数  $a_{20}$  和  $b_{20}$  的虚部随尺寸参数的变化曲线

Fig. 4 Imaginary part of  $a_{20}$  and  $b_{20}$  versus size parameter

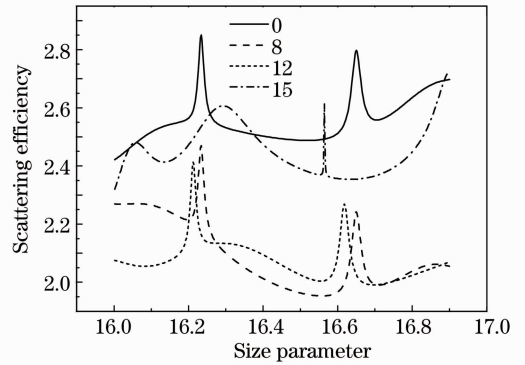


图 5 不同内核尺寸参数下同心球散射效率随外壳尺寸参数的变化曲线

Fig. 5 Scattering efficiency versus shell size parameter with different inner inclusion sizes for concentric sphere

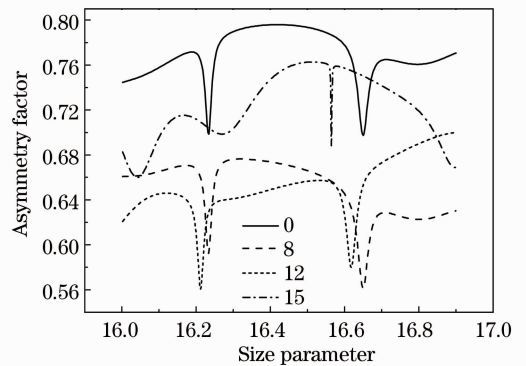


图 6 不同内核尺寸参数下同心球不对称因子随外壳尺寸参数的变化曲线

Fig. 6 Asymmetry factor versus shell size parameter with different inner inclusion sizes for concentric sphere

了偏移;当达到 15 时振荡位置完全偏移了  $a_{20,1}$  和  $b_{20,1}$ 。图 7 和图 8 给出了平面波正入射时 ( $\alpha=0^\circ$ ) 偏心球粒子散射效率和不对称因子随尺寸参数的变化

曲线,其中外壳的折射率为 1.5,内核为 1.7,内核的尺寸参数为 1,两颗球心的距离按照尺寸参数( $2\pi d/\lambda$ )计算分别为 7,12,14 和 15。从图中可以看出,当两者距离按照尺寸参数计算为 7 时,振荡位置完全重叠,随着球心距离的增大,尤其接近外层边缘的时候,振荡位置发生很大的偏移,当球心距离为 15 时振荡完全消失。

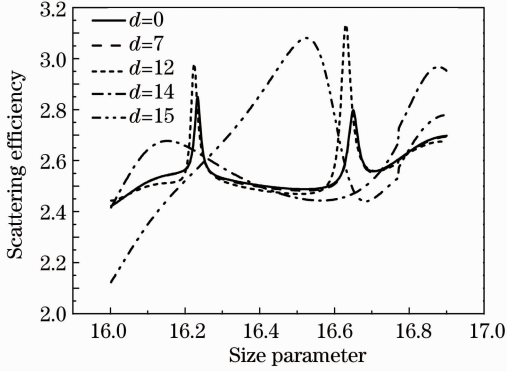


图 7 不同球心距离下偏心球散射效率随外壳尺寸参数的变化曲线

Fig. 7 Scattering efficiency versus shell size parameter with different distances between centers for nonconcentric sphere

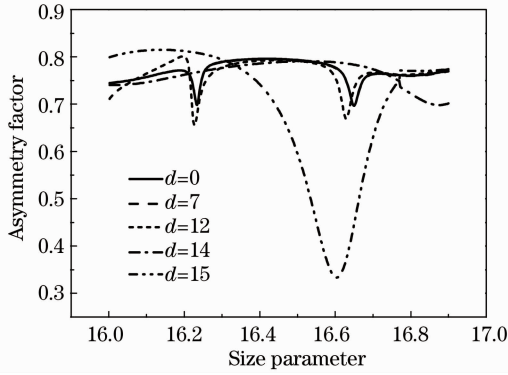


图 8 不同球心距离下偏心球不对称因子随外壳尺寸参数的变化曲线

Fig. 8 Asymmetry parameter versus shell size parameter with different distances between centers for nonconcentric sphere

计算了单层球内场的角平均强度随归一化半径( $r/a$ )的变化,即

$$I_{\text{avg}}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \mathbf{E}\mathbf{E}^* \sin \theta d\theta d\phi, \quad (26)$$

式中  $\mathbf{E}$  为内场强度,上标 \* 表示复共轭。由于球体具有对称性,因此角平均强度与入射波的极化方式无关。

图 9 给出了折射率为 1.5 的单层球角平均强度随归一化半径的变化曲线,球形粒子的尺寸参数分别

对应于  $b_{20,1}$  和  $a_{20,1}$  的 MDR 峰值,以及尺寸参数 16。从图中可以看出,当尺寸参数为 16 时,即非 MDR 时,内场强度近似均匀分布于球体内部,但是当出现 MDR 时,内场强度将主要集中在  $0.8 < r/a < 1$  ( $a$  为外壳半径)之间的区域,并且在  $r/a \approx 0.9$  处达到峰值。图 10 给出了对应于  $a_{20,1}$  的球形粒子内场分布图,粒子折射率为 1.5,入射波沿  $z$  轴传播。从图中可以看出,在球形粒子内部接近外表面的位置出现了能量聚集,这与图 9 是一致的。因此,由图 5~10 的结果可以推断,内核粒子的位置如果远离能量聚集区域,整个粒子的 MDR 几乎不受影响,但是当内核粒子的位置接近于、或者位于能量聚集区域时,将对整个粒子的 MDR 产生影响,甚至让 MDR 消失。

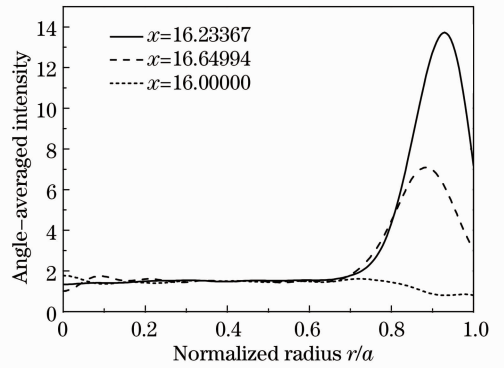


图 9 单层球角平均强度随归一化半径的变化曲线  
Fig. 9 Angle-averaged intensity for a sphere versus normalized radius

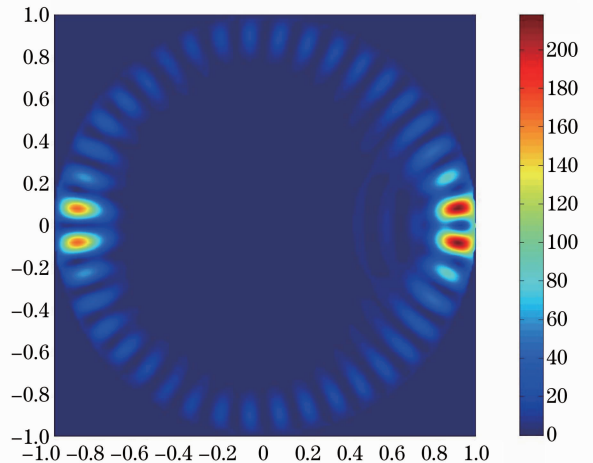


图 10 均匀球粒子内场分布  
Fig. 10 Intensity distribution of the interior cross section for a sphere

图 11 给出了平面波斜入射时,偏心球的不对称因子随尺寸参数的变化曲线,其中外壳的折射率为 1.5,尺寸参数为 16,内核的折射率为 1.7,尺寸参数

分别为 1 和 5; 球心的距离按照尺寸参数计算, 在图 11 中 7, 15, 5, 10。可以看出, 当内核位置远离外壳粒子能量集中区域时(对于本文的算例, 由图 9 和图 10 此区域大约位于  $0.8 < r/a < 1$ ), 入射角度对 MDR 位置的影响较小, 而当内核粒子位于能量集中区域时, 入射角度对 MDR 位置的影响较大, 且当入射角为  $0^\circ$  (即正入射) 时影响最大, 这是因为 MDR 产生的原因是入射光进入球体后光线在内部

发生全反射造成的, 而当入射角度为  $0^\circ$  时, 由于内核的存在使大部分光线在进入外壳粒子后, 又折射进入了内核粒子, 从而使大部分光线无法满足均匀球粒子的全反射条件, 随着入射角度的增大, 一部分光线可以绕过内核粒子从而继续满足全反射条件, 由图 11(b) 和图 11(d) 可以看出, 当入射角度为  $45^\circ$  和  $90^\circ$  时, MDR 位置依然存在, 但是振荡峰变得较宽, 因此其品质因数将大大降低。

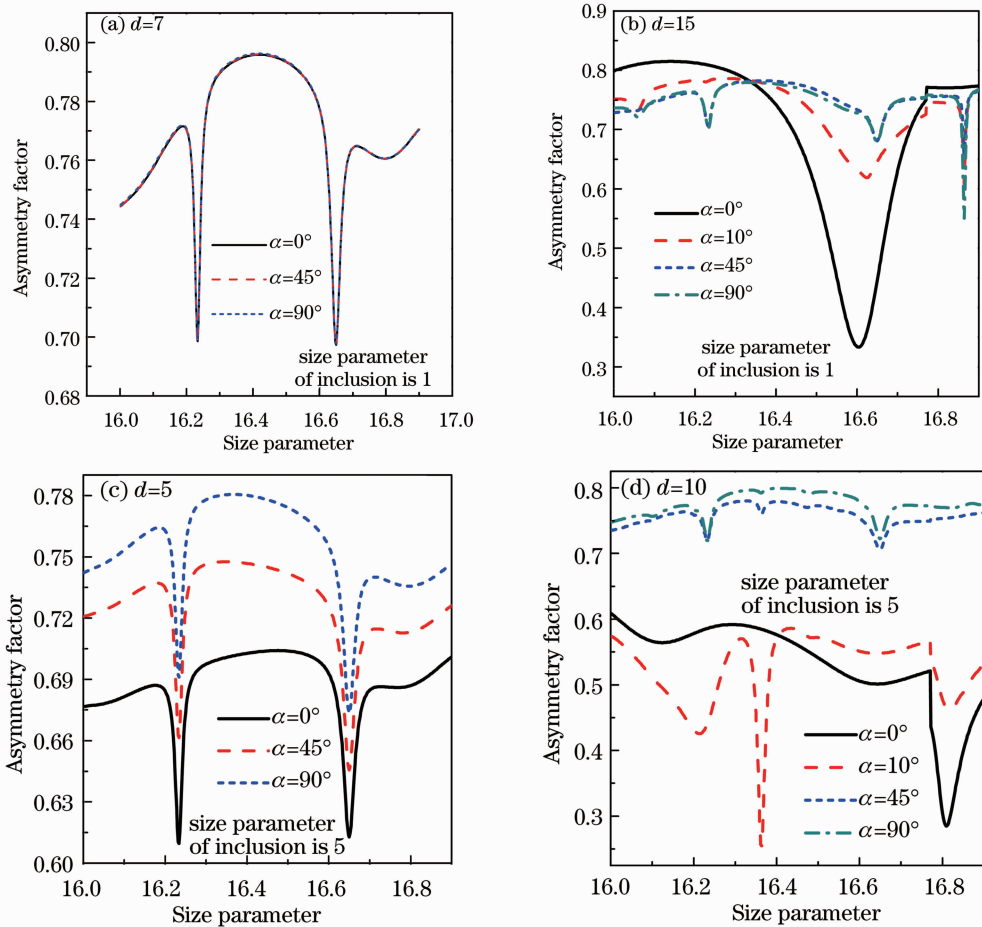


图 11 平面波以不同角度入射时偏心球不对称因子随外壳尺寸参数的变化

Fig. 11 Asymmetry parameter versus shell size parameter for plane wave incident upon nonconcentric sphere with arbitrary angles

图 12 给出了内核尺寸为 15, 球心距离为 1 的偏心球不对称因子随尺寸参数的变化曲线, 从图中可以看出由均匀球得到的 MDR 位置已经完全改变, 这是因为当内核粒子的尺寸与外壳粒子接近时, 光线进入球体后又被折射进入内核粒子, 几乎没有光线能够绕过内核粒子的影响, 因此光线原有的全反射条件均无法满足。另外从图中仍然可以找到一个小的 MDR 振荡峰, 且从图中可以看出入射角度对其位置影响很小, 这是因为内核粒子和外壳的球

心距离很小, 且尺寸相近, 其可以看作接近于一同心球粒子, 因此 MDR 位置随入射角度稍有变化, 但是变化很小。

## 4 结 论

利用分离变量法讨论了内核的尺寸、位置以及平面波入射角度对双层球形粒子 MDR 的影响。对于文中的算例, 当内核的位置位于外壳粒子  $0.8 < r/a < 1$  的区域时, 整个粒子的 MDR 廓线将产生偏



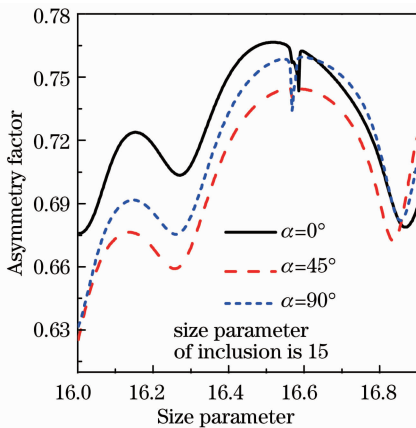


图 12 平面波以不同角度入射时偏心球不对称因子随外壳尺寸参数的变化

Fig. 12 Asymmetry parameter as a function of shell size parameter for plane wave incident upon nonconcentric sphere with arbitrary angles

移,而这个区域正是内场能量集中区域。因此从计算结果可以推论,当球形粒子含有内核时,如果内核粒子位于角平均内场能量集中区域,会对整个粒子的内场产生很大的影响,使 MDR 发生位置产生偏移,甚至无法出现共振模;当内核位置位于内场能量集中区域之外时,入射角度的不同对偏心球形粒子的 MDR 廓线影响很小,而当内核粒子位于能量集中区域内时,入射角度对其 MDR 影响很大。文中双层球形粒子的折射率均为实数,对于折射率为虚数的吸收性粒子需要进一步研究。

## 参 考 文 献

- 1 A. B. Matsko, V. S. Ilchenko. Optical resonators with whispering-gallery modes—part I: basics [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2006, **12**(1): 15~32
- 2 J. Topolancik, F. Vollmer. All-optical switching in the near infrared with bacteriorhodopsin-coated microcavities [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**(18): 184103
- 3 S. Roy, M. Prasad, J. Topolancik *et al.*. All-optical switching with bacteriorhodopsin protein coated microcavities and its application to low power computing circuits [J]. *J. Appl. Phys.*, 2010, **107**(5): 053115
- 4 Y. Wu, J. M. Ward, S. Nic Chormaic. Ultralow threshold green lasing and optical bistability in ZBNA ( $\text{ZrF}_4\text{-BaF}_2\text{-NaFAIF}_3$ ) microspheres [J]. *J. Appl. Phys.*, 2010, **107**(3): 033103
- 5 D. Ngo, G. Videen, P. Chylek. A Fortran code for the scattering of EM waves by a sphere with a nonconcentric spherical inclusion [J]. *Computer Physics Communications*, 1996, **99**(1): 94~112
- 6 Han Guoxia, Han Yiping. Radiation force of a sphere with an eccentric inclusion illuminated by a laser beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(9): 6167~6173  
韩国霞, 韩一平. 激光对含偏心核球形粒子的辐射俘获力 [J]. *物理学报*, 2009, **58**(9): 6167~6173
- 7 S. Stein. Addition theorems for spherical wave functions [J]. *Quart. Appl. Math.*, 1961, **19**: 15~24
- 8 O. R. Cruzan. Translational addition theorems for spherical vector wave functions [J]. *Quart. Appl. Math.*, 1962, **20**: 33~40
- 9 Du Yungang, Han Yiping, Han Guoxia *et al.*. Theoretical study on the rotation of particles driven by Gaussian beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, **60**(2): 028702  
杜云刚, 韩一平, 韩国霞 等. 高斯波束致微粒旋转的理论研究 [J]. *物理学报*, 2011, **60**(2): 028702
- 10 C. B. Bohren, D. R. Huffman. Absorption and Scattering of Light by Small Particles [M]. New York: Wiley, 1983

栏目编辑: 李文喆