

# 多光子 Jaynes-Cummings 模型中原子与 Glauber-Lachs 场态相互作用的量子纠缠

冯 川<sup>1</sup> 萨楚尔夫<sup>1,2</sup> 李红星<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 内蒙古师范大学物理与电子信息学院, 内蒙古 呼和浩特 010022)

<sup>2</sup> 内蒙古师范大学图书馆, 内蒙古 呼和浩特 010022

**摘要** 利用全量子理论,研究了多光子 Jaynes-Cummings 模型中混合态原子与 Glauber-Lachs 态相互作用系统的量子纠缠特性,讨论了相干平均光子数、热平均光子数、原子初态和跃迁光子数对系统纠缠特性的影响。结果表明,系统的纠缠度是相干平均光子数、热平均光子数的非单调函数;随着跃迁光子数的增加,系统的纠缠度的振荡频率明显增加,系统的平均纠缠度有减小趋势;原子初态对系统的纠缠度有明显影响,原子初态虽然趋于基态和趋于激发态的程度相同,但对系统的平均纠缠度的影响是不同的;原子初态的混合程度越大,跃迁光子数对系统的平均纠缠度的破坏作用越明显。

**关键词** 量子光学;量子纠缠;Glauber-Lachs 态;混合态原子;平均纠缠度

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0527001

## Entanglement of an Atom Interacting with Glauber-Lachs State in Multiphoton Jaynes-Cummings Model

Feng Chuan<sup>1</sup> Sachuerfu<sup>1,2</sup> Li Hongxing<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> College of Physics and Electronic Information, Inner Mongolia Normal University, Hohhot, Inner Mongolia 010022, China  
<sup>2</sup> Library of Inner Mongolia Normal University, Huhhot, Inner Mongolia 010022, China)

**Abstract** The entanglement properties of an atom interacting with Glauber-Lachs state in multiphoton Jaynes-Cummings model are studied by means of full quantum theory. The influences of the mean number of coherent photons, the mean number of thermal photons, the number of transition photons and the atomic initial state on the entanglement properties of the system are discussed. Results indicate that the entanglement is a non-monotonic function of the mean number of coherent photons and the mean number of thermal photons. With the increasing of the number of transition photons, the oscillation frequency of the entanglement degree of the system increases obviously and the average entanglement degree of the system decreases. And the atomic initial state affects the entanglement degree of the system obviously. Although the mixedness degree of atomic initial state tend to the ground state and to the excited state are identical, the effects on average entanglement of the system are different. The higher the degree of initial mixedness of the atom is, the more obvious the influence on entanglement degree of the system by the number of transition photons will be.

**Key words** quantum optics; quantum entanglement; Glauber-Lachs state; mixed atomic state; average entanglement degree

**OCIS codes** 270.5585; 270.2500; 270.4180

收稿日期: 2012-12-07; 收到修改稿日期: 2013-01-30

基金项目: 内蒙古自然科学基金项目(2013MS0112)和内蒙古师范大学“十百千”人才工程基金项目资助课题。

作者简介: 冯 川(1986—),男,硕士研究生,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: 345894875@qq.com

导师简介: 萨楚尔夫(1962—),男,博士,教授,主要从事量子光学方面的研究。E-mail: sacrf@imnu.edu.cn

# 1 引 言

量子纠缠是量子力学最显著的特性之一,是量子信息领域中一个十分引人注目的研究课题。它在量子信息处理的量子隐形传态、量子编码、量子纠错、量子密钥分配和量子计算等前沿领域中发挥着极其重要的作用<sup>[1~6]</sup>。在研究量子纠缠过程中, Jaynes-Cummings(J-C)模型是描述一个二能级原子和一个单模量子场相互作用的系统,是可以得到解析解且能够揭示很多量子效应的模型。这一模型中的量子纠缠现象已得到了广泛而深入的研究,并获得了许多重要的研究成果<sup>[7~13]</sup>。而在这些研究工作中, Glauber-Lachs 态作为相干态和热场的叠加场被提及<sup>[12~14]</sup>,它可以处在热场和相干态之间的某一量子场态,因此具有一些十分特殊的重要性质而受到人们的关注。相干态是具有与真空态相同量子涨落的规则量子态,而热场是无序且具有无穷大周期的不规则量子态<sup>[15]</sup>。尽管相干态和热场在量子特性上具有很大的不同,但可以通过一个以相干态和热场为两端边界的 Glauber-Lachs 态很方便地进行统一表示,从而可以细致展示在光与物质相互作用过程中场从有序到无序的整个变化过程。文献<sup>[13]</sup>研究了 J-C 模型下纯态原子和 Glauber-Lachs 态相互作用系统的量子特性,得到了一些有意义的结果,然而对原子处于混合态时系统中有关纠缠特性的讨论还较少涉及。本文主要研究伴随多光子跃迁的 J-C 模型中混合态原子和 Glauber-Lachs 态相互作用系统的量子纠缠特性,讨论了相干平均光子数、热平均光子数、跃迁光子数和原子初态对系统量子纠缠的影响。

# 2 理论模型

假设在 J-C 模型中,光场每湮灭或产生  $l$  个光子则可以导致原子发生一次向上或向下的跃迁,在旋波近似和共振的情况下,伴随多光子跃迁的 J-C 模型中原子与场相互作用系统的哈密顿量在薛定谔绘景下可表示为<sup>[11,16]</sup>(取  $\hbar=1$ )

$$H = \omega_0 S_z + \omega a^\dagger a + g^l (S_+ a^l + S_- a^{l\dagger}). \quad (1)$$

式中  $S_z, S_\pm$  为原子的自旋算符,  $a$  和  $a^\dagger$  分别为光场的湮灭和产生算符,  $g^l$  为场和原子的耦合常数,  $l$  为跃迁光子数,  $\omega_0$  和  $\omega$  分别为原子的跃迁频率和光场的频率;选择多光子共振情况,则  $\omega_0 = l\omega$ 。系统相互作用哈密顿量为

$$H_1 = g^l (S_+ a^l + S_- a^{l\dagger}). \quad (2)$$

假设初始时刻原子处在混合态

$$\rho_a(0) = \lambda |e\rangle\langle e| + (1-\lambda) |g\rangle\langle g|, \quad (3)$$

式中  $|e\rangle$  和  $|g\rangle$  分别代表原子的激发态和基态,原子初态参量  $\lambda(0 \leq \lambda \leq 1)$  代表原子处于激发态的几率,  $\lambda=0$  时原子处于纯基态,  $\lambda=1$  时原子处于纯激发态,  $\lambda=0.5$  时原子处于最大混合态。

腔场最初处在 Glauber-Lachs 态<sup>[12~14]</sup>

$$\rho_f(0) = \sum_{i,j=0} P_{ij} |i\rangle\langle j|, \quad (4)$$

式中  $P_{ij}$  代表 Glauber-Lachs 态的几率分布,当  $i \geq j$  时,其形式为

$$P_{ij} = \sqrt{j!/i!} \{n^i \alpha^{i-j} \exp[-|\alpha|^2/(n+1)] \times L_j^{i-j}[-|\alpha|^2/n(n+1)]\} / (n+1)^{i+1}, \quad (5)$$

当  $i \leq j$  时,  $P_{ij} = P_{ji}^*$ ; 式中  $L_j^\nu$  是拉盖尔关联多项式

$$L_j^\nu(x) = \sum_{k=0}^j \frac{(-1)^k (j+\nu)!}{(j-k)! k! (\nu+k)!} x^k, \quad (6)$$

式中  $n$  和  $|\alpha|^2$  分别代表光场的热平均光子数(噪声)和相干平均光子数(信号场)。

当  $n=0$  时,场的几率分布为

$$P_{ij} = \alpha^i \alpha^{*j} \exp(-|\alpha|^2) / \sqrt{i!j!}. \quad (7)$$

此时  $P_{ij}$  分布符合相干场的几率分布,表示 Glauber-Lachs 态退化为相干态;

当  $|\alpha|^2=0$  时,场的几率分布为

$$P_{ij} = [n^i / (n+1)^{i+1}] \delta_{ij}, \quad (8)$$

此时  $P_{ij}$  分布符合热场的几率分布,表示 Glauber-Lachs 态成为热场。所以说 Glauber-Lachs 态是热场和相干态的叠加场,它可以处在热场和相干态之间的某一量子场态,由热平均光子数  $n$  和相干平均光子数  $|\alpha|^2$  两个参量来调制 Glauber-Lachs 态与热场和相干态的接近程度。

系统初态可表示为

$$\rho_{af}(0) = \rho_f(0) \otimes \rho_a(0) = \lambda \sum_{i,j=0} P_{ij} |i,e\rangle\langle j,e| + (1-\lambda) \sum_{i,j=0} P_{ij} |i,g\rangle\langle j,g|. \quad (9)$$

在相互作用绘景中,通过时间演化公式

$$\rho(t) = \exp(-iH_1 t) \rho_{af}(0) \exp(iH_1 t), \quad (10)$$

可以得到系统的密度矩阵  $\rho(t)$  随时间的演化关系

$$\begin{aligned} \rho(t) = & \lambda \left\{ \sum_{i,j=0} P_{ij} \{ \cos[g^l M(i)t] \cos[g^l M(j)t] |i, e\rangle \langle j, e| + \right. \\ & \sin[g^l M(i)t] \sin[g^l M(j)t] |i+l, g\rangle \langle j+l, g| + \text{icos}[g^l M(i)t] \sin[g^l M(j)t] |i, e\rangle \langle j+l, g| - \\ & \left. \text{isin}[g^l M(i)t] \cos[g^l M(j)t] |i+l, g\rangle \langle j, e| \} \right\} + (1-\lambda) \left\{ \sum_{i,j=0} P_{ij} \{ \cos[g^l F(i)t] \cos[g^l F(j)t] |i, g\rangle \langle j, g| + \right. \\ & \sin[g^l F(i)t] \sin[g^l F(j)t] |i-l, e\rangle \langle j-l, e| + \text{icos}[g^l F(i)t] \times \sin[g^l F(j)t] |i, g\rangle \langle j-l, e| - \\ & \left. \text{isin}[g^l F(i)t] \cos[g^l F(j)t] |i-l, e\rangle \langle j, g| \} \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $M(\beta) = \sqrt{(\beta+1)!/\beta!}$ ,  $F(\beta) = \sqrt{\beta!/(\beta-1)!}$  ( $\beta = i, j$ )。

Peres<sup>[17]</sup> 提出在  $2 \otimes 2$  空间中, 利用系统的负本征值可以判断系统的纠缠<sup>[13, 17]</sup>; 所以可以利用系统的负本征值来讨论系统的纠缠特性。由文献[13]可知, 在  $2 \otimes \infty$  空间中, 需要先通过投影算符

$$\begin{aligned} \Pi_i = & (|g\rangle \langle g| + |e\rangle \langle e|) \otimes (|i'\rangle \langle i'| + \\ & |i'+l\rangle \langle i'+l|), \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $i'$  代表投影空间中的光子数, 将原系统的密度矩阵投影到  $2 \otimes 2$  空间, 得到密度矩阵的投影  $\rho_i(t)$ , 然后利用系统的负本征值的方法描述系统的纠缠特性。其投影公式为

$$\rho_i(t) = \frac{1}{T_i} \Pi_i \rho(t) \Pi_i, \quad (13)$$

式中  $T_i = \text{tr}(\Pi_i \rho(t) \Pi_i)$  是可获得  $\rho_i(t)$  的概率。根据文献[18]知, 在投影后的子空间下, 系统的纠缠可以被完全获得, 而且投影作用不会改变系统的平均纠缠度。

负本征值的定义<sup>[17, 19]</sup>为

$$N = \max(0, -2\lambda_{\min}), \quad (14)$$

式中  $\lambda_{\min}$  是矩阵的部分转置矩阵的最小的本征值。当  $N=0$  时系统处于分离态;  $N=1$  对应最大纠缠态; 而  $0 < N < 1$  时系统处于纠缠态。为了更加明显地表现系统的各个参量对系统纠缠特性的影响, 定义系统的平均纠缠度  $\langle N \rangle$ <sup>[13]</sup> 为

$$\langle N \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T N(t) dt, \quad (15)$$

式中时间  $T$  为选定的时间段, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  反应了  $T$  时间段内系统的纠缠度的平均水平, 当系统的纠缠随时间变化的频率较高时使用平均纠缠度  $\langle N \rangle$  可以更加直观地反应系统各个参量对系统纠缠特性的影响。

### 3 数据处理及结论分析

由于 (14), (15) 式形式上非常复杂, 很难利用解析方法分析  $N$  和  $\langle N \rangle$  与各参量之间的变化关系, 所以将采用数值计算的方法进行分析, 下面将讨论

相干平均光子数  $|\alpha|^2$ 、热平均光子数  $n$ 、跃迁光子数  $l$  和原子初态参量  $\lambda$  对系统纠缠特性的影响。在图 1~18 中, 取  $g^l = 1, i' = 2l$ ; 在图 4、图 8、图 10 以及图 12~18 中,  $T = 30$ 。

#### 3.1 相干平均光子数对纠缠特性的影响

图 1 表示跃迁光子数  $l=2$ 、热平均光子数  $n=2$ 、原子初态参量  $\lambda=1$  时, 相干平均光子数  $|\alpha|^2$  对纠缠度  $N$  的影响。由图 1 可见在给定相干平均光子数  $|\alpha|^2$  的条件下, 随着  $|\alpha|^2$  的增加, 纠缠度的大小发生变化。

图 2 表示  $l=2, n=2, \lambda=1$  时,  $|\alpha|^2 = 16$  时的纠缠度与  $|\alpha|^2 = 0.04$  时纠缠度的差值  $\Delta N = N(|\alpha|^2 = 16) - N(|\alpha|^2 = 0.04)$  的时间演化曲线。由图 2 看出,  $|\alpha|^2 = 16$  时的纠缠度在大部分时间段内大于  $|\alpha|^2 = 0.04$  时的纠缠度。

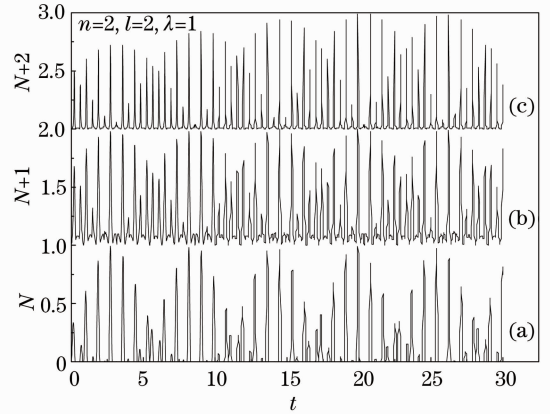


图 1  $N$  随相干平均光子数变化的时间演化曲线。

(a)  $|\alpha|^2 = 1$ ; (b)  $|\alpha|^2 = 50$ ; (c)  $|\alpha|^2 = 400$

Fig. 1 Time evolution of  $N$  with mean number of coherent photons. (a)  $|\alpha|^2 = 1$ ; (b)  $|\alpha|^2 = 50$ ; (c)  $|\alpha|^2 = 400$

图 3 表示  $l=2, n=2, \lambda=1$  时,  $|\alpha|^2 = 400$  时的纠缠度与  $|\alpha|^2 = 100$  时纠缠度的差值  $\Delta N = N(|\alpha|^2 = 400) - N(|\alpha|^2 = 100)$  的时间演化曲线。由图 3 看出,  $|\alpha|^2 = 400$  时的纠缠度在大部分时间段内小于  $|\alpha|^2 = 100$  时的纠缠度。通过图 2, 3 得到的结论可发现纠缠度是相干平均光子数的非单调函数。

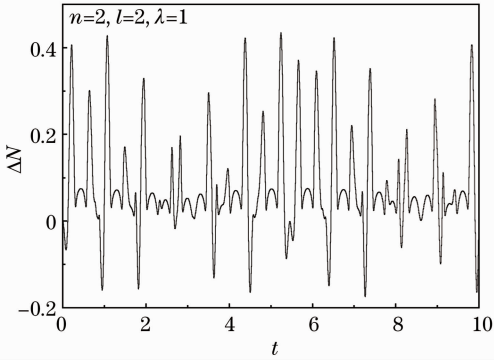


图 2 当  $|\alpha|^2=16$  及  $|\alpha|^2=0.04$  时,  $\Delta N$  随相干平均光子数变化的时间演化曲线

Fig. 2 Time evolution of  $\Delta N$  with mean number of coherent photons with  $|\alpha|^2=16$  and  $|\alpha|^2=0.04$

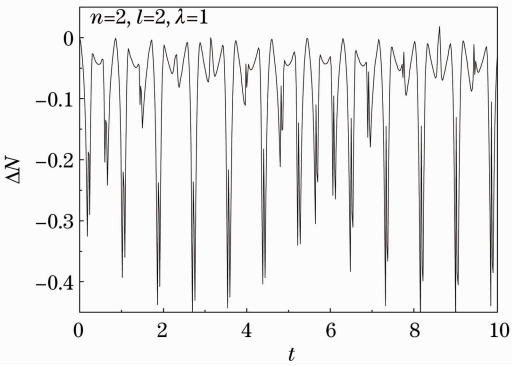


图 3 当  $|\alpha|^2=400$  及  $|\alpha|^2=100$  时,  $\Delta N$  随相干平均光子数变化的时间演化曲线

Fig. 3 Time evolution of  $\Delta N$  with mean number of coherent photons with  $|\alpha|^2=400$  and  $|\alpha|^2=100$

图 4 表示跃迁光子数  $l=2$ ; 原子初态参量  $\lambda=1$ ; 热平均光子数  $n=1, n=4, n=6$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数  $|\alpha|^2$  的演化特性。由图 4 看出, 随着  $|\alpha|^2$  的增加, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  呈现非单调变化, 而且热平均光子数对平均纠缠度  $\langle N \rangle$  有影响。

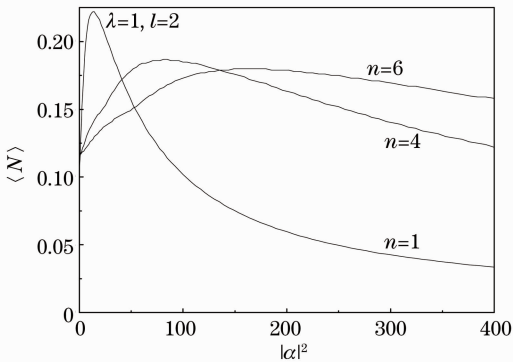


图 4  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数变化的演化曲线  
Fig. 4 Evolution of  $\langle N \rangle$  with mean number of coherent photons

### 3.2 热平均光子数对纠缠特性的影响

图 5 表示跃迁光子数  $l=2$ 、相干平均光子数  $|\alpha|^2=100$ 、原子初态参量  $\lambda=1$  时, 热平均光子数  $n$  对纠缠度  $N$  的影响。由图 5 可见在给定热平均光子数  $n$  的条件下, 随着  $n$  的增加, 纠缠度的大小发生变化。

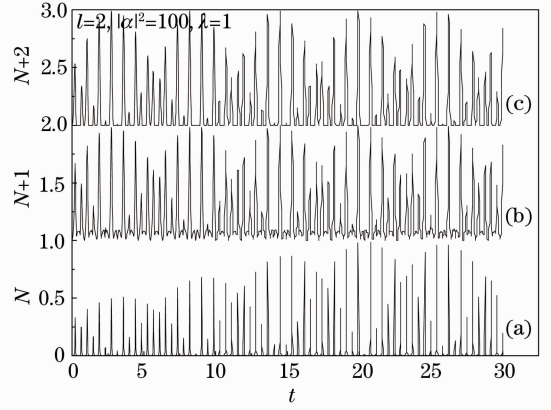


图 5  $N$  随热平均光子数变化的时间演化曲线。

(a)  $n=0.1$ ; (b)  $n=4$ ; (c)  $n=10$

Fig. 5 Time evolution of  $N$  with mean number of thermal photons. (a)  $n=0.1$ ; (b)  $n=4$ ; (c)  $n=10$

图 6 表示跃迁光子数  $l=2$ 、相干平均光子数  $|\alpha|^2=25$ 、原子初态参量  $\lambda=1$  时,  $n=0.8$  时的纠缠度与  $n=0.2$  时的纠缠度的差值  $\Delta N = N(n=0.8) - N(n=0.2)$  的时间演化曲线, 由图 6 看出,  $n=0.8$  时的纠缠度在大部分时间段内大于  $n=0.2$  时的纠缠度。

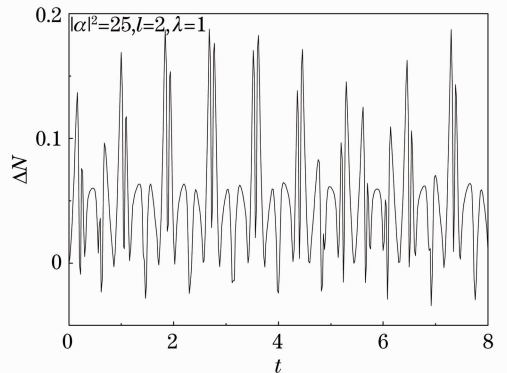


图 6 当  $n=0.8$  及  $n=0.2$  时,  $\Delta N$  随热平均光子数变化的时间演化曲线

Fig. 6 Time evolution of  $\Delta N$  with mean number of thermal photons with  $n=0.8$  and  $n=0.2$

图 7 表示跃迁光子数  $l=2$ 、相干平均光子数  $|\alpha|^2=25$ 、原子初态参量  $\lambda=1$  时,  $n=8$  时的纠缠度与  $n=2$  时的纠缠度的差值  $\Delta N = N(n=8) - N(n=2)$  的时间演化曲线, 由图 7 看出,  $n=8$  时的

纠缠度在大部分时间段内小于  $n = 2$  时的纠缠度。通过图 6、7 可知纠缠度是热平均光子数的非单调函数。

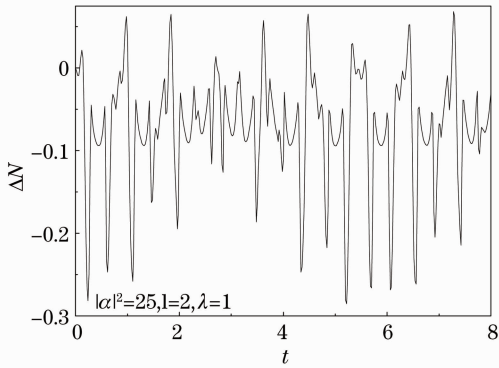


图 7 当  $n=8$  及  $n=2$  时,  $\Delta N$  随热平均光子数变化的时间演化曲线

Fig. 7 Time evolution of  $\Delta N$  with mean number of thermal photons with  $n=8$  and  $n=2$

图 8 表示跃迁光子数  $l = 2$ ; 原子初态参量  $\lambda = 1$ ; 相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25, 50, 100$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随热平均光子数  $n$  的演化特性。由图 8 看出, 随着热平均光子数  $n$  的增加, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  呈现非单调变化。

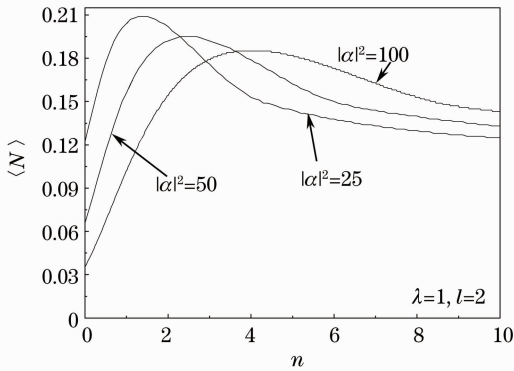


图 8  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数  $|\alpha|^2$  变化的演化曲线

Fig. 8 Evolution of  $\langle N \rangle$  with of mean number of thermal photons  $|\alpha|^2$

### 3.3 跃迁光子数对纠缠特性的影响

图 9 表示相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$ 、热平均光子数  $n = 4$ 、原子初态参量  $\lambda = 1$  时, 跃迁光子数  $l$  对纠缠度  $N$  的影响。由图 9 可见在给定跃迁光子数  $l$  的条件下, 随着  $l$  的增加, 纠缠度的振荡频率明显增加, 但其峰值几乎不变。

图 10 表示相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$ 、热平均光子数  $n = 1.5$ 、原子初态参量  $\lambda = 1$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数  $l$  的演化特性。由图 10 看出, 随着  $l$  的增加, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  呈现非单调变化, 当  $l \leq$

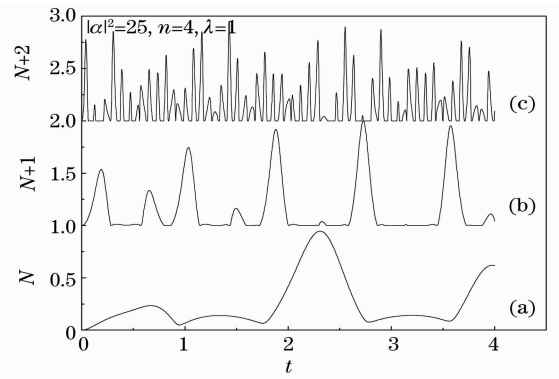


图 9  $N$  随跃迁光子数  $l$  变化的时间演化曲线。

(a)  $l=1$ ; (b)  $l=2$ ; (c)  $l=3$

Fig. 9 Time evolution of  $N$  with number of transitional photons. (a)  $l=1$ ; (b)  $l=2$ ; (c)  $l=3$

15 时,  $\langle N \rangle$  先减小再增大。当  $l \geq 15$  时, 随着  $l$  的增加, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  呈逐渐减小的趋势。这说明跃迁光子数对系统的平均纠缠度有破坏作用。

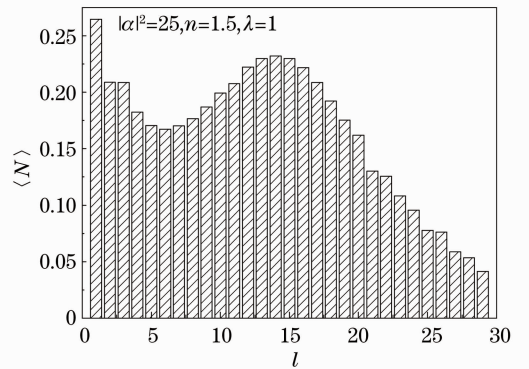


图 10  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数  $l$  变化的演化曲线

Fig. 10 Evolution of  $\langle N \rangle$  with number of transitional photons

### 3.4 原子初态对纠缠特性的影响

图 11 显示了光场相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$ 、热平均光子数  $n = 4$ 、跃迁光子数  $l = 1$  时, 原子初态参量  $\lambda$  对纠缠度  $N$  的影响。从图 11 中明显看出, 原子初态参量  $\lambda$  对纠缠度  $N$  的振荡频率几乎没有影响, 但对纠缠度的峰值有明显影响。原子初态参量  $\lambda = 0$  和  $\lambda = 1$  时的纠缠度的峰值明显大于  $\lambda = 0.5$  时的纠缠度的峰值, 这说明, 纠缠度与原子初始混合程度有关, 原子初态趋于纯态时纠缠度的值较大。

图 12 表示相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$ 、热平均光子数  $n = 4$ 、跃迁光子数  $l = 1$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随原子初态参量  $\lambda$  的演化特性。从图 12 中明显看出, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  做非单调变化, 当  $\lambda = 0.5$  (原子处于最大混合态) 时, 并不能使平均纠缠度  $\langle N \rangle$  取到最小值。这说明, 原子初态虽然趋于基态和趋

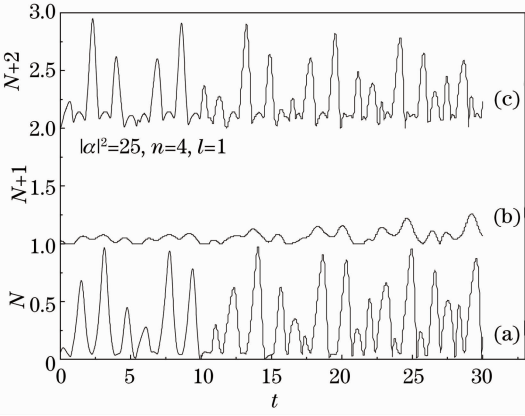


图 11  $N$  随原子初态参数变化的演化曲线。(a)  $\lambda=0$ ;  
(b)  $\lambda=0.5$ ; (c)  $\lambda=1$

Fig. 11 Time evolution of  $N$  with different initial states of atom. (a)  $\lambda=0$ ; (b)  $\lambda=0.5$ ; (c)  $\lambda=1$

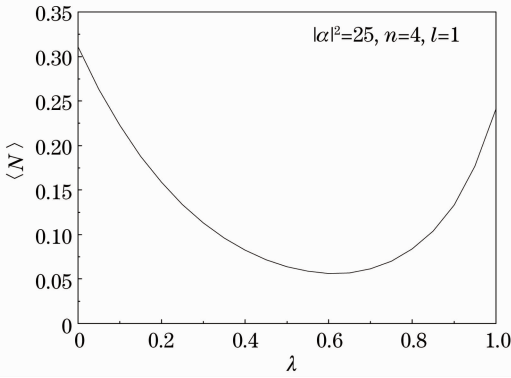


图 12  $\langle N \rangle$  随原子初态参量变化的演化曲线

Fig. 12 Evolution of  $\langle N \rangle$  with different initial states of atom

于激发态的程度相同,但对平均纠缠度的影响是不同的。

### 3.5 各系统参量对系统的纠缠特性的作用之间的相互影响

图 13 表示相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$ 、热平均光子数  $n = 4$  时,  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  和跃迁光子数  $l$  的变化关系。从图 13 中明显看出,平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  的演化特性受到跃迁光子数  $l$  的影响。随着跃迁光子数  $l$  的增加,平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  变化曲线的最低点趋于零并向  $\lambda = 0$  处靠近,并且保持  $\langle N \rangle = 0$  的曲线越来越长,整个演化曲线的非对称性发生了改变。平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数  $l$  的演化特性也受到原子初态参量  $\lambda$  的影响。 $\lambda$  的值越靠近  $\lambda = 0.5$  时,  $\langle N \rangle$  的值随  $l$  增加而减小的速率越快,并迅速趋于零。这表明原子初态的混合程度越大,跃迁光子数  $l$  对系统纠缠的破坏作用越明显。

图 14 显示了原子初态参量  $\lambda = 0.8$ 、跃迁光子

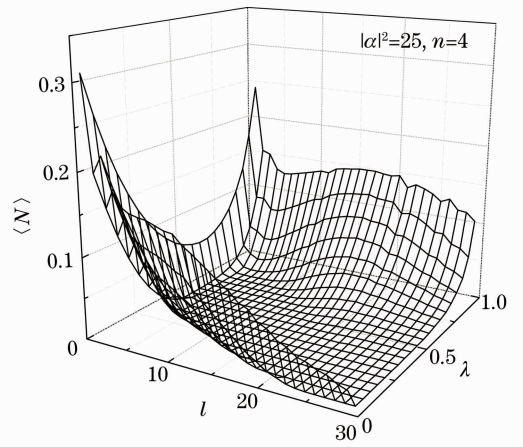


图 13  $\langle N \rangle$  随原子初态参数和跃迁光子数变化的演化曲线

Fig. 13 Evolution of  $\langle N \rangle$  with different initial states of atom and number of transitional photons

数  $l = 2$  时,平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数  $|\alpha|^2$  和热平均光子数  $n$  的变化关系。从图 14 中明显看出,  $\langle N \rangle$  随  $|\alpha|^2$  的演化特性受到  $n$  的影响。随着热平均光子数  $n$  的增加,平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数  $|\alpha|^2$  变化曲线趋于平缓,其峰值逐渐降低,并向  $|\alpha|^2$  正向移动。 $\langle N \rangle$  随  $n$  的演化特性也受到  $|\alpha|^2$  的影响。随着  $|\alpha|^2$  的增加,  $\langle N \rangle$  随  $n$  变化曲线的峰值逐渐降低,并向  $n$  的正向移动。

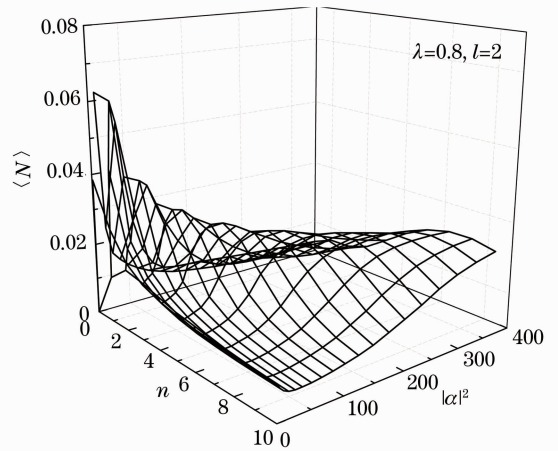


图 14  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数和热平均光子数变化的演化曲线

Fig. 14 Evolution of  $\langle N \rangle$  with mean number of coherent photons and mean number of thermal photons

图 15 显示了热平均光子数  $n = 2$  和跃迁光子数  $l = 2$  时,平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数  $|\alpha|^2$  和原子初态参量  $\lambda$  的变化关系。从图 15 中明显看出,  $\langle N \rangle$  随  $|\alpha|^2$  的演化特性受到  $\lambda$  的影响。 $\lambda$  值越靠近  $\lambda = 0.5$  时,  $\langle N \rangle$  随  $|\alpha|^2$  变化曲线越平缓,其峰值逐渐降低,但不会在  $|\alpha|^2$  的方向移动。 $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  的演化

特性也受到  $|\alpha|^2$  的影响。随着  $|\alpha|^2$  的增加,  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  变化曲线趋于平缓, 其最低点先快速增大然后又降低到零点, 但是不会在  $\lambda$  的方向上移动, 即此曲线的非对称性不发生较大改变。

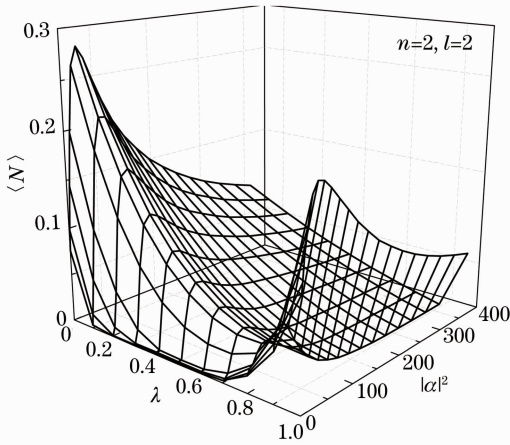


图 15  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数和原子初态参量变化的演化曲线

Fig. 15 Evolution of  $\langle N \rangle$  with mean number of coherent photons and different initial states of atom

图 16 显示了相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$  和跃迁光子数  $l = 2$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随热平均光子数  $n$  和原子初态参量  $\lambda$  的变化关系。从图 16 中明显看出,  $\langle N \rangle$  随  $n$  的演化特性受到  $\lambda$  的影响。 $\lambda$  值越靠近  $\lambda = 0.5$  时,  $\langle N \rangle$  随  $n$  变化曲线越平缓, 其峰值逐渐降低, 但不会在  $n$  方向移动。平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  的演化特性也受到  $n$  的影响。随着  $n$  的增加,  $\langle N \rangle$  随  $\lambda$  变化曲线趋于平缓, 其最低点先迅速增大然后又降低到零点, 但是不会在  $\lambda$  的方向上移动, 此时曲线的非对称性也不发生较大改变。

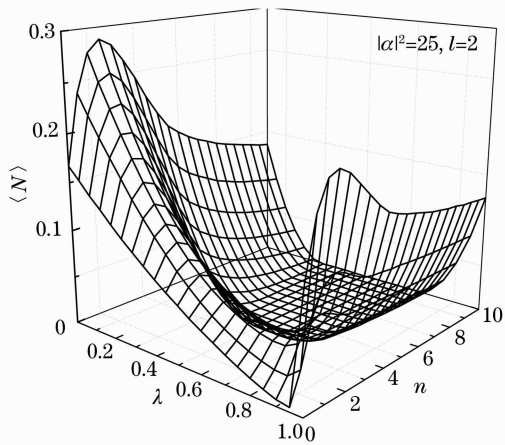


图 16  $\langle N \rangle$  随热平均光子数和原子初态参量变化的演化曲线

Fig. 16 Evolution of  $\langle N \rangle$  with mean number of thermal photons and different initial states of atom

图 17 显示了原子初态参量  $\lambda = 0.8$  和相干平均光子数  $|\alpha|^2 = 25$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数  $l$  和热平均光子数  $n$  的变化关系。从图 17 中明显看出,  $\langle N \rangle$  随热平均光子数  $n$  的演化特性受到跃迁光子数  $l$  的影响。随着  $l$  的增加,  $\langle N \rangle$  随  $n$  的变化曲线的峰值先增大然后减小。 $\langle N \rangle$  随  $l$  的演化特性也受到热平均光子数  $n$  的影响。随着  $n$  的增加,  $\langle N \rangle$  随  $l$  的变化曲线趋于平缓, 其峰值也迅速降低。

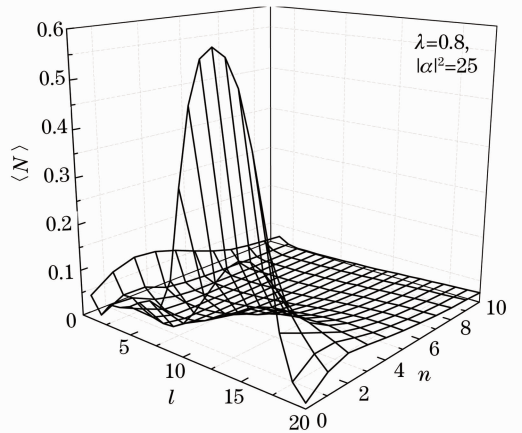


图 17  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数和热平均光子数变化的演化曲线

Fig. 17 Evolution of  $\langle N \rangle$  with number of transitional photons and mean number of thermal photons

图 18 显示了原子初态参量  $\lambda = 1$  和热平均光子数  $n = 2$  时, 平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数  $l$  和相干平均光子数  $|\alpha|^2$  的变化关系。从图 18 中明显看出,  $\langle N \rangle$  随  $l$  的演化特性受到  $|\alpha|^2$  的影响。随着  $|\alpha|^2$  的增加,  $\langle N \rangle$  随  $l$  的变化曲线越来越快的趋近于零。 $|\alpha|^2$  会加速  $l$  对系统纠缠的破坏作用。 $\langle N \rangle$  随  $|\alpha|^2$

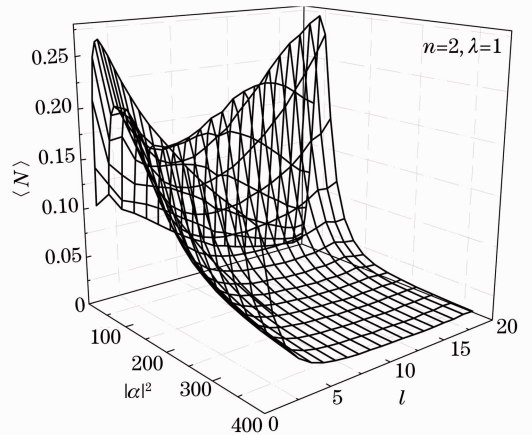


图 18  $\langle N \rangle$  随跃迁光子数和相干平均光子数变化的演化曲线

Fig. 18 Evolution of  $\langle N \rangle$  with number of transitional photons and mean number of coherent photons

的演化特性也受到  $l$  的影响。随着跃迁光子数  $l$  的增加,平均纠缠度  $\langle N \rangle$  随相干平均光子数  $|\alpha|^2$  的变化曲线越来越快的趋近于零。

## 4 结 论

利用全量子理论,对多光子 J-C 模型中混合态原子与 Glauber-Lachs 场态相互作用系统的量子纠缠特性进行了探究,主要研究了相干平均光子数、热平均光子数、原子初态和跃迁光子数对系统的纠缠特性的影响。结果表明,系统的纠缠度是相干平均光子数  $|\alpha|^2$ 、热平均光子数  $n$  的非单调函数;跃迁光子数  $l$  能使系统的纠缠度  $N$  的振荡频率明显增加,对系统的平均纠缠度具有破坏作用;原子初态参量  $\lambda$  对系统的纠缠度的峰值有明显影响,原子初态虽然趋于基态和趋于激发态的程度相同,但对平均纠缠度的影响是不同的;系统各参量对系统纠缠的作用效果会受到系统其它参量的影响,系统的纠缠是由系统各参量共同调制的。

## 参 考 文 献

- 1 A. Einstein, B. Podolsky, N. C. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete [J]. *Phys. Rev.*, 1935, **47**(10): 777~780
- 2 W. K. Wootters. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(10): 2245~2248
- 3 J. Lee, M. S. Kim. Entanglement teleportation via werner states [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18): 4236~4239
- 4 Lu Daoming. Quantum properties in the system of atoms interacting with weak coherent cavities fields [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(10): 1027001  
卢道明. 原子与弱相干腔场相互作用系统中的量子特性[J]. *光学学报*, 2012, **32**(10): 1027001
- 5 Peng Kunchi, Jia Xiaojun, Su Xiaolong *et al.*. Optical manipulations of quantum states with continuous variables [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900107  
彭堃堃, 贾晓军, 苏晓龙 等. 连续变量量子态的光学操控[J]. *光学学报*, 2011, **31**(9): 0900107
- 6 Dai Hongyi, Chen Pingxing, Liang Linmei *et al.*. Teleporting superpositions of even and odd coherent states of a cavity field via the entangled state of a degenerate  $\Lambda$ -type atom interacting with

- the cavity field [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(2): 441~444  
戴宏毅, 陈平形, 梁林梅 等. 利用  $\Lambda$  型原子与光场的纠缠态传送腔场的奇偶相干态的叠加态[J]. *物理学报*, 2004, **53**(2): 441~444
- 7 Liao Qinghong, Liu Ye, Jia Shulei. Study of entanglement sudden death between two atoms in the one-photon and two-photon Jaynes-Cummings models [J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(6): 0618001  
廖庆洪, 刘 晔, 贾书磊. 单光子和双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子间纠缠突然死亡的研究[J]. *中国激光*, 2012, **39**(6): 0618001
  - 8 Xu Jingping, Yang Yaping. The time-dependent atom-filed coupling J-C model with an initial squeezing state: two-photon process [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 251~255  
许静平, 羊亚平. 压缩态光场变耦合系数双光子 J-C 模型性质 [J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 251~255
  - 9 Hu Yaohua. Entropy exchange and entanglement in intensity-dependent coupling J-C model with atomic motion [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0527002  
胡要花. 运动强度相关耦合 J-C 模型中的熵交换和纠缠[J]. *光学学报*, 2012, **32**(5): 0527002
  - 10 S. M. Barnett, S. J. D. Phoenix. Entropy as a measure of quantum optical correlation [J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **40**(5): 2404~2409
  - 11 Tan Lei, Zhang Yuqing, Zhu Zhonghua. Entanglement dynamics of a moving multi-photon Jaynes-Cummings model in mixed states [J]. *Chin. Phys. B*, 2011, **20**(7): 070303
  - 12 S. M. Venkata, M. Vijayakumar, P. Alsing. Glauber-Lachs version of the Jaynes-Cummings interaction of a two-level atom [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(7): 5301~5304
  - 13 H. Kayhan. System mixedness as a contributor to entanglement in the Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Scr.*, 2011, **83**(2): 025402
  - 14 G. Lachs. Theoretical aspects of thermal and coherent radiation [J]. *Phys. Rev.*, 1965, **138**(4B): 1012~1016
  - 15 O. S. Marlan, M. S. Zubairy. *Quantum Optics* [M]. Beijing: World Publishing Corporation, 1996. 72~78
  - 16 Peng Jinsheng, Li Gaoxiang. *Introduction to Modern Quantum Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1996. 350~354  
彭金生, 李高翔. *近代量子光学导论* [M]. 北京: 科学出版社, 1996. 350~354
  - 17 A. Peres. Separability criterion for density matrices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**(8): 1413~1415
  - 18 V. Vedral, M. B. Plenio, M. A. Rippin *et al.*. Quantifying entanglement [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(12): 2275~2279
  - 19 K. Zyczkowski, P. Horodecki, A. Sanpera *et al.*. Volume of the set of separable states [J]. *Phys. Rev. A*, 1998, **58**(2): 883~892

栏目编辑: 李文喆