

传统二维电子气与石墨烯中的光电导谱

杨翠红¹ 魏相飞^{2*} 罗媛¹ 刘立伟²

¹ 南京信息工程大学物理与光电工程学院, 江苏 南京 210044
² 中国科学院苏州纳米技术与纳米仿生研究所纳米器件及相关材料研究部, 江苏 苏州 215123

摘要 单层石墨烯是在室温下能存在的二维电子气, 由于其线性色散关系与传统二维电子气相区别, 在光、电、磁等多方面(如室温量子霍尔效应、高迁移率、高热导率和最小电导率等)表现出不同的输运行为, 使其在微电子和透明导电膜方面有巨大的应用前景。采用在无规相近似下的介电函数来分析两类二维电子气系统中的光电导谱的异同。结果表明, 包含两支能谱的体系中带间的跃迁对光电导起主要贡献, 而两体系中带内的跃迁对光导的贡献很小。光谱的形状依赖于费米能级和由散射引起的能级展宽。当入射光的能量远高于 $2E_F$ 时, 光电导趋于一常数, 与实验结果一致。

关键词 物理光学; 光吸收; 介电函数; 二维电子气

中图分类号 O433.5⁺1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0526002

Optical Conductivity Spectrum in a Conventional Two-Dimensional Electron Gas and Graphene

Yang Cuihong¹ Wei Xiangfei² Luo Yuan¹ Liu Liwei²

¹ School of Physics and Optoelectronic Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China
² Nano-Devices and Materials Division, Suzhou Institute of Nano-Tech and Nano-Bionics, Chinese Academy of Sciences, Suzhou, Jiangsu 215123, China

Abstract Monolayer graphene is a two dimensional electron gas (2DEG) which is obtained at room temperature. The optical, electrical and magnetic transport properties (e. g., room temperature quantum Hall effect, high mobility, high thermal conductivity, minimum conductivity, etc.) in graphene represent different transport behaviors for the difference of its linear dispersion relation and that of traditional 2DEG. This graphene material has huge potential applications in microelectronics and transparent conductive films. The dielectric function under the random phase approximation (RPA) is employed to evaluate the optical conductivity in the traditional 2DEG and the graphene system. It is found that the main optical conductivity is induced by the inter-band transition with two-branch energy spectrum, while the contribution by the intra-band transition is very small. The shape of the conductivity spectrum depends on the Fermi energy and the broadening width which is determined by the scattering mechanism. When the optical energy is larger than $2E_F$, the optical conductivity tends to a constant which is consistent with the experimental result.

Key words physical optics; optical absorption; dielectric function; two-dimensional electron gas

OCIS codes 260.5150; 260.3060; 260.2160; 290.3700

1 引言

随着当代的计算机、通讯和办公自动化等信息

技术的高速发展, 人们期望器件的特征尺寸不断缩小。半导体器件制造工艺的发展使得低维、高速半

收稿日期: 2012-11-07; 收到修改稿日期: 2013-01-25

基金项目: 国家自然科学基金(10804053, 51002079)、江苏省高校“青蓝工程”和教育部留学回国人员科研启动基金资助课题。

作者简介: 杨翠红(1978—), 女, 博士, 教授, 主要从事低维电子系统光电和输运性质的理论等方面的研究。

E-mail: chyang@nuist.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: xfwei@yahoo.cn

导体器件成为研究的焦点并付诸实际应用。其中半导体异质结结构由于生长方向受到限制,同时在界面上的载流子可以在二维平面内自由运动,形成二维电子气(2DEG),此方法是实现半导体低维体系的基本手段,同时 2DEG 也成为高速微电子、光电子器件的基本结构。当电子的相干长度和介观器件的尺寸相当时,通过对低维半导体和半金属材料的光、电、磁等方面输运性质的研究,人们已知道在这类低维材料中蕴藏着特殊的、新奇的、尚未挖掘的量子特性。由于其丰富而新奇的电光现象和潜在的微纳器件方面的应用,人们对半导体低维物理的研究也不断深入^[1~9]。在这些传统低维系统中,由于生长方向势能梯度引起的与自旋相关的现象也得到了广泛关注^[2]。比如晶体的反演对称性遭到破坏,即使没有外磁场的作用,自旋简并的能级也有可能出现劈裂。由结构反演不对称(SIA)引起的在外磁场为零条件下的 Rashba 自旋劈裂现象,形成了包含自旋-轨道(SO)耦合相互作用的 2DEG。Stein 等^[3,4]首先在 GaAs/AlGaAs 异质结表面上观察到了磁阻拍频现象。Das 等^[5]在 InGaAs/InAlAs 异质结中也观察到了 Shubnikov-de Haas (SdH)拍频现象。理论上认为自旋的劈裂与势能的梯度有关,目前被广泛应用的 Hamiltonian 自旋轨道耦合模型是 Bychkov 等^[6]在 1960 年提出的理论模型基础上用自旋轨道耦合模型来解释的,此 2DEG 的能谱是由自旋向上、向下两支组成的体系。

以往实验上 2DEG 的形成通常通过金属-氧化物-半导体(MOS)中的反型层或载流子拘禁于两种半导体的界面来获得。直到 2004 年,Novoselov 等^[7]发现了一种简单易行的制备石墨烯的新方法:机械剥离法。首次把石墨一层一层剥离,得到只有几层乃至一层的二维碳原子晶体,即石墨烯,得到了在室温下存在的 2DEG 结构。随后 2005 年 Novoselov 等^[8,9]在《自然》杂志上发表的介绍石墨烯物性的两篇文章为二维材料石墨烯的研究拉开了序幕,引发了研究石墨烯的热潮。

从传统的不含 SO 耦合的 2DEG,到含有 SO 耦合相互作用异质结中的 2DEG,到石墨烯层的 2DEG 性质引起了人们广泛的兴趣^[1,2,10~12]。其光电导和光吸收特性可通过介电函数来分析研究。单层石墨烯是六角原胞碳原子紧密堆积成二维蜂窝状晶格结构的一种炭质新材料,每个原胞里包含两类不等价的碳原子。采用紧束缚近似计算能带结构,忽略原子轨道间的重叠积分,并在狄拉克点附近展

开,取线性项可得石墨烯载流子的能谱与波矢成线性关系: $E_{s,k} = s\hbar v_F k$, $s = \pm 1$ 分别代表导带电子和价带空穴,可理解为赝自旋,处理过程类似于含 SO 耦合作用 2DEG 中自旋向上、向下的两支能谱, $v_F \approx 10^6$ m/s 为载流子的费米速度,有效质量为 0,行为像相对论粒子,速度近似为光速的 1/300。由于其特殊的能量色散关系,可知两个基本物理量:费米能级 $E_F = \hbar v_F \sqrt{\pi n}$ 正比于电子浓度的平方根,态密度 $D(E) = 2E/[\pi(\hbar v_F)^2]$ 正比于载流子能量,与传统 2DEG 的费米能级 $E_F = \pi\hbar^2 n/m^*$ 正比于电子浓度, $D(E) = 2m^*/(\pi\hbar^2)$ 与载流子能量无关是一常量相区别,使得石墨烯体系表现出一些特殊的光学、电学性质。文献[13~15]测量了石墨烯狄拉克费米子在远红外的光电导谱的动力学行为,测量过程中通过改变门电压来调节系统中的载流子浓度。当入射光的能量大于 2 倍的费米能级后,光电导趋近于一常数 $\sigma_0 = \frac{\pi e^2}{2h}$,代表着载流子从占据态到非占据态的跃迁过程。而入射光的能量较小时,占据态的电子吸收光能不足以跃迁到非占据态,从而使得光电导很小。相应的理论上采用 Kubo 公式、玻尔兹曼方程等方法来研究光电导谱^[16~18]。在理论计算过程中必须考虑能级的展宽效应即考虑各种散射机制对能谱和电导谱的展宽效应。根据测量的电导与门电压近似成线性关系,并且依赖于样品所在的介电环境,最小电导率的出现与库仑杂质有关,以及在外磁场下测量的光电吸收谱展宽等方面的实验结果,一般考虑如库仑杂质散射、缺陷散射、电子间相互作用以及电子与声子相互作用等散射对载流子输运行为的影响。

本文通过格林函数定义的密度关联函数在无规相近似下(RPA)求解得出的介电函数,根据光电导与介电函数之间的关系分析传统的自旋简并的 2DEG 和单层石墨烯中的光电导特性的异同,其中对石墨烯中两支能谱的处理方法类似于传统的含 SO 耦合的 2DEG 情况,可对比分析。

2 理论计算

利用麦克斯韦方程组讨论电磁波在真空或导体中的传输特性,考虑时谐波,其中的磁场强度与电位移矢量的关系可表示为 $\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} = -i\omega\epsilon\mathbf{E} + \sigma\mathbf{E}$,比较在真空或绝缘介质中的方程 $\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} =$

$-i\omega\epsilon\mathbf{E}$, 差别仅在于多了一项 $\delta\mathbf{E}$, 这是由传导电流引起的, 与电场同相, 在传输过程中引起功率耗散。因此可形式上引入复电容率 $\epsilon' = \epsilon + i\frac{\sigma}{\omega}$, 则在导体中的关系可表示为 $\nabla \times \mathbf{H} = i\omega\epsilon'\mathbf{E}$ 。上面的分析表明介电函数的虚部与电导相联系, 同时引起能量耗散, 与光吸收谱直接相关。可以通过介电函数的虚部来分析研究光电导谱特征。

光电导与介电函数的关系可通过严格的理论计算得到。首先定义光场矢势 \mathbf{A} 的场算符, 在光场作用下计算矢势的推迟格林函数, 给出横介电函数 $\epsilon_T(\omega, q)$ 。另外通过密度-密度关联函数计算纵介电函数 $\epsilon_L(\omega, q)$ 。考虑光子的能量高, 波矢小, 在电子吸收能量跃迁的过程中, 载流子的波矢几乎不变。在 $q \rightarrow 0$ 的条件下, 两种介电函数等价, 即 $\epsilon_T(\omega, q) = \epsilon_L(\omega, q) = \epsilon(\omega, q)$ 。考虑一般的多带体系, 光电导与介电函数的关系可表示为^[19,20]:

$$\sigma_{xx}(\omega) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\kappa\omega}{2\pi q} \sum_{m', m, n', n} \text{Im} \epsilon_{m', m, n', n}(\omega, q) = -e^2 \omega \lim_{q \rightarrow 0} \frac{1}{q^2} \sum_{n', n} \text{Im} \Pi_{n', n}(\omega, q), \quad (1)$$

式中 ω 为光子的频率, κ 为衬底材料的介电常数, $\epsilon_{m', m, n', n}(\omega, q)$ 为多带介电函数^[21], 与频率和波矢有关, $\Pi_{n', n}(\omega, q)$ 是密度-密度关联函数。(1)式表明, 光电导谱与介电函数的虚部相关, 可通过解析计算介电函数, 分析研究光电导谱。

2.1 传统 2DEG

在传统的自旋简并的 2DEG 中, 导带电子的运动分解为生长方向(定义为 z 方向)的限制运动, 和沿着二维(x - y)平面的自由运动。能量可以近似用二维抛物线型的自由电子加 z 方向的束缚能级来表示: $E_{k,n} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \epsilon_n$, 其中 m^* 为电子的有效质量, 可通过回旋共振实验来测量; $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ 为二维的平面波矢; ϵ_n 代表 z 方向的束缚能级。在实际系统中电子浓度不高, 可近似只考虑最低的一个子带占据, 能量直接表示为 $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$, 在此计算过程中认为自旋是简并的。通过定义密度-密度关联函数, 计算得到^[22]:

$$\Pi^0 = \sum_k \frac{f_k - f_{k'}}{\hbar\omega + E_k - E_{k'} + i\Gamma}. \quad (2)$$

Π^0 定义为传统 2DEG 的密度-密度关联函数。 $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{q}$, $\hbar\omega$ 为入射光的能量, f_k 为载流子费米分布函数, 在解析计算中只考虑低温情况($T \rightarrow 0$), Γ 为载

流子由于杂质、声子等散射引起的能级展宽。计算在小 q 近似下($q \rightarrow 0$ K), 由于载流子吸收光子能量在带内之间的跃迁, 密度-密度关联函数虚部为 $\text{Im} \Pi^0 \approx -\frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma k_x^2 q^2}{\hbar\omega^3 m}$ 。所以在传统的自旋简并 2DEG 中的光电导谱为

$$\sigma_{xx}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \frac{\Gamma E_F}{\pi(\hbar\omega)^2}. \quad (3)$$

从(3)式可以看出, 传统 2DEG 中, 载流子吸收光子能量在带内跃迁, 光电导谱正比于展宽能量和费米能量, 反比于光子的能量。当体系中散射很弱时, 展宽能量远小于入射光子的能量, 此时光电导非常小。

对自旋劈裂的 2DEG, 文献[23]考虑自旋轨道耦合项, 能量劈裂成自旋向上和向下两个分支, 采用多带的密度-密度关联函数研究了自旋劈裂的光电导谱。研究表明, 自旋相同的带内跃迁对光电导贡献很小, 与不考虑 SO 耦合的自旋简并的 2DEG 中的行为一致。同时由于 Rashba 效应, 能级劈裂成两支, 只有自旋不同的带间之间的跃迁才能形成光电流。光谱宽度依赖于体系的结构和载流子浓度等参数, 通过对光电性质的研究, 表明用光学方法比通常的磁输运方法能够更有效地测量自旋电子的特性, 为自旋电子系统作为新型光和光电器件提供了理论依据。

2.2 单层石墨烯

定义密度-密度关联函数得到石墨烯中的密度关联函数形式为^[24]

$$\Pi = \sum_{s,s'} \Pi_{s,s'} = g_s g_{s'} \sum_{s,s'} \sum_k \frac{\left(1 + ss' \frac{k + q \cos \theta}{|\mathbf{k} + \mathbf{q}|}\right)}{2} \times \frac{f_{s,k} - f_{s',k'}}{\hbar\omega + E_{s,k} - E_{s',k'} + i\Gamma}, \quad (4)$$

式中 $g_s, g_{s'}$ 分别代表自旋和谷简并度, $f_{s,k}$ 是载流子的费米-狄拉克分布函数。假设系统中的费米能级处于导带内, 并考虑到在 $T = 0$ K, $q \rightarrow 0$ 的近似条件下, 只会发生载流子在导带内的带内跃迁 $\sigma_{xx}^{(1)}(\omega)$ 和载流子从价带到导带的带间跃迁 $\sigma_{xx}^{(2)}(\omega)$, 总的光导 $\sigma_{xx}(\omega) = \sigma_{xx}^{(1)}(\omega) + \sigma_{xx}^{(2)}(\omega)$, 如图 1 所示。这两种跃迁的通道类似于含 SO 耦合相互作用的 2DEG 在外加光场作用下载流子的跃迁过程。

符号 1(2)代表导带内(价带到导带间)的带内(带间)跃迁。当光能大于 $2E_F$ 时可以观测到带间跃迁。

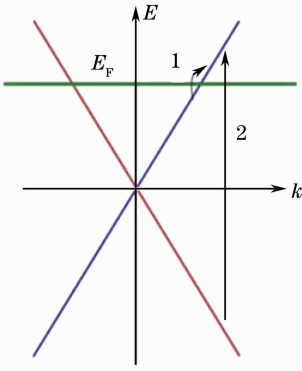


图 1 在 n -型石墨烯中光跃迁示意图

Fig.1 Diagram of the beam transmission in n -type graphene

计算光电导中 $q \rightarrow 0$, 对密度关联函数中的系

数因子做近似 $\frac{k+q\cos\theta}{|k+q|} \approx 1 - \left(\frac{q}{k}\right)^2 \cos^2\theta$. 进一步

计算带内密度关联函数近似为 $\text{Im } \Pi_{+,+} \approx -\frac{\Gamma}{(\hbar\omega)^3} \frac{k_F q^2 \gamma}{2\pi}$, 可得导带内的跃迁对光电导的贡献为

$$\sigma_{xx}^{(1)}(\omega) = -e^2 \omega \lim_{q \rightarrow 0} \frac{1}{q^2} \text{Im } \Pi_{+,+} = \sigma_0 \frac{8\Gamma E_F}{\pi(\hbar\omega)^2}, \quad (5)$$

式中 $\sigma_0 = \pi e^2 / 2h$, 带内跃迁引起的光电导正比于载流子的能级展宽和费米能级的乘积, 反比于入射光能量的平方, 在石墨烯体系中展宽远小于费米能级, 当光子能量较高时可以看出带内跃迁对光电导的贡献很小, 与传统的自旋简并 2DEG 系统中的光电导谱一致。

带间密度关联函数近似为 $\text{Im } \Pi_{-,+} \approx -g_s g_v \Gamma \frac{q^2}{8\pi} \frac{1}{a} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{k^2}{R} + \frac{\hbar\omega}{\Gamma} \arctan \frac{(2\gamma k - \hbar\omega)}{\Gamma} \right]_{k_F}^{k_c}$, $R = (2\gamma k - \hbar\omega)^2 + \Gamma^2$, 可得带间的跃迁对光电导的贡献为

$$\sigma_{xx}^{(2)}(\omega) = -e^2 \omega \lim_{q \rightarrow 0} \frac{1}{q^2} \text{Im } \Pi_{-,+} = \sigma_0 \frac{2\hbar\omega\Gamma}{\pi} \frac{1}{[(\hbar\omega)^2 + \Gamma^2]} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{k^2}{R} + \frac{\hbar\omega}{\Gamma} \arctan \frac{(2\gamma k - \hbar\omega)}{\Gamma} \right]_{k_F}^{k_c}, \quad (6)$$

式中 k_c 为能谱近似取线性关系的上限波矢。当 $\Gamma \ll \hbar\omega$ 时,

$$\sigma_{xx}^{(2)}(\omega) \approx \sigma_0 \left[\frac{2}{\pi} \arctan \frac{(2\gamma k - \hbar\omega)}{\Gamma} \right]_{k_F}^{k_c}. \quad (7)$$

从上面分析可以看出当载流子能量展宽 Γ 远小于入射光的能量 $\hbar\omega$, 并且电子吸收光子能量发生的跃迁前后动量近似相等, 满足变化的动量 $q \rightarrow 0$ 的条件。当入射光能量较小时, 即能量远小于 $2E_F$ 时, 此时带间光跃迁过程不能发生, $\arctan \frac{(2\gamma k - \hbar\omega)}{\Gamma}$

的上下限都近似等于 $\frac{\pi}{2}$, 带间跃迁的光电导趋于零;

当入射光能量较大, 即能量远大于 $2E_F$ 时, 此时发生带间光跃迁过程, $\arctan \frac{(2\gamma k - \hbar\omega)}{\Gamma}$ 的上限近似等

于 $\pi/2$, 下限近似等于 0, 光电导近似趋于常数 σ_0 , 与实验结果相一致。但在入射光能近似等于 2 倍费米能级时的带间跃迁谱依赖于展宽能级的大小和费米能级(即载流子浓度)的大小。关于展宽能级大小实验^[25]和理论^[20~28]都进行了分析, 主要从电导的近似线性关系, 最小电导率的出现以及输运时间和量子散射时间的比值等角度来考虑载流子的散射, 结果表明由散射引起的能级展宽一般在几个毫电子伏特, 与费米能级相比很小。

3 结 论

利用介电函数与光电谱之间的关系, 通过密度-密度关联函数对比分析研究了传统的自旋简并和非简并的 2DEG 和单层石墨烯 2DEG 系统中的光电导谱。结果表明考虑自旋(赝自旋)对应的能量劈裂成两支能谱的系统含有带间和带内两种跃迁通道, 而自旋简并的体系只有带内跃迁。具体对石墨烯而言, 在零温条件下发生了导带内的跃迁和价带到导带的带间跃迁两种。在载流子吸收光子能量跃迁过程中带内通道对光电导的贡献很小, 光电导的主要贡献来源于带间跃迁。与实验观测结果相吻合, 具体的光谱形状与散射引起的能谱展宽相关。

参 考 文 献

- 1 Tsuneya Ando, Alan B. Fowler, Frank Stern. Electronic properties of two-dimensional systems [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1982, **54**(2): 437~672
- 2 Igor Zutic, Jaroslav Fabian, S. Das Sarma. Spintronics: fundamentals and applications [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2004, **76**(2): 323~410
- 3 D. Stein, K. v. Klitzing, G. Weimann. Electron spin resonance on GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterostructures [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **51**(2): 130~133
- 4 H. L. Stormer, Z. Schlesinger, A. Chang *et al.*. Energy structure and quantized Hall effect of two dimensional holes [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **51**(2): 126~129
- 5 B. Das, D. C. Miller, S. Datta *et al.*. Evidence for spin splitting

- in $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ heterostructures as $B \rightarrow 0$ [J]. *Phys. Rev. B*, 1989, **39**(2): 1411~1414
- 6 Yu A. Bychkov, E. I. Rashba. Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers [J]. *J. Phys. C: Solid State Phys.*, 2000, **17**: 6039~6045
- 7 K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov *et al.*. Electric field effect in atomically thin carbon films [J]. *Science*, 2004, **306**(7065): 666~669
- 8 K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov *et al.*. Two-dimensional gas of massless dirac fermions in grapheme [J]. *Nature*, 2005, **438**(7065): 197~200
- 9 Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer *et al.*. Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in grapheme [J]. *Nature*, 2005, **438**(7065): 201~204
- 10 A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres *et al.*. The electronic properties of grapheme [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2009, **81**(1): 109~162
- 11 S. Das. Sarma, Shaffique Adam, E. H. Hwang *et al.*. Electronic transport in two-dimensional grapheme [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2011, **83**(2): 407~470
- 12 Qiaoliang Bao, Kian Ping Loh. Graphene photonics, plasmonics, and broadband optoelectronic devices [J]. *ACS Nano Review*, 2012, **6**(5): 3677~3694
- 13 Z. Q. Li, E. A. Henriksen, Z. Jiang *et al.*. Dirac charge dynamics in graphene by infrared spectroscopy [J]. *Nature Physics*, 2008, **4**(7): 532~535
- 14 K. F. Mak, M. Y. Sfeir, Yang Wu *et al.*. Measurement of the optical conductivity of graphene [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **101**(19): 196405
- 15 A. B. Kuzmenko, E. Van Heumen, F. Carbone *et al.*. Universal optical conductance of graphite [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**(11): 117401
- 16 T. Stauber, N. M. R. Peres, A. K. Geim. Optical conductivity of grapheme in the visible of the spectrum [J]. *Phys. Rev. B*, 2008, **78**(8): 085432
- 17 T. Stauber, N. M. R. Peres, A. H. Castro Neto. Conductivity of suspended and non-suspended grapheme at finite gate voltage [J]. *Phys. Rev. B*, 2008, **78**(8): 085418
- 18 A. G. Grushin, B. Valenzuela, M. A. H. Vozmediano. Effect of Coulomb interactions on the optical properties of doped graphene [J]. *Phys. Rev. B*, 2008, **80**(15): 155417
- 19 E. G. Mishchenko, B. I. Halperin. Transport equations for a two-dimensional electron gas with spin-orbit interaction [J]. *Phys. Rev. B*, 2003, **68**(4): 045317
- 20 C. H. Yang, W. Xu, C. S. Tang. Fast-electron magneto-optical spectrum of a two-dimensional electron gas in the presence of spin-orbit interaction and quantizing magnetic fields [J]. *Phys. Rev. B*, 2007, **76**(15): 155301
- 21 S. Das Sarma, A. Madhukar. Collective modes of spatially separated, two-component, two-dimensional plasma in solids [J]. *Phys. Rev. B*, 1981, **23**(2): 805~815
- 22 Frank stern. Polarizability of a two-dimensional electron gas [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1967, **18**(14): 546~548
- 23 D. W. Yuan, W. Xu, Z. Zeng *et al.*. Optical spectrum of a spin-split two-dimensional electron gas [J]. *Phys. Rev. B*, 2005, **72**(3): 033320
- 24 E. H. Hwang, S. Das Sarma. Dielectric function, screening, and plasmons in two-dimensional graphene [J]. *Phys. Rev. B*, 2007, **75**(20): 205418
- 25 Z. Jiang, E. A. Henriksen, L. C. Tung *et al.*. Infrared spectroscopy of landau levels of graphene [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**(19): 197403
- 26 C. H. Yang, F. M. Peeters, W. Xu. Density of states and magneto-optical conductivity of grapheme in a perpendicular magnetic field [J]. *Phys. Rev. B*, 2010, **82**(20): 205428
- 27 C. H. Yang, F. M. Peeters, W. Xu. Landau-level broadening due to electron-impurity interaction in grapheme in strong magnetic fields [J]. *Phys. Rev. B*, 2010, **82**(7): 075401
- 28 Yang Cuihong, Xu Wen, Li Qingfang. Magneto-optical conductivity induced by electron-impurity and electron-phonon interaction in graphene [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(1): 0126001
- 杨翠红, 徐文, 李庆芳. 电子-杂质和电子-声子相互作用对石墨烯磁光导的影响 [J]. *光学学报*, 2012, **32**(1): 0126001

栏目编辑: 韩峰