

# 非均匀非线性波导中涡旋光孤子的相互作用传播

张解放<sup>1,2</sup> 赵 辟<sup>2</sup> 胡文成<sup>2</sup> 楼吉辉<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 浙江传媒学院互联网与社会研究中心, 浙江 杭州 310018)  
(<sup>2</sup> 浙江师范大学非线性物理研究所, 浙江 金华 321004)

**摘要** 基于具有非线性自聚焦(自散焦)效应的光波传输模型,经无量纲化后得到一个(2+1)维变系数非线性薛定谔方程。引进相似变换,将该方程变换为标准的(2+1)维非线性薛定谔方程;在此基础上通过数值模拟分别研究了涡核间距和初始相位差对2个涡旋光孤子、4个涡旋光孤子、5个涡旋光孤子和6个涡旋光孤子相互作用的影响。对结果进行分析得出新的结论:1)涡旋光孤子在传播时保持形状不变,具有自相似特性;2)多个涡旋孤子沿着 $z$ 轴方向传播时,会发生相互作用,只有当涡核之间的距离小于某特定值时,相互作用明显,当涡旋之间存在相位差时,涡旋孤子之间在传播过程中会发生能量转移,有的部分被加强,有的部分被减弱。

**关键词** 非线性光学;变系数非线性薛定谔方程;相似变换;涡旋光孤子;相互作用

**中图分类号** O437 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201333.0419001

## Interaction Propagation of Optical Vortex Solitons in Inhomogeneous Nonlinear Waveguides

Zhang Jiefang<sup>1,2</sup> Zhao Bi<sup>2</sup> Hu Wencheng<sup>2</sup> Lou Jihui<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Center of Internet and Society, Zhejiang University of Media and Communications, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)  
(<sup>2</sup> Institute of Nonlinear Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China)

**Abstract** Based on an optical transmission model with nonlinear self-focusing (self-defocusing) effects, a (2+1)-dimensional nonlinear Schrödinger equation is obtained under nondimensionalization. The (2+1)-dimensional variable coefficient nonlinear Schrödinger equation is transformed into the standard (2+1)-dimensional nonlinear Schrödinger equation by using similarity transformation. Interactions between two optical vortex solitons, among four, five and six optical vortex solitons in the waveguides are discussed with different vortex-core spacing and initial phase difference, respectively, by numerical simulation. Some new conclusions are obtained through analyzing the above results. 1) The shape of vortex soliton with selfsimilar characteristics sustain during the propagation along  $z$ -axis. 2) Multiple vortex solitons interact with each other during the propagation along  $z$ -axis especially when the distance within them is smaller than a definite value, meanwhile the energy flow among them. Some are strengthened, and some are weakened.

**Key words** nonlinear optics; variable coefficient nonlinear Schrödinger equation; similarity transformation; optical vortex soliton; interaction

**OCIS codes** 190.4370; 190.6135

## 1 引言

涡旋普遍存在于自然界中,常见的有水中的旋涡、飓风和台风等。涡旋与波的相位奇异性相关联,在相位奇异点(或线)上相位是不确定的,但场的振

幅(即强度)为零<sup>[1]</sup>。光在介质中传播的电场强度可以用非线性薛定谔方程(NLSE)来描述,因为NLSE在某些条件下具有涡旋形式的解,所以人们自然推断在光学中也可能出现涡旋现象<sup>[2~4]</sup>。事实确是如

收稿日期: 2012-10-31; 收到修改稿日期: 2012-12-14

基金项目: 国家自然科学基金(11072219)资助课题。

作者简介: 张解放(1959—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事非线性动力学方面的研究。

E-mail: jfzhang2002@yahoo.com.cn

此,在非线性介质中,由于衍射效应与非线性效应的相互平衡,这些螺旋位错会导致自陷涡旋光束的产生,形成空间涡旋光孤子<sup>[5~7]</sup>。这些涡旋光束相位呈螺旋结构且原点处存在奇点,代表波前的相位位错,中心场强为零,并以环状形式局域化传播(即场强无限衰减)<sup>[8,9]</sup>。现在涡旋光孤子已经在实验中得到验证<sup>[10~15]</sup>。

本文以具有非线性自聚焦(自散焦)效应的光波传输模型——(2+1)维变系数 NLSE 为模型,运用相似变换,将(2+1)维变系数 NLSE 转化成标准形式,并求出变系数 NLSE 近似的自相似涡旋解,最后通过数值模拟讨论涡旋光孤子传播中的相互作用行为,并给出分析结论。

## 2 非均匀非线性波导中的光波传输方程及其相似变换

对于一个具有克尔非线性的波导,其折射率满足  $n(x, y, z) = n_0 + n_2 R(z) I(x, y, z)$ , (1) 式中  $I(x, y, z)$  为光场强度,  $n_0$  为折射率的线性部分,  $n_2 R(z) I(x, y, z)$  为克尔非线性部分。  $n_2$  为克尔非线性系数,  $n_2$  取正(负)对应着非线性自聚焦(自散焦)介质。函数  $R(z) > 0$  是一个无量纲函数,描述非线性克尔系数的非均匀性。在慢变包络近似下,能够得到在非均匀非线性波导中的光波传输方程<sup>[16~18]</sup>:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\beta(z)}{k_0} \nabla_{x,y}^2 u + \frac{k_0 n_2}{n_0} R(z) |u|^2 u = i g(z) u, \quad (2)$$

式中  $x, y$  为涡旋的实际横纵坐标,  $z$  为实际传播距离,  $u(x, y, z)$  为光场的振幅,  $k_0 = 2\pi n_0 / \lambda$  为波数,  $\beta(z)$  为衍射系数,  $R(z)$  为非线性系数,  $g(z)$  为增益/损耗参数,  $g(z) > 0$  意味着增益,而  $g(z) < 0$  意味着损耗,它们都是传播距离  $z$  的函数,  $\nabla_{x,y}^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  为拉普拉斯算子。引入变换  $U(X, Y, Z) = \sqrt{k_0 |n_2 / L_D| |n_0|} u(x, y, z)$ ,  $X = x / \omega_0$ ,  $Y = y / \omega_0$ ,  $Z = z / L_D$ ,  $G(Z) = g(z) / L_D$ , 式中  $\omega_0 = (2k_0^2 n_1 / n_0)^{-1/4}$  和  $L_D = k_0 \omega_0^2$  分别为横向特征长度和衍射长度,  $X, Y$  为传播平面上归一化的横纵坐标,  $Z$  为归一化的传播距离。可以将(2)式无量纲化为

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \beta(Z) \nabla_{X,Y}^2 U + \sigma R(Z) |U|^2 U = i G(Z) U, \quad (3)$$

式中  $\sigma = \pm 1$  分别对应于介质的自聚焦(+)和自散焦

(-),  $\beta(Z), R(Z), G(Z)$  均为传播距离  $Z$  的函数。为了将变系数 NLSE 转换成标准的 NLSE, 采用变换

$$U = \frac{\sqrt{\beta}}{W \sqrt{R}} \phi(\xi_1, \xi_2, \eta) \exp[i\varphi(X, Y, Z)], \quad (4)$$

$$\xi_1 = \frac{X - X_c(Z)}{W(Z)}, \quad \xi_2 = \frac{Y - Y_c(Z)}{W(Z)}, \quad \eta = \eta(Z),$$

$$\varphi = B_1(Z) + B_2(Z)X + B_3(Z)Y + B_4(Z)(X^2 + Y^2), \quad (5)$$

式中  $W(Z)$  和  $X_c(Z), Y_c(Z)$  为宽度和中心位置, 它们也都是  $Z$  的函数。  $\phi(\xi_1, \xi_2, \eta)$  是复函数,  $\varphi(X, Y, Z)$  代表着相位。将变换(4)式和(5)式代入(3)式, 并且在满足

$$\frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} - \frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial Z} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial Z} = \frac{\beta}{W^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial X_c}{\partial Z} = \beta B_2 + 2\beta B_4 X_c, \quad \frac{\partial Y_c}{\partial Z} = \beta B_3 + 2\beta B_4 Y_c, \quad (7)$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial Z} = -\frac{1}{2}\beta(B_2^2 + B_3^2), \quad \frac{\partial B_2}{\partial Z} = -2\beta B_2 B_4,$$

$$\frac{\partial B_3}{\partial Z} = -2\beta B_3 B_4, \quad \frac{\partial B_4}{\partial Z} = -2\beta B_4^2 \quad (8)$$

时(3)式可以约化为(2+1)维标准的 NLSE

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \nabla_{\xi_1, \xi_2}^2 \phi + \sigma |\phi|^2 \phi = 0, \quad (9)$$

式中  $\nabla_{\xi_1, \xi_2}^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi_2^2}$ , 系数  $\beta(Z), R(Z), G(Z)$  满足  $G = \frac{1}{2}(\frac{\beta Z}{\beta} - \frac{R_Z}{R})$ 。(6)~(8)式经过一些简单的代数运算可以得到

$$W = C_1 + C_2 \int_0^Z \beta(s) ds, \quad (10)$$

$$X_c = Y_c = C_4 W - \frac{2C_3}{C_2}, \quad (11)$$

$$B_1 = \frac{2C_3^2}{C_2 W} + C_4, \quad B_2 = B_3 = \frac{C_3}{W}, \quad B_4 = \frac{1}{4} \frac{C_2}{W}, \quad (12)$$

式中  $C_1, C_2, C_3, C_4$  为任意常数。

将(9)式写成极坐标的形式

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + |\phi|^2 \phi = 0. \quad (13)$$

取  $\sigma = 1, \rho^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2, \eta$  为传播方向, 函数  $\phi(\rho, \theta, \eta)$  的形式写作  $\phi(\rho, \theta, \eta) = f(\rho) \exp[i(m\theta + K_0 \eta)]$ ,  $m$  为整数, 称作拓扑指数, 描述相位变化的快慢,  $K_0$  为传播常数。根据涡旋的性质

$$f(\rho) \sim \begin{cases} \alpha \rho^{|m|} + o(\rho^{|m|+2}), & \rho \rightarrow 0 \\ 0, & \rho \rightarrow \infty \end{cases},$$

取  $f(\rho) = \rho^m \exp(-\rho^2)^{[19,20]}$  作为初解。

为了简化,只考虑轴向的传播。令  $C_3 = C_4 = 0$ ,

则有  $\rho^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 = \frac{X^2 + Y^2}{W(Z)^2} = \frac{r^2}{W(Z)^2}$ 。将  $\beta(Z)$ ,

$R(Z)$ ,  $W(Z)$  和  $\phi(\rho, \theta, \eta)$  代入(4)式,可构造出自相似涡旋孤子解:

$$U = \frac{\sqrt{\beta}}{W \sqrt{R}} \left( \frac{r}{W} \right)^m \exp\left(-\frac{r^2}{W^2}\right) \times \exp\left[i\left(m\theta + K_0\eta + \frac{1}{4} \frac{C_2 r^2}{W}\right)\right] = F(r) \exp(i\varphi), \quad (14)$$

式中  $F(r) = \frac{\sqrt{\beta}}{W \sqrt{R}} \left( \frac{r}{W} \right)^m \exp\left(-\frac{r^2}{W^2}\right)$ ,  $\varphi = m\theta + K_0\eta + \frac{1}{4} \frac{C_2 r^2}{W}$ 。需要指出,这个解虽只是近似解,但可以用来作为初值。

### 3 自相似涡旋光孤子的相互作用

#### 3.1 单个涡旋光孤子的传播

以衍射项呈指数渐减的光纤  $[\beta(z) = \beta_0 \exp(-\sigma_0 z)]^{[18]}$  中自相似涡旋光孤子的传播为例进行讨论。取  $G(Z) = G_0$ , 根据  $G = \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_Z}{\beta} - \frac{R_Z}{R} \right)$  可以得到非

线性系数:

$$R(Z) = C_5 \exp[-(\sigma_0 + 2G_0)Z],$$

$$W(Z) = C_1 + \frac{C_2 \beta_0}{\sigma_0} [1 - \exp(-\sigma_0 z)],$$

$$\eta = \frac{\sigma_0}{C_2 [-C_1 \sigma_0 - C_2 \beta_0 + C_2 \beta_0 \exp(-\sigma_0 Z)]} + C_6, \quad (15)$$

式中  $C_5, C_6$  为任意常数。

对单个涡旋孤子的传播及其稳定性问题,将由(14)式得到的图 1(a) 作为初始状态,通过加白噪声,得到了传播后的涡旋图,如图 1(b) 所示,发现传播过程中涡旋的半径增大、振幅下降并最终趋于稳定,但在传播的过程中相位保持稳定。

#### 3.2 初始涡间距对涡旋光孤子相互作用的影响

对于 2 个涡旋光孤子,根据(14)式,设

$$U = U_1 + U_2 = F(0 + \Delta X, 0 + \Delta Y) \exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 - \Delta Y) \exp(i\varphi). \quad (16)$$

取  $\Delta X, \Delta Y = 50 \Delta_{XY}$ , 初始涡旋间距  $\Delta_{XY} = 0.01$  或  $0.1$ 。通过快速傅里叶变换(FFT)方法,得到 2 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用行为如图 2,3 所示。

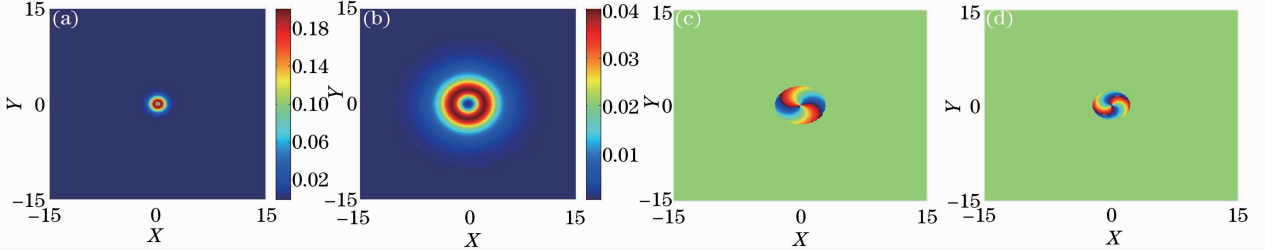


图 1  $m = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$ 。(a) 当  $Z = 0$  时的涡旋; (b) 当  $Z = 100$  时的涡旋; (c) 当  $Z = 0$  时的相位; (d) 当  $Z = 100$  时的相位

Fig. 1  $m = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$ 。(a) Vortex at  $Z = 0$ ; (b) vortex at  $Z = 100$ ; (c) phase corresponding to  $Z = 0$ ; (d) phase corresponding to  $Z = 100$

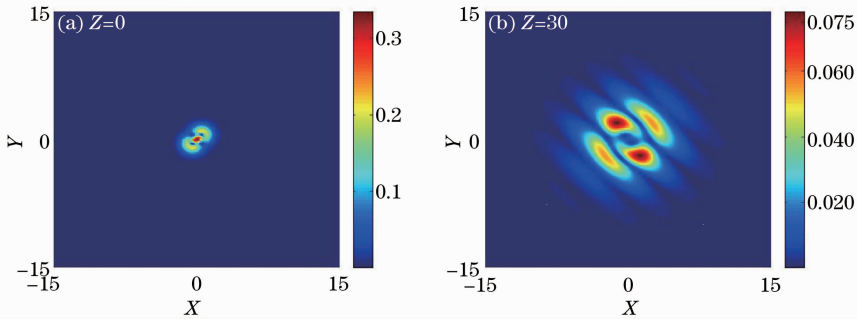


图 2 当  $\Delta_{XY} = 0.01, m_1 = m_2 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时 2 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 2 Interaction in the propagation of 2 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.01, m_1 = m_2 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

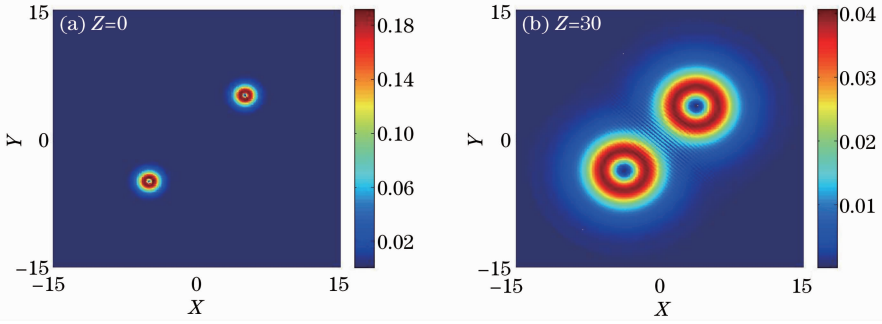


图 3 当  $\Delta_{XY} = 0.1, m_1 = m_2 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时  
2 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 3 Interaction in the propagation of 2 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.1, m_1 = m_2 = 2, K_0 = 2,$   
 $\sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

同理,对于 4 个涡旋光孤子在涡核间距不同时的相互作用,仍令 4 个涡旋的初相位相同,并设初解为

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = F(0 + \Delta X, 0 + \Delta Y) \exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 - \Delta Y) \exp(i\varphi) + F(0 + \Delta X, 0 - \Delta Y) \exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 + \Delta Y) \exp(i\varphi). \quad (17)$$

取  $\Delta_{XY} = 0.01$  和  $0.14$ ,通过 FFT,得到 4 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用行为,如图 4,5 所示。

同理,可以研究 5,6 个涡旋的相互作用。在初始相位相同的情况下,由于初始涡核间距的不同,可得到不同的演化图,如图 6~9 所示。

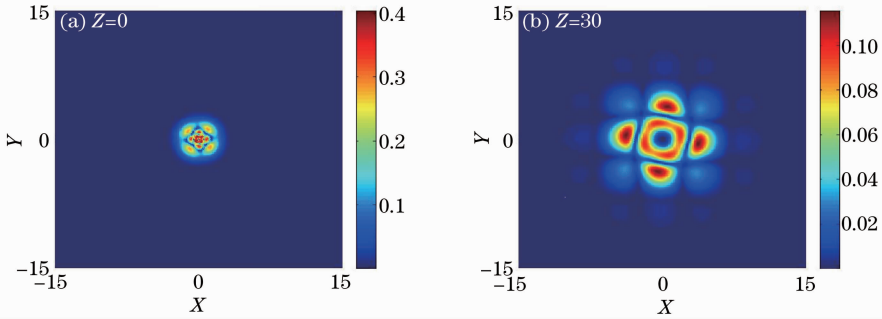


图 4 当  $\Delta_{XY} = 0.01, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 3, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时  
4 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 4 Interaction in the propagation of 4 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.01, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 2, K_0 = 2,$   
 $\sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

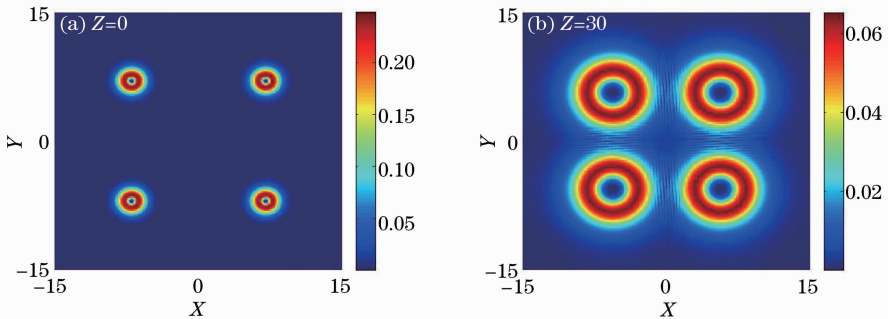


图 5 当  $\Delta_{XY} = 0.14, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时  
4 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 5 Interaction in the propagation of 4 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.14, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5,$   
 $G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

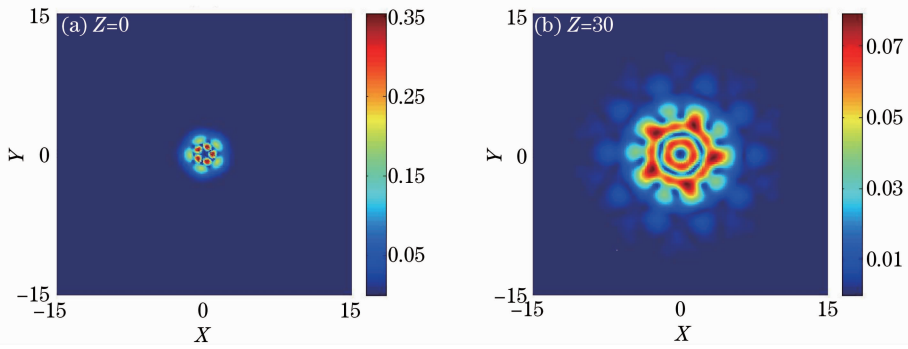


图 6 当  $\Delta_{XY} = 0.02, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时 5 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 6 Interaction in the propagation of 5 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.02, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

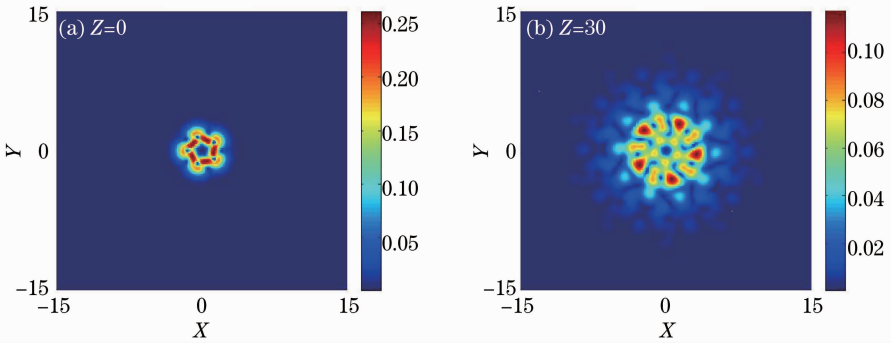


图 7 当  $\Delta_{XY} = 0.03, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时 5 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 7 Interaction in the propagation of 5 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.03, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

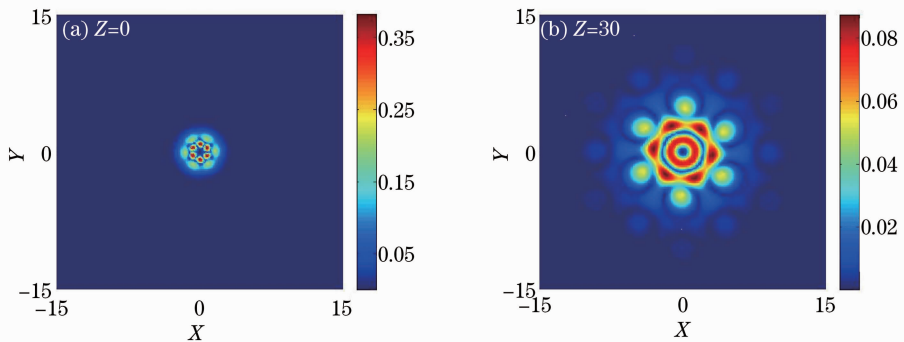


图 8 当  $\Delta_{XY} = 0.02, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时 6 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 8 Interaction in the propagation of 6 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.02, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

从图 2~9 看出, 涡核初始位置间距对涡旋孤子传播的最终形态有着重要的影响, 当初始间距比较小的时候, 最终的形态将不再是涡旋了, 而是形成了

局域的稳定结构。只有当距离大于某一特定值时, 自相似涡旋孤子在传播中才不会发生相互影响, 最终保持各自的形态。

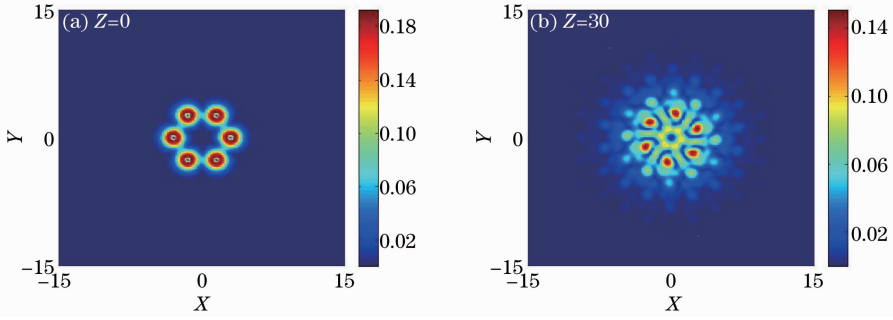


图 9 当  $\Delta_{XY} = 0.06, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$  时 6 个涡旋光孤子在传播过程中的相互作用

Fig. 9 Interaction in the propagation of 6 optical vortex solitons with  $\Delta_{XY} = 0.06, m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 2, K_0 = 2, \sigma_0 = 1, \beta_0 = 0.5, G = 0, C_1 = 0.5, C_2 = C_5 = 1, C_6 = 0$

#### 4 初始相位差对涡旋光孤子相互作用的影响

分 3 种情况讨论初始相位对 2 个涡旋光孤子相互作用的影响。对于 2 个涡旋光孤子存在  $\pi/4$  初始相位差的情况, 设初解为

$$U = U_1 + U_2 = F(0 + \Delta X, 0 + \Delta Y)\exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 - \Delta Y)\exp\left[i\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right)\right]. \quad (18)$$

固定 2 个涡旋光孤子的涡核间距  $\Delta_{XY} = 0.01$ , 通过 FFT 进行数值演化得到图 10 结果。

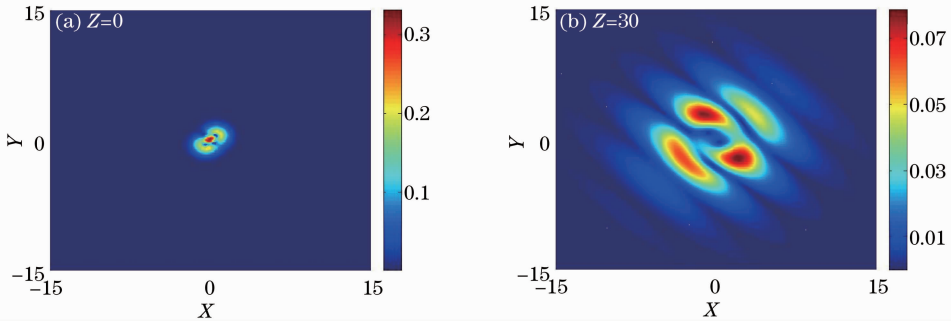


图 10 2 个涡旋光孤子初始相位相反时图 2 的结果

Fig. 10 Result of Fig. 2 when the 2 optical vortex solitons' initial phases are opposite to each other

对于 2 个涡旋光孤子相位差为  $\pi/2$  的情况, 设初解为

$$U = U_1 + U_2 = F(0 + \Delta X, 0 + \Delta Y)\exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 - \Delta Y)\exp[i(\varphi + \pi/2)]. \quad (19)$$

固定 2 个涡旋光孤子的涡核间距  $\Delta_{XY} = 0.01$ , 通过 FFT 进行数值演化得到图 11 结果。

对于 2 个涡旋光孤子相位差为  $\pi$  的情况, 设初解为

$$U = U_1 + U_2 = F(0 + \Delta X, 0 + \Delta Y)\exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 - \Delta Y)\exp[i(\varphi + \pi)]. \quad (20)$$

固定 2 个涡旋光孤子的涡核间距  $\Delta_{XY} = 0.01$ , 通过 FFT 进行数值演化得到图 12 结果。

对于 4 个涡旋光孤子, 假定右上角和左下角的 2 个涡旋相位超前于右下角和左上角 2 个涡旋相位  $\pi$ , 固定四涡旋的涡核间距  $\Delta_{XY} = 0.01$ , 即初解为

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = F(0 + \Delta X, 0 + \Delta Y)\exp[i(\varphi - \pi)] + F(0 - \Delta X, 0 - \Delta Y)\exp[i(\varphi - \pi)] + F(0 + \Delta X, 0 - \Delta Y)\exp(i\varphi) + F(0 - \Delta X, 0 + \Delta Y)\exp(i\varphi). \quad (21)$$

通过 FFT 进行数值演化得到图 13 结果。从图 10~13 可以看出, 当涡旋的相位不一致

时, 涡旋最终的演化形态也是不一样的。图 2 与图 12 对比, 图 4 与图 13 对比, 发现在传播的过程中会

发生能量的转移,有的部分被加强,有的部分被减弱,这个结论同一维的自相似孤子间存在相位差的

时候出现能量的转移的结论是一致的<sup>[21]</sup>。

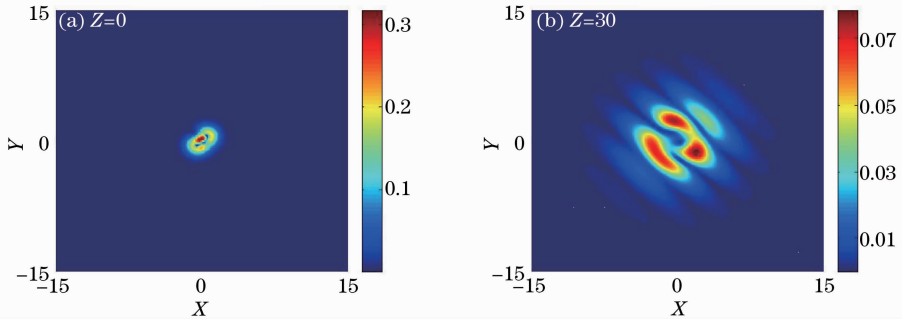


图 11 2 个涡旋光孤子初始相位差为  $\pi/2$  时图 2 的结果

Fig. 11 Result of Fig. 2 when the 2 optical vortex solitons' initial phase difference is  $\pi/2$

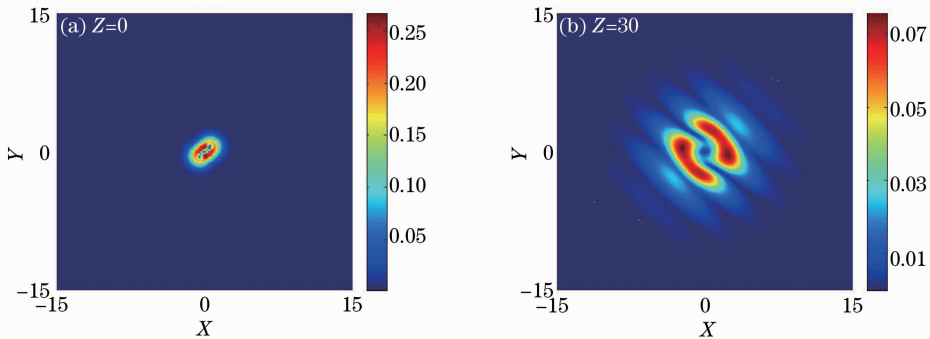


图 12 2 个涡旋光孤子初始相位差为  $\pi$  时图 2 的结果

Fig. 12 Result of Fig. 2 when the 2 optical vortex solitons' initial phase difference is  $\pi$

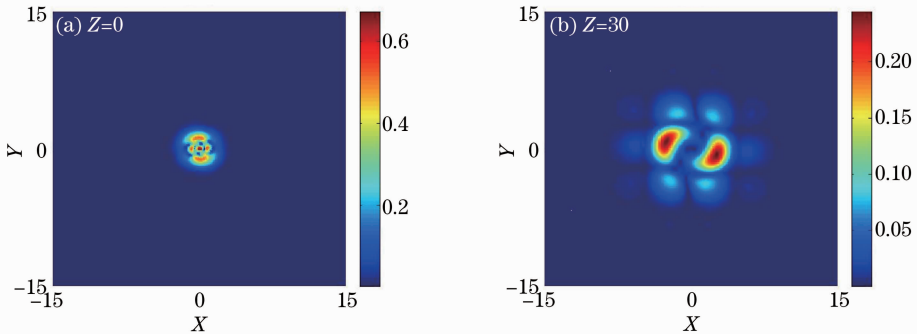


图 13 右上角和左下角的 2 个涡旋相位超前于右下角和左上角的相位  $\pi$  时图 4 的结果

Fig. 13 Result of Fig. 4 when the upper right, lower left optical vortex solitons' initial phases are  $\pi$  advanced those of the lower right and upper left solitons

## 5 结 论

以非线性自聚焦(自散焦)效应的光波传输方程为模型,并通过相似变换,将该方程变换为标准(2+1)维非线性薛定谔方程,在此基础上研究涡旋光孤子的相互作用。分别研究了涡旋光孤子之间涡核间距和初相位差对涡旋光孤子相互作用的影响。由数值模拟结果得出:1)自相似涡旋光孤子在传播过程中振幅不断减小并趋于某一定值,半径不断变

大并趋于某一定值,总体上在传播的过程中保持形状不变,具有自相似的特性;2)在涡核位置保持不变的情况下,各自沿着与  $z$  轴平行的方向传播,2、4、5 和 6 个涡旋会发生相互作用,只有当涡核之间的距离大于某特定值时,在后续的传播过程中才不会发生相互影响,而且随着拓扑指数的增大,这个特定的值也会随之增加;3)当涡旋之间存在相位差的时候,传播中会发生能量的转移,有的部分被加强,有



的部分被减弱。值得指出的是,本文研究的是拓扑指数均为  $m=2$  的 2 个涡旋光孤子、5 个涡旋光孤子、6 个涡旋光孤子和拓扑指数均为  $m=3$  的 4 个涡旋光孤子相互作用的情况,对于拓扑指数不相同的涡旋光孤子的相互作用可以类比研究。

## 参 考 文 献

- 1 M. Berry. Making waves in physics [J]. *Nature*, 2000, **403**(6765): 21
- 2 J. Christopher, P. Foster, B. Blakie *et al.*. Vortex pairing in two-dimensional Bose gases[J]. *Phys. Rev. A*, 2010, **81**(2): 023623
- 3 Y. S. Kivshar, G. P. Agrawal. Optical Solitons [M]. San Diego: Academic Press, 2003. 7~15
- 4 L. Wu, L. Li, J. F. Zhang *et al.*. Exact solutions of the Gross-Pitaevskii equation for stable vortex modes in two-dimensional Bose-Einstein condensates[J]. *Phys. Rev. A*, 2010, **81**(6): 061805
- 5 Zhang Xiaping. Rotating vortex solitons due to the Gouy phase in strongly nonlocal media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(9): 0919001  
张霞萍. 强非局域介质中基于古依相位的旋转涡旋光孤子[J]. 光学学报, 2012, **32**(9): 0919001
- 6 Xu Yin, Zhang Hua. Solutions and stability of ultraviolet localized optical vortex solitons in air[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(6): 0619003  
徐寅, 张华. 空气中紫外波长局域涡旋光孤子的解及其稳定性[J]. 光学学报, 2012, **32**(6): 0619003
- 7 Yang Dexing, Ren Xiaoyuan, He Dongsheng *et al.*. Propagation and evaluation of lateral linear momentum of optical vortices[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3323~3327  
杨德兴, 任小元, 何东升等. 光学涡旋横向线动量密度的传输演化特性[J]. 光学学报, 2010, **30**(11): 3323~3327
- 8 Ling Zhenfang, Guo Ru, Liu Simin *et al.*. Optical vortex soliton in photovoltaic-photorefractive medium [J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(3): 455~459  
凌振芳, 郭儒, 刘思敏等. 光生伏打光折变介质中光学涡旋孤子[J]. 物理学报, 2000, **49**(3): 455~459
- 9 Wu Xuan. Spatial Vortex Solitons in Electromagnetically Induced Transparent Media[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2006  
吴璇. 电磁感应透明介质中的空间涡旋孤子[D]. 武汉: 华中科技大学, 2006
- 10 C. Rotschild, O. Cohen, O. Manela *et al.*. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(21): 213904
- 11 Li Hailian, Yang Dexing, Ren Xiaoyuan *et al.*. Experimental investigation of optical vortex generated by volume holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 503~507  
李海莲, 杨德兴, 任小元等. 体全息产生光学涡旋的实验研究[J]. 光学学报, 2010, **30**(2): 503~507
- 12 He De, Yan Hongwei, Lü Baida. Evolution and composite optical vortices of Hermite Gaussian vortex beams[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(8): 2023~2029  
何德, 闫红卫, 吕百达. 厄米高斯涡旋光束形成的合成光涡旋及演化[J]. 中国激光, 2009, **36**(8): 2023~2029
- 13 Lianzhou Rao, Jixiong Pu. Generation of partially coherent vortex bottle beams [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(7): 379~382
- 14 F. Lenzini, S. Residori, F. T. Arecchi *et al.*. Optical vortex interaction and generation via nonlinear wave mixing[J]. *Phys. Rev. A*, 2011, **84**(6): 061801
- 15 Fang Guijuan, Sun Shunhong, Pu Jixiong. Experimental study on fractional double-vortex beams [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, **61**(6): 064210  
方桂娟, 孙顺红, 蒲继雄. 分数阶双涡旋光束的实验研究[J]. 物理学报, 2012, **61**(6): 064210
- 16 W. P. Zhong, L. Yi, R. H. Xie *et al.*. Exact spatial soliton solutions of the two-dimensional generalized nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **78**(2): 023821
- 17 S. L. Xu, J. C. Liang, Z. M. Li. Vortex spatial solitons to a nonlinear Schrödinger equation with varying coefficients [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2011, **56**(12): 1105~1110
- 18 C. Q. Dai, S. Q. Zhu, L. L. Wang *et al.*. Exact spatial similaritons for the generalized (2 + 1)-dimensional nonlinear Schrödinger equation with distributed coefficients [J]. *Europhys. Lett.*, 2010, **92**(2): 024005
- 19 V. Pyragaitė, K. Pegelskis, V. Smilgevičius *et al.*. Noncollinear interaction of optical vortices in Kerr nonlinear medium[J]. *Opt. Commun.*, 2001, **198**(4-6): 459~464
- 20 E. V. Lobanov, Y. V. Kartashov, V. A. Vysloukh *et al.*. Stable radially symmetric and azimuthally modulated vortex solitons supported by localized gain [J]. *Opt. Lett.*, 2011, **36**(1): 85~87
- 21 A. S. Ponomarenko, G. P. Agrawal. Nonlinear interaction of two or more similaritons in loss- and dispersion-managed fibers [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2008, **25**(6): 983~989

栏目编辑: 李文喆