

# 相机靶面安装误差标定方法

许 勇 郭鹏宇 苑 云 张小虎 于起峰

(国防科学技术大学航天科学与工程学院, 图像测量与视觉导航湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 由于工艺水平的限制, 相机靶面不可避免地存在位置安装误差和指向安装误差, 为了消除靶面安装误差的影响, 定性分析了靶面安装误差; 理论推导出显式包含指向安装误差的误差模型及成像模型; 得到综合考虑靶面指向安装误差和镜头畸变的全像差模型; 利用标定结果对实际像点进行修正。仿真和半实物实验验证了模型和标定方法的正确性, 比较得知全像差模型相对于传统像差模型对实际像点有更好的修正效果。

**关键词** 机器视觉; 靶面安装误差; 全像差模型; 指向安装误差; 相机标定; 像点修正

**中图分类号** O436      **文献标识码** A      **doi:** 10.3788/AOS201333.0412008

## Calibration Method of Installation Error of Camera Sensor Plane

Xu Yong Guo Pengyu Yuan Yun Zhang Xiaohu Yu Qifeng

(Hunan Key Laboratory of Videometrics and Vision Navigation, College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Camera sensor plane unavoidably contains position installation error and pointing installation error because of the limitation of technologic level. In order to eliminate the influence of installation error, the installation error of target is analyzed qualitatively. It is found that the installation error model and imaging model which explicitly contain pointing installation error of the camera sensor plane. The full aberration model which includes pointing installation error and lens distortion is obtained through a series of transformation. The real image points are corrected based on the calibration results. Numerical simulation and experimental results of half practicality show the correctness and feasibility of the model, and corrected real image points based on calibration results proves that the full aberration model works more effectively than traditional aberration model.

**Key words** machine vision; installation error of camera sensor plane; full aberration model; pointing installation error; camera calibration; image point correction

**OCIS codes** 120.6650; 150.0155; 150.6910

## 1 引 言

相机加工过程中靶面与机械安装定位面不可避免地存在一定误差<sup>[1]</sup>, 即靶面安装误差。在高精度摄像测量中, 尤其对于远距离的航空航天测量, 相机靶面安装误差严重影响测量精度。由于物距是焦距的百万倍甚至千万倍, 安装误差在测量结果中可能被放大上千万倍, 因此测量前需要对相机靶面安装误差进行高精度标定。目前为止, 已经涌现出大量

的标定算法<sup>[2~18]</sup>, 高精度摄像测量中广泛使用的方法有 Tasi<sup>[13]</sup>的两步法、Weng 等<sup>[14]</sup>的改进方法以及 Zhang 等<sup>[15]</sup>的平面靶标方法等, 但这些标定算法基本上都只对相机的内参、外参以及传统像差系数进行了标定。对靶面安装误差的标定, 主要利用光学方法借助显微镜和千分尺等工具进行<sup>[1,16]</sup>, 标定方法复杂。本文则通过建立靶面安装误差数学模型, 利用已知空间控制点及其像点进行标定。

**收稿日期:** 2012-11-16; **收到修改稿日期:** 2012-12-28

**基金项目:** 国家自然科学基金(11072263, 11272347)资助课题。

**作者简介:** 许 勇(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事大型结构形变测量及位姿估计、计算机视觉等方面的研究。

E-mail: mbsdtf@sina.cn

**导师简介:** 于起峰(1958—), 男, 教授, 中国科学院院士, 主要从事空天图像测量与视觉导航等方面的研究。

E-mail: yuqifeng@vip.163.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 [www.opticsjournal.net](http://www.opticsjournal.net)

任何误差对测量的影响都最终体现在像差上,靶面安装误差也不例外。测量界研究人员根据各式各样的相机,提出了相应的像差模型<sup>[2,3,6,13,14,19~22]</sup>,常用的比较全面的像差模型有经典的 Weng 氏像差模型<sup>[14]</sup>、Brown 像差模型<sup>[3]</sup>以及后续提出的 Wang 的像差模型<sup>[19]</sup>、Claus 像差模型<sup>[20]</sup>等。现有像差模型大都只考虑了镜头误差,直接从图像出发,根据图像可能发生的畸变进行修正,物理意义不明确,修正效果不理想,且都不包含靶面安装误差。本文则将靶面指向安装误差统一到像差模型中,对传统 Weng 氏像差模型进行修正,得到综合考虑相机靶面指向安装误差以及镜头畸变的全像差模型。

本文定性分析了相机靶面安装误差,并理论推导了靶面安装误差模型;将传统 Weng 氏像差模型<sup>[14]</sup>和靶面指向安装误差结合起来,得到综合考虑相机靶面指向安装误差以及镜头畸变的全像差模

型;通过数字仿真验证了所提模型的正确性和可行性,并对传统 Weng 氏像差模型和所提全像差模型进行了比较。

## 2 考虑靶面安装误差的成像模型

### 2.1 理想相机成像模型

理想相机成像模型即小孔成像模型,摄像测量中常用到世界坐标系、相机坐标系和图像坐标系<sup>[2,6]</sup>,如图 1 所示。世界坐标系  $O_w-XYZ$  是全局坐标系,它是由用户根据测量目的定义的目标坐标系;图像坐标系  $o-xy$ ,以图像左上角点为坐标原点, $x$ 、 $y$  轴分别平行于图像的  $x$ 、 $y$  轴,且以像素为坐标单位;相机坐标系  $O_c-X_cY_cZ_c$ ,原点取为相机的中心, $X_c$ 、 $Y_c$  轴与相机靶面的  $x$ 、 $y$  轴平行, $Z_c$  轴通过右手定则确定,理想情况与光轴重合。

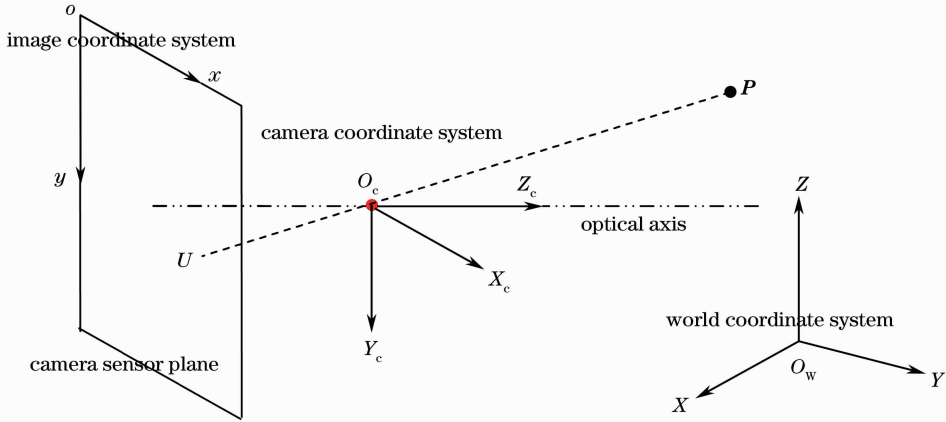


图 1 照相测量常用坐标系及理想相机成像模型

Fig. 1 Commonly used coordinate systems in videogrammetry and the imaging model of ideal camera

记空间点  $P$  在世界坐标系和相机坐标系中的坐标分别为  $\mathbf{P}=(X, Y, Z)^T$ 、 $\mathbf{Q}=(X_c, Y_c, Z_c)^T$ ,其投影图像坐标为  $\mathbf{U}=(u^*, v^*)^T$ ,图像主点为  $(C_x, C_y)$ ,等效焦距为  $(F_x, F_y)$ ,则理想相机成像共线方程为

$$\begin{cases} \frac{u^* - C_x}{F_x} = \frac{X_c}{Z_c} = \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \\ \frac{v^* - C_y}{F_y} = \frac{Y_c}{Z_c} = \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \end{cases}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{R}=[\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3]^T$  属于三维空间旋转群,  $\mathbf{t}=[t_x, t_y, t_z]^T$  属于三维欧氏空间,分别表示世界系到相机系的旋转矩阵和世界系原点在相机系中的坐标。利用 Cayley-Gibbs-Rodriguez (CGR) 参数  $\mathbf{s}=[s_1, s_2, s_3]^T$  表示旋转矩阵<sup>[23]</sup>,有

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \frac{\bar{\mathbf{C}}}{1 + \mathbf{s}^T \mathbf{s}} \\ \bar{\mathbf{C}} = [(1 - \mathbf{s}^T \mathbf{s}) \mathbf{I}_3 + 2|\mathbf{s} \times| + 2\mathbf{s}\mathbf{s}^T] \end{cases}, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{I}$  为  $3 \times 3$  的单位阵,  $|\mathbf{s} \times|$  为向量  $\mathbf{s}$  的反对称矩阵,  $s_1, s_2, s_3$  为实数。

### 2.2 靶面安装误差模型

#### 2.2.1 测量误差分析

实际测量中必然包含随机误差和系统误差,随机误差不可避免,但系统误差却可以通过标定的手段进行消除。常可通过多次测量或测量多目标的方法,利用光束法平差<sup>[2,6]</sup>等优化手段将随机误差去除,减少其对测量的影响,而对于系统误差则需要测量前进行标定,然后利用标定结果修正实际值。系统误差主要包括镜头畸变造成的像差和相机靶面安装误差造成的像差。镜头畸变的影响一般通过像差模型来修正。

相机靶面安装误差包括位置安装误差和指向安装误差。位置安装误差是指实际相机靶面与理想靶

面存在一个方位上的平移,主要影响相机的内参(等效焦距和主点),因此对靶面位置安装误差的标定也就是对内参的标定。摄像测量以小孔成像模型为基础,默认光轴与相机坐标系  $Z$  轴重合,而当存在指向安装误差时,相机光轴不垂直于靶面,这使得相机坐标系  $Z$  轴偏离实际光轴,实际相机坐标系偏离理想相机坐标系,测量模型存在误差,影响测量精度。靶面指向安装误差可用实际相机坐标系与理想相机坐标系间的欧拉角  $(\mu, \kappa, \gamma)$  来衡量。由于相机靶面

位置安装误差的标定包含在内参的标中,而传统标定算法对内参的标定已经比较完善,因此只针对指向安装误差进行分析和讨论。

### 2.2.2 靶面指向安装误差模型

靶面指向安装误差是由于相机靶面不垂直光轴造成的,此时实际相机坐标系与理想相机坐标系不重合,两坐标系之间相差一个坐标变换。图 2 所示为相机靶面指向安装误差示意图。

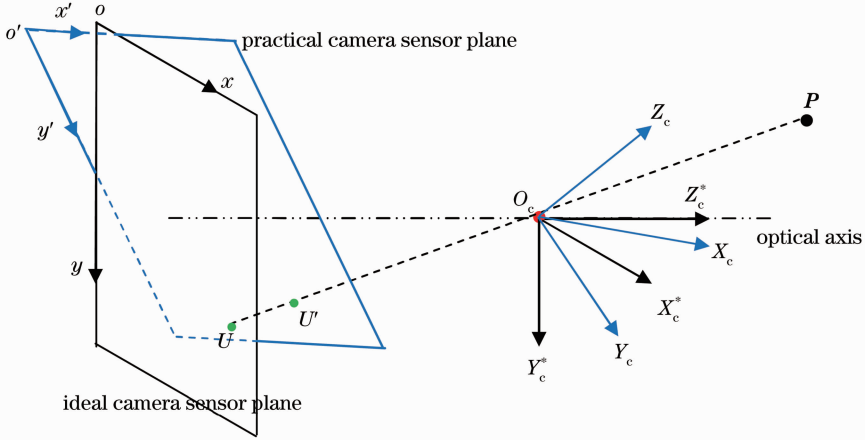


图 2 相机靶面指向安装误差示意图

Fig. 2 Pointing installation error of camera sensor plane

记理想相机坐标系为  $O_c-X_c^*Y_c^*Z_c^*$ ,空间点在理想相机坐标系中的坐标为  $(X_c^*, Y_c^*, Z_c^*)^T$ ;实际相机系为  $O_c-X_cY_cZ_c$ ,空间点在实际相机系中的坐标为  $(X_c, Y_c, Z_c)^T$ ;理想相机坐标系与实际相机坐标系间的偏差用欧拉角表示为  $e=(\mu, \kappa, \gamma)$ ,依次为绕相应  $xyz$  轴的旋转角度;空间点理想坐标与实际坐标间的偏差为  $(dX_c, dY_c, dZ_c)^T$ ,则有坐标转换关系

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \mathbf{R}_x(\mu)\mathbf{R}_y(\kappa)\mathbf{R}_z(\gamma) \begin{bmatrix} X_c^* \\ Y_c^* \\ Z_c^* \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{R}_x(\mu)$ 、 $\mathbf{R}_y(\kappa)$ 、 $\mathbf{R}_z(\gamma)$  表示旋转矩阵,考虑到指向安装误差为小量,则有

$$\mathbf{R}_x(\mu) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mu \\ 0 & -\mu & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(\kappa) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ \kappa & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ -\gamma & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

忽略二阶小量,化简(3)式得到

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\kappa \\ -\gamma & 1 & \mu \\ \kappa & -\mu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c^* \\ Y_c^* \\ Z_c^* \end{bmatrix}. \quad (4)$$

移项得到

$$\begin{cases} dX_c = \gamma Y_c - \kappa Z_c \\ dY_c = -\gamma X_c + \mu Z_c \\ dZ_c = \kappa X_c - \mu Y_c \end{cases} \quad (5)$$

对共线方程(1)式两边求全微分,化简得到

$$\begin{cases} du = F_x \frac{Z_c dX_c - X_c dZ_c}{Z_c^2} \\ dv = F_y \frac{Z_c dY_c - Y_c dZ_c}{Z_c^2} \end{cases} \quad (6)$$

将(5)式代入(6)式得到

$$\begin{cases} du = F_x \left[ \gamma \frac{Y_c}{Z_c} - \kappa - \kappa \left( \frac{X_c}{Z_c} \right)^2 + \mu \left( \frac{X_c Y_c}{Z_c^2} \right) \right] \\ dv = F_y \left[ -\gamma \frac{X_c}{Z_c} + \mu - \kappa \left( \frac{X_c Y_c}{Z_c^2} \right) + \mu \left( \frac{Y_c}{Z_c} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (7)$$

将(1)式右边代入(7)式得到指向安装误差模型

$$\begin{cases} du = F_x \left[ \gamma \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} - \kappa + \mu \frac{(\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x)(\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y)}{(\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z)^2} - \kappa \left( \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \right)^2 \right] \\ dv = F_y \left[ -\gamma \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} + \mu - \kappa \frac{(\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x)(\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y)}{(\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z)^2} + \mu \left( \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (8)$$

由于靶面位置安装误差已经包含在主点和等效焦距误差中,则同时考虑靶面位置安装误差和指向安装误差,根据(1)式和(8)式则可得到相机非线性成像模型即考虑靶面安装误差的成像模型:

$$\begin{cases} u = F_x \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} + C_x + F_x \left[ \gamma \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} - \kappa + \mu \frac{(\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x)(\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y)}{(\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z)^2} - \kappa \left( \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \right)^2 \right] \\ v = F_y \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} + C_y + F_y \left[ -\gamma \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} + \mu - \kappa \frac{(\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x)(\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y)}{(\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z)^2} + \mu \left( \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (9)$$

### 3 考虑靶面指向安装误差的全像差模型

高精度摄像测量中需要考虑各种像差的影响,通常利用像差模型来对实际像点进行修正。传统像差模型大都直接从图像出发,并用多项式表示,没有从实际物理意义上考虑靶面指向安装误差带来的像差,对实际像点的修正效果不够理想。本文将传统

Weng 氏像差模型<sup>[14]</sup>和靶面指向安装误差结合起来,得到综合考虑相机靶面指向安装误差以及镜头畸变的全像差模型。

传统 Weng 氏像差模型是一种常用的、比较全面的像差模型<sup>[14]</sup>,考虑了径向像差、切向像差以及薄棱镜像差,可表示为

$$\begin{cases} \delta_{u_d} = (g_1 + g_3)u_d^2 + g_4 u_d v_d + g_1 v_d^2 + g_5 u_d (u_d^2 + v_d^2) \\ \delta_{v_d} = g_2 u_d^2 + g_3 u_d v_d + (g_2 + g_4)v_d^2 + g_5 v_d (u_d^2 + v_d^2) \end{cases} \quad (10)$$

式中  $g_1 \sim g_5$  为传统 Weng 氏像差系数,  $u_d, v_d$  为归一化的图像坐标,且有

$$\begin{cases} u_d = (u - C_x)/F_x = X_c/Z_c \\ v_d = (v - C_y)/F_y = Y_c/Z_c \end{cases} \quad (11)$$

运用全微分归一化图像坐标(11)式,并结合(7)式,得到靶面指向安装误差对归一化图像坐标的影响:

$$\begin{cases} du_d = \frac{du}{F_x} = \gamma \frac{Y_c}{Z_c} - \kappa - \kappa \left( \frac{X_c}{Z_c} \right)^2 + \mu \left( \frac{X_c Y_c}{Z_c^2} \right) = \mu u_d v_d - \kappa u_d^2 + \gamma v_d - \kappa \\ dv_d = \frac{dv}{F_y} = -\gamma \frac{X_c}{Z_c} + \mu - \kappa \left( \frac{X_c Y_c}{Z_c^2} \right) + \mu \left( \frac{Y_c}{Z_c} \right)^2 = \mu v_d^2 - \kappa u_d v_d - \gamma u_d + \mu \end{cases} \quad (12)$$

相机标定过程中各参数之间是耦合,比较(10)式和(12)式可知,两式都包含了对二次项( $u_d v_d, u_d^2, v_d^2$ )系数的标定,但(12)式中还包含了对一次项系数和常数项的标定,这说明传统 Weng 氏像差模型只对部分指向安装误差进行了修正。综合考虑指向安装误差和镜头畸变对测量的影响,得到新的八系数像差模型,称之为全像差模型

$$\begin{cases} \delta_{u_d}^* = (k_1 + k_3)u_d^2 + k_4 u_d v_d + k_1 v_d^2 + k_5 u_d (u_d^2 + v_d^2) + k_8 v_d - k_7 \\ \delta_{v_d}^* = k_2 u_d^2 + k_3 u_d v_d + (k_2 + k_4)v_d^2 + k_5 v_d (u_d^2 + v_d^2) - k_8 u_d + k_6 \end{cases} \quad (13)$$

式中  $k_1 = g_1, k_2 = g_2, k_3 = g_3 - \kappa, k_4 = g_4 + \mu, k_5 = g_5, k_6 = \mu, k_7 = \kappa, k_8 = \gamma$ , 则得到综合考虑相机靶面安装误差以及镜头畸变影响的相机成像模型即考虑全像差的成像模型:

$$\begin{cases} u = F_x \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{P} + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} + C_x + F_x [(k_1 + k_3)u_d^2 + k_4 u_d v_d + k_1 v_d^2 + k_5 u_d (u_d^2 + v_d^2) + k_8 v_d - k_7] \\ v = F_y \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{P} + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{P} + t_z} + C_y + F_y [k_2 u_d^2 + k_3 u_d v_d + (k_2 + k_4)v_d^2 + k_5 v_d (u_d^2 + v_d^2) - k_8 u_d + k_6] \end{cases} \quad (14)$$

## 4 仿真及半实物实验

为了验证所提模型的正确性以及标定的可行性,进行了数字仿真和半实物实验,仿真和实验中利用光束法平差优化方法<sup>[2,6]</sup>计算得到相机参数,并比较了传统 Weng 氏像差模型和本文所提全像差模型对实际像点的修正效果。

### 4.1 仿真条件

控制点世界坐标  $XYZ$  分别为区间  $[-2, 2]$ 、 $[-2, 2]$ 、 $[4, 9]$ 上均匀分布的随机数,分别利用考虑靶面安装误差的成像模型和考虑全像差的成像模型投影得到像点坐标,仿真图像大小为  $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$ 。相机参数真值如表 1 所示。

表 1 仿真参数真值

Table 1 Real value of simulation parameters

Calibration parameters	Real value
Principal point ( $C_x, C_y$ ) /pixel	(320,240)
Equivalent focal length ( $F_x, F_y$ ) /pixel	(800,800)
Rotation matrix by CGR parameters ( $s_1, s_2, s_3$ )	(2,3,40)
Translation vector ( $t_x, t_y, t_z$ )	(1, -1.5, 4.3)
Pointing installation error ( $\mu, \kappa, \gamma$ ) /rad	(0.01, 0.01, 0.01)
Coefficients of Weng's aberration model ( $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5$ )	(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01)
Coefficients of full aberration model ( $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, K_6, k_7, k_8$ )	(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01)

考虑到实际像点提取误差,根据仿真需求在投影得到的像点坐标上加入均值为 0 标准差为  $\sigma$  的高斯分布的随机噪声,同时去掉了由于控制点空间布局不合理以及噪声使得像点超越图像边界的影响。

### 4.2 数字仿真

直接线性变换求解得到相机内外参数的初值,指向安装误差初值均取 0;利用光束法平差算法优化求解相机参数,迭代终止条件为相机参数迭代残差小于  $10^{-11}$ 。标定参数的相对误差为  $E(\%) =$

$\|P - P_{\text{true}}\| / \|P\|$ ,其中  $P_{\text{true}}$  为相机参数真值, $P$  为标定结果,  $\|\cdot\|$  为对参数进行取模运算。

为得到仿真结果与噪声级别之间的关系,仿真过程中控制点个数为 10,像点坐标中加入高斯噪声,噪声标准差从 1 间隔 1 增大到 20;对于同一噪声级别,计算 100 次,统计得到相机参数相对误差和计算耗时,仿真结果利用 Matlab 7. 10. 0 软件中 boxplot 命令绘制箱线图,如图 3 所示。为得到仿真结果与控制点个数之间的关系,仿真过程中噪声标

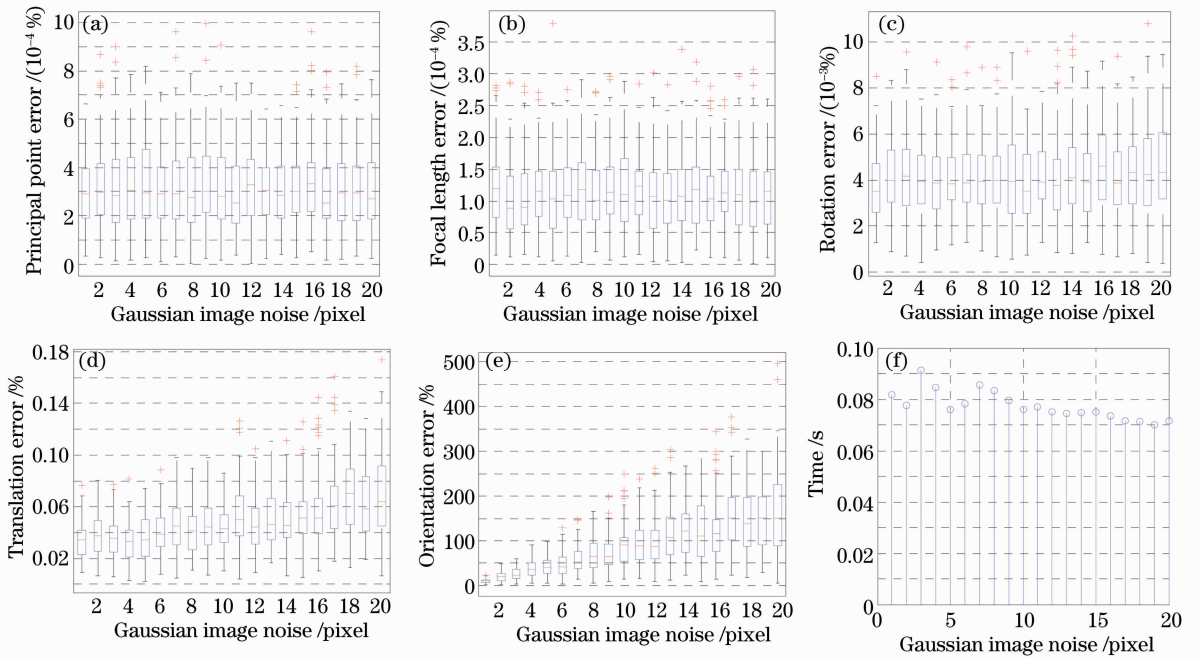


图 3 噪声级别变化时的仿真结果。(a)~(f)各相机参数及耗时与噪声级别的关系

Fig. 3 Simulation results with the changes of image noise level. (a)~(f) changes of different camera parameters and computation time with respect to the changes of image noise level respectively

准差为 2,控制点个数从 10 间隔 5 增大到 80;对于同一控制点个数,计算 100 次,统计得到相机参数相

对误差和计算耗时,仿真结果如图 4 所示。

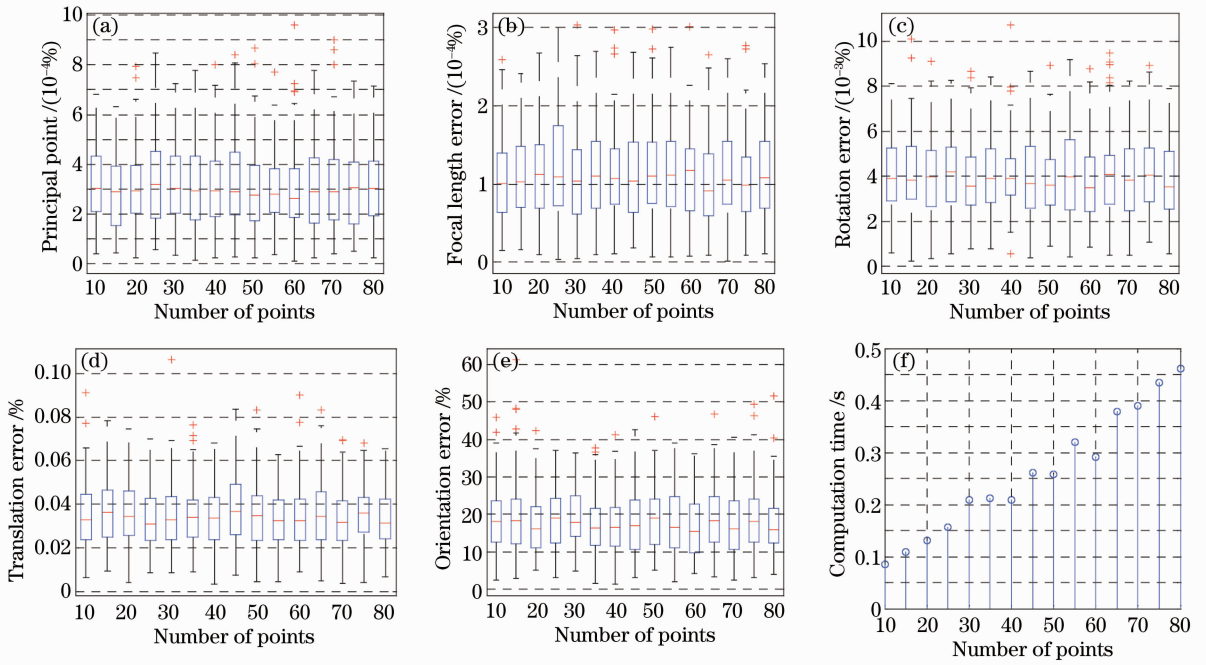


图 4 控制点个数变化时的仿真结果。(a)~(f)各相机参数及耗时与控制点个数的关系

Fig. 4 Simulation results with the changes of number of control points. (a)~(f) changes of different camera parameters and computation time with respect to the changes of number of control points respectively

图 3 和图 4 中蓝色矩形框表示仿真数据有 50%落在该区域,矩形框中的红色横线表示变量中位数,矩形框下端蓝色横线表示四分之一分位数,矩形上端蓝色横线表示四分之三分位数。红色加号为奇异值和极值,其中大于上四分位数 1.5 倍四分位数差的值,或小于下四分位数 1.5 倍四分位数差的值,称为奇异值;大于上四分位数 3 倍四分位数差的值,或小于下四分位数 3 倍四分位数差的值,称为极值。中间的纵向黑色直线是触须线,上截止线是变量值本体最大值,下截止线是变量本体最小值,本体值是指除了奇异值和极大值以外的变量。图 3 描述仿真得到的主点相对误差、等效焦距相对误差、旋转矩阵 CGR 参数相对误差、平移向量相对误差、靶面指向安装误差相对误差、计算耗时与噪声级别的关系,图 4 是上述仿真参数与控制点个数的关系。根据图 3 可知,控制点个数一定的情况下,随着像点噪声标准差从 1 增大到 20,相机内外参数的相对误差和计算耗时基本没有发生变化;由图 3(e)知,靶面指向安装误差的仿真相对误差却随着噪声标准差的增加而大致成线性增长的关系,当噪声大于 12 时计算得到的指向安装误差错误,而在实际测量中提取的像点噪声标准差一般小于 1,此时标定的相对误

差小于 10%,具有较高标定精度。根据图 4 可知,像点噪声一定的情况下,随着控制点个数从 10 增大到 80,仿真得到相机参数的相对误差基本不变;由图 4(f)可知,计算耗时随着控制点个数的增多大致呈现线性增长的关系。

为了与 Weng 氏像差模型进行比较,本文另外做了两组仿真比较实验。每组仿真实验利用光束法平差优化方法<sup>[2,6]</sup>求解得到相机参数,然后利用解算得到的相机参数修正像点,并比较 Weng 氏像差模型与全像差模型的修正效果。第一组在像点坐标中加入 Weng 氏像差模型所表示的镜头畸变和标准差为 0.5 的高斯噪声,具体数值如表 1 所示;求解相机参数,并分别利用两种像差模型对像点进行修正,得到图 5 所示修正效果。第二组在像点坐标中加入  $k=(0.01, 0.01, 0.01)$  的靶面指向误差和标准差为 0.5 的高斯噪声;求解相机参数,并利用两种像差模型对像点进行修正,得到图 6 所示修正效果。

图 5 中蓝色星号表示加入噪声和 Weng 氏像差后像点,图 6 中蓝色星号则表示加入噪声和靶面安装误差后的像点;红色加号表示理想像点;黑色圆圈表示利用全像差模型修正后得到的像点;绿色方形表示 Weng 氏像差模型修正后的像点。根据图 5 和

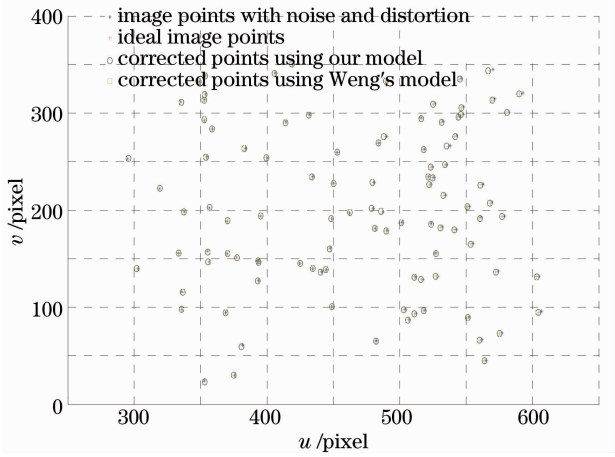


图 5 两种像差模型对畸变像差的修正效果

Fig. 5 Corrected results by two aberration models for lens-distortion aberration

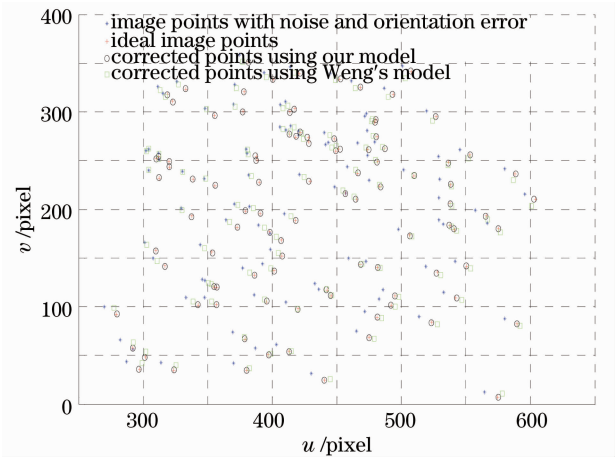


图 6 两种像差模型对指向误差的修正效果

Fig. 6 Corrected results by two aberration models with orientation error

图 6 可得到,像点中加入 Weng 氏像差时,两种模型都能对像差进行修正,说明全像差模型能修正 Weng 氏像差;像点中加入指向安装误差时,Weng 氏模型不能完全修正指向安装误差,而全像差模型修正效果很好;此外,从上面两图蓝色星号可以看出,当加入相同量级的 Weng 氏像差和指向误差时,指向误差对理想点影响更显著,即实际像点偏离理想像点更远。

上述仿真,验证了考虑靶面安装误差的成像模型标定相机参数的可行性,同理可利用光束法平差优化算法利用考虑全像差的成像模型标定相机参数,仿真比较实验说明当存在指向安装误差时,全像差模型对像点的修正效果优于 Weng 氏像差模型。

### 4.3 半实物实验

实际测量中靶面安装误差是个小量,主要影响

远距离测量精度,一般需要通过设置远距离高精度控制点来进行标定。由于在现有实验条件下设置远距离高精度控制点的困难,因此通过在实际测量图像中加入  $e=(0.01 \text{ rad}, 0.01 \text{ rad}, 0.01 \text{ rad})$  的较大靶面指向安装误差的方法来进行半实物实验。

利用 Nikon D700 相机和 AF-S NIKKOR 镜头拍摄得到平面靶标位于不同方位的图像,图 7 为其中一幅图像,提取相应标志点作为半实物实验的像点真值;在拍摄所得图像中加入表 1 所述全像差作为实际测量图,并提取相应的标志点坐标,图 8 为其中一幅加入全像差后的图像及其标志点的提取结果;分别采用本文所提考虑全像差的成像模型和考虑 Weng 氏像差的成像模型,结合直接线性变换方法和光束法平差优化方法<sup>[2]</sup>标定相机参数,标定得到像差系数如表 2 所示;利用标定结果对提取的实际像点进行修正,比较两个模型对实际像点的修正效果。图 9 和图 10 分别为两像差模型对实际像点的修正效果及修正残差。

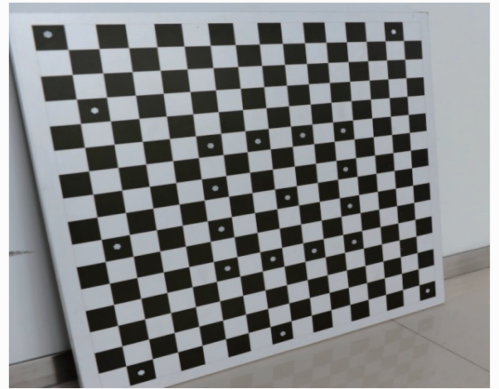


图 7 实际标定图像

Fig. 7 Real calibration image

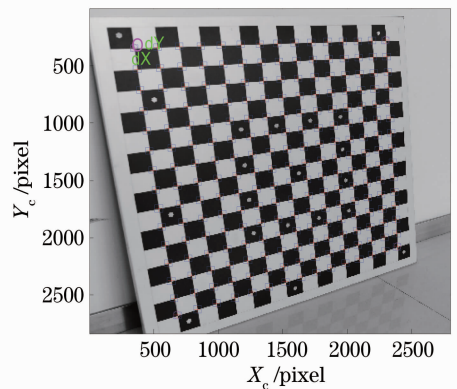


图 8 加入全像差后的图像

Fig. 8 Calibration image with full aberration

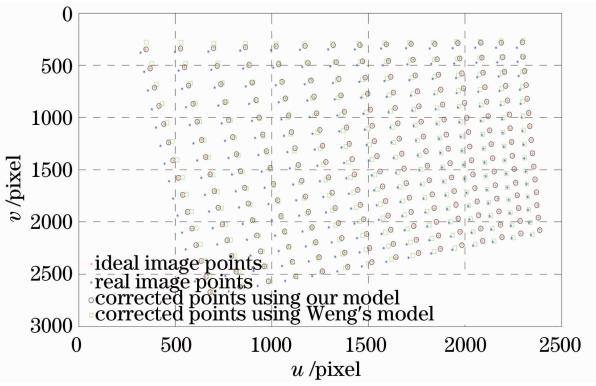


图 9 两种像差模型的修正效果

Fig. 9 Corrected results by two aberration models

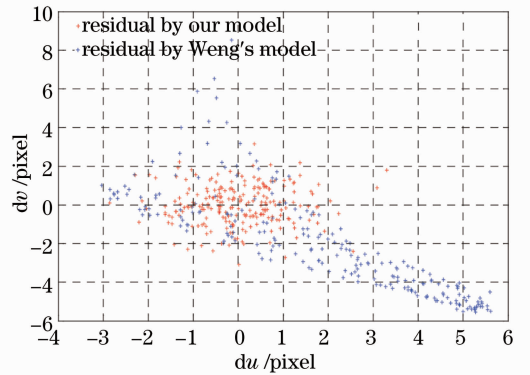


图 10 两种像差模型的修正残差

Fig. 10 Corrected residuals by two aberration models

表 2 像差系数标定结果

Table 2 Calibration results of aberration coefficients

Aberration model	Calibration results							
Weng's aberration	-0.08444	0.05279	-0.12648	0.06013	-0.28178	--	--	--
Full aberration	0.00996	0.01038	0.00927	0.00988	0.01177	0.01001	0.01002	0.01018

根据表 1 和表 2 可知,标定得到的全像差系数与真值接近,具有较高的精度。图 9 中红色加号、蓝色点号、黑色圆圈和绿色方框分别表示像点真值、在标定图像中加入指向安装误差和像差后提取得到的像点、利用本文所提全像差模型修正后的像点和利用传统 Weng 氏像差模型修正后的像点,图 10 中红色加号和蓝色加号分别表示利用文中所提模型修正像点的残差和传统像差模型修正像点的残差。由图 9 可知利用文中所提全像差模型修正后的像点能很好地与理想像点吻合,比传统像差模型修正效果好。根据图 10 中残差分布可以发现,当存在指向安装误差时,文中所提全像差模型修正像点的残差均匀分布在零周围,且方差较小;而 Weng 氏像差模型修正像点的残差是有偏的,即均值不为零,这说明对像点的修正不够完善,修正值与理想值还存在一个系统偏差,这是因为传统像差模型没有包含靶面指向安装误差。

## 5 结 论

建立了相机靶面指向安装误差模型,并提出了相应的标定方法。相比于传统标定模型,本文所提考虑靶面安装误差的成像模型和考虑全像差的成像模型显式的包含了靶面指向安装误差,物理意义明确。通过一系列变换将靶面指向安装误差统一到像差模型中,对传统像差模型进行修正,得到综合考虑指向安装误差和镜头畸变的全像差模型。数字仿真验证了所提模型的正确性和可行性;与传统像差模

型相比,全像差模型包含了靶面指向安装误差,半实物实验表明本文所提像差模型对实际像点有更好的修正效果。

## 参 考 文 献

- 1 Wang Zhi. Optical measurement method of angle error between CCD target surfaces and locating faces[J]. *Infrared Technology*, 2012, **34**(4): 213~216  
王 志. CCD 靶面与安装定位面夹角误差的光学检测方法[J]. *红外技术*, 2012, **34**(4): 213~216
- 2 Yu Qifeng, Shang Yang. *Videometrics: Principles and Researches*[M]. Beijing: Science press, 2009. 22~77  
于起峰, 尚 洋. *摄像测量学原理与应用研究*[M]. 北京: 科学出版社, 2009. 22~77
- 3 D. C. Brown. Close-range camera calibration [J]. *Photogrammetric Engineering*, 1971, **37**(8): 855~866
- 4 C. Stamatopoulo, C. S. Fraser. Calibration of long focal length cameras in close range photogrammetry [J]. *The Photogrammetric Record*, 2011, **26**(135): 339~360
- 5 Qiu Maolin, Ma Songde, Li Yi. Overview of camera calibration for computer vision[J]. *Acta Automation Sinica*, 2000, **26**(1): 44~46  
丘茂林, 马颂德, 李 毅. 计算机视觉中摄像机标定综述[J]. *自动化学报*, 2000, **26**(1): 44~46
- 6 Shang Yang. *Researches on Vision-Based Pose Measurements for Space Targets*[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006. 10~77  
尚 洋. *基于视觉的空间目标位置姿态测量方法研究*[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006. 10~77
- 7 Sun Junhua, Liu Zhen, Zhang Guangjun *et al.*. Camera calibration based on flexible 3D target[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3433~3439  
孙军华, 刘 震, 张广军 等. 基于柔性立体靶标的摄像机标定[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3433~3439
- 8 Yuan Yun, Zhu Zhaokun, Zhang Xiaohu. Imaging model and high-precision calibration of quasi-concentric general theodolite-camera [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(7): 0715003  
苑 云, 朱肇昆, 张小虎. 准同心广义经纬相机的成像模型及高精度标定[J]. *光学学报*, 2012, **32**(7): 0715003



- 9 D. D. Lichti, C. Kim. A comparison of three geometric self-calibration methods for range cameras[J]. *Remote Sensing*, 2011, **3**(5): 1014~1028
- 10 Xiang Zhiyu, Sun Bo. Mirror pose self-calibration method for catadioptric camera system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(4): 0415001  
项志宇, 孙 波. 折反射全向相机镜面位姿的自标定方法[J]. *光学学报*, 2012, **32**(4): 0415001
- 11 Y. Zhao, X. D. Lv. An approach for camera self-calibration using vanishing-line[J]. *Information Technology Journal*, 2012, **11**(2): 276~282
- 12 Xue Junpeng, Su Xianyu, Dou Yunfu. A concentric circles and wedge grating-based camera self calibration method[J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(3): 0308002  
薛俊鹏, 苏显渝, 窦蕴甫. 基于同心圆光栅和楔形光栅的摄像机自标定方法[J]. *中国激光*, 2012, **39**(3): 0308002
- 13 R. Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE J. Robotics and Automation*, 1987, **3**(4): 323~344
- 14 J. Weng, D. Cohen, M. Heniou *et al.*. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. *IEEE Trans. Patn. Anal. Mach. Int.*, 1992, **14**(10): 965~980
- 15 Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Int.*, 2004, **22**(11): 1330~1334
- 16 Lian Lüsong, Jiang Hanyuan. Application research on the error correction of CCD camera image surface slope[J]. *J. Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2009, **32**(2): 233~236  
廉绿松, 蒋汉元. CCD 相机靶面倾斜误差修正应用研究[J]. *长春理工大学学报(自然科学版)*, 2009, **32**(2): 233~236
- 17 Xue Junpeng, Su Xianyu. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(1): 0115001  
薛俊鹏, 苏显渝. 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定[J]. *光学学报*, 2012, **32**(1): 0115001
- 18 Dai Dongkai, Wang Shengshu, Hu Chunsheng *et al.*. Camera calibration and attitude measurement technology based on astronomical observation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(3): 0312005  
戴东凯, 王省书, 胡春生 等. 基于天文观测的相机标定及姿态测量技术研究[J]. *光学学报*, 2012, **32**(3): 0312005
- 19 J. Wang, F. Shia, J. Zhanga *et al.*. A new calibration model of camera lens distort[J]. *Pattern Recognition: The Journal of the Pattern Recognition Society*, 2008, **41**(2): 607~615
- 20 D. Claus, A. W. Fitzgibbon. A rational function lens distortion model for general cameras [C]. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005, 1: 213~219
- 21 C.-F. Lin, D.-H. Yeu. Closed form solution for calibrating camera lens distortion using Desargues measures[J]. *Electron. Lett.*, 2000, **36**(7): 624~625
- 22 J. Wu, G. Liu. Noniterative calibration of a camera lens with radial distortion[J]. *Meas. Sci. and Technol.*, 2012, **23**(10): 105013
- 23 F. M. Mirzaei, S. I. Roumeliotis. Globally optimal pose estimation from line correspondences [C]. *Robotics and Automation*, 2011, 4: 5581~5588

栏目编辑: 李文喆