槽式太阳能聚光器焦面能流密度分布的频数统计分析

许成木¹ 李 明^{1,2} 季 旭¹ 蔡伟平² (¹云南师范大学太阳能研究所,云南 昆明 650092 (²云南师范大学物理与电子信息学院,云南 昆明 650092)

摘要 提出了计算槽式太阳能聚光器焦面能流密度分布的一种新方法。根据抛物槽式聚光器(PTC)的几何光学 特性,给出了入射光线在接收平面上(沿宽度方向)的入射点坐标计算公式,将太阳的圆盘模型(Buie模型)改写成 轴对称的线性模型,采用 Origin 软件中的频数统计工具对平面焦线的能流密度分布进行了计算,并利用 CCD 工业 相机进行了实测实验。该计算方法函数关系较为简单明确,无需编程,计算量少,且适用于任意面型的槽式聚光器 和线性接收器,可为槽式太阳能聚光系统的优化设计提供参考。

关键词 几何光学;太阳能;抛物槽式聚光器;能流密度分布;频数统计;平面接收器 中图分类号 TK513.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201333.0408001

Frequency Statistics Analysis for Energy-Flux-Density Distribution on Focal Plane of Parabolic Trough Solar Concentrators

Xu Chengmu¹ Li Ming^{1,2} Ji Xu¹ Cai Weiping²

¹Research Institute of Solar Energy, Yunnan Normal University, Kunming, Yunnan 650092, China ² School of Physics and Electronic Information, Yunnan Normal University, Kunming, Yunnan 650092, China

Abstract A new method is proposed for calculating the energy-flux-density distribution on focal plane of trough solar concentrators. According to the geometric optical properties of parabolic trough concentrator (PTC), the calculation formulae for incident point coordinate (along the width direction) of incident ray on the focal plane is derived. The sun's disk model (Buie model) is developed to a linear model of axis symmetry. The energy flux density distribution on linear focal plane is characterized by using frequency statistics function of Origin software, and finally the test is performed with a CCD camera. This calculation method is simple and clear in the function relation, which requires no programming and less calculation, and is applicable for arbitrary surface contour of concentrators and linear receivers. It can offer useful reference for design and optimization of the trough solar concentrating systems.

geometric optics; solar energy; parabolic trough concentrator; energy-flux-density distribution; Key words frequency statistics; plane receiver

OCIS codes 080.2740; 220.2740; 260.2160

1 弓[言

自 20 世纪 70 年代能源危机以来,对太阳能的研 究和推广日益受到人们的普遍关注和重视。与常规 能源不同,太阳能是一种低密度、间歇性与空间分布 不断变化的能源,要提高入射光的能流密度,必须用 聚光装置,使辐射光能聚集到较小的接收器上。在太 阳能聚光技术中,抛物槽式聚光器(PTC)技术最为成 熟,应用最为广泛^[1]。聚光器聚焦光斑能流密度分布 的研究对系统的优化设计具有重要作用。对于焦面 能流密度的理论分析和计算,常用的方法有锥体光学 法、光线跟踪法、微角锥光学法、有限元法和蒙特-卡 罗法等[2~12]。这些计算方法的模型较为复杂,计算量

收稿日期: 2012-12-10; 收到修改稿日期: 2013-01-02

基金项目:国家自然科学基金(U1137605,51106134)资助课题。

作者简介:许成木(1976—), , , 博士研究生, 主要从事太阳能聚光热转换利用方面的研究。E-mail: xuchmu@163. com 导师简介:李 明(1964—),男,博士,教授,主要从事太阳能光伏、光热利用等方面的研究。E-mail: lmllldy@126.com

大,一般均需要计算机编程,对于不熟悉计算机编程 的人员来说难以掌握和应用。针对这些问题,本文提 出了一种计算槽式太阳能聚光器焦平面能流密度分 布的新方法——频数统计法,并对抛物槽式聚光器平 面焦线的能流密度进行了计算和实测分析。该方法 函数关系比较简单,无需编程,计算量少,利用 Origin 软件[13]即可完成计算,目适用于任意面型的槽式聚 光器和接收器焦斑能流密度分布的计算。

能流密度分布的频数统计法计算模型 2

频数统计是统计一个数列(或其中一部分)中数 据在某个范围内出现的频数。在应用频数统计法计 算槽式聚光器焦线能流密度的分布时,将日面沿焦 线宽度方向剖分为 2n 个线性单元,每个单元发出条 m 光线,入射到聚光器上的太阳辐射能流看作 2mn 条光线。要完成能流密度分布的计算,需要知道每 条光线在接收器上的入射点沿焦线宽度方向的坐 标。为简化计算,需要将太阳圆盘模型的数学表达 式作适当的变形。

2.1 入射点坐标分析

(a)

图1为入射点坐标分析示意图。在图1(a)中, 令抛物面的母线方程为

$$z = \frac{x^2}{4f},\tag{1}$$

 \overline{O}

式中f为焦距。图1(a)中接收器与点O的距离为h。 D 为抛物面上的任意入射点,其坐标为(x,z)。入射 光线 AD、BD 和 CD 在平面 xOz 上,光线 AD 平行于 z轴, AD 与 BD、AD 与 CD 之间的夹角均为 θ_{\circ} DP₃、 DP_1 和 DP_2 分别为入射光线 AD、BD 和 CD 的反射 光线,入射点分别为 P_3 、 P_1 和 P_2 。令线段 FP_i 、DF $和 DP_i$ 的长度分别为 a_b 和 c_y 则

$$a = \sqrt{x_{P_i}^2 + (h - f)^2}, \quad i = 1, 2,$$
 (2)

$$b = \sqrt{x^2 + (z - f)^2},$$
 (3)

$$c = \sqrt{(x - x_{P_i})^2 + (z - h)^2}, i = 1, 2,$$
 (4)
1全弦定理,得

由余弦定埋,作

$$\cos \theta = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{F_1 - 2xx_{P_i}}{F_2 \sqrt{x_{P_i}^2 - 2xx_{P_i} + F_3}},$$

$$i = 1, 2,$$
(5)

式中

$$F_1 = 2x^2 + (z - f)^2 + (z - h)^2 - (h - f)^2,$$
(6)

$$F_2 = 2 \sqrt{x^2 + (z - f)^2}, \tag{7}$$

$$F_3 = x^2 + (z - h)^2, (8)$$

由(5)式可以推得入射点 P 的 x 坐标(沿焦线宽度 方向的坐标)为

$$\begin{cases} x_{P_1} = \frac{F_2^2 x \cos^2 \theta - 2F_1 x - \sqrt{(2F_1 x - F_2^2 x \cos^2 \theta)^2 - (F_2^2 \cos^2 \theta - 4x^2)(F_2^2 F_3 \cos^2 \theta - F_1^2)}}{F_2^2 \cos^2 \theta - 4x^2}, \\ x_{P_2} = \frac{F_2^2 x \cos^2 \theta - 2F_1 x + \sqrt{(2F_1 x - F_2^2 x \cos^2 \theta)^2 - (F_2^2 \cos^2 \theta - 4x^2)(F_2^2 F_3 \cos^2 \theta - F_1^2)}}{F_2^2 \cos^2 \theta - 4x^2}, \end{cases}$$
(9)

式中 x_{P_1} 、 x_{P_2} 分别为图 1 中点 P_1 、 P_2 的 x 坐标。令(9) 式中的 $\theta = 0$ 即可得 P_3 点 x 坐标表达式

$$x_{P_3} = \frac{4f(f-h)x}{4f^2 - x^2}.$$
(10)

图 1 入射点坐标分析 Fig. 1 Definition of beam transmission

下面分析与 xOz 平面成某一角度的入射光线在 接受平面上的入射点坐标的特点。如图 1(b) 所示, DN 为经过抛物反射镜 D 点的法线, DP₃、DP₁、DG 分 别为入射光线 AD、BD、ED 的反射光线; 直线 DN 垂 直且平分线段 BP₁ 和线段 EG; BE 平行于 y 轴。根据 几何光学, 有 $\triangle NGP_1 \cong \triangle NEB$, $\angle EBN = \angle GP_1 N$ 成立, 且直线 GP₁ 平行于直线 BE 和 y 轴。由此可得入 射点 P₁ 和 G 的 x 坐标值相等, 即 $x_{P_1} = x_G$ 。

2.2 太阳模型线性化

根据以上分析,入射光线 ED 和 BD 的反射光 线的入射点P₁和G的x坐标相等。将点B、E移到日 面上,则日面上直线 BE 上的任意一点发出的光线 经抛物镜的同一点[如图1(b)中的点D]反射后,在 接收器上的入射点的x坐标都相等。这样,为简化槽 式聚光器焦面能流分布的计算,可以把日面 BE 线 上所有的点都移到B点,把这个日面连同其周边区 域沿y轴方向压缩在x轴上,形成一个关于y轴对称 的线性太阳模型。下面推导将太阳圆盘模型变换成 线性模型的数学表达式。

描述太阳圆盘形状的模型很多,这里采用适用 于陆地观察且不受地理位置影响的 Buie 模型^[10,11,14,15]

$$\begin{cases} \Phi_1(\theta) = \frac{\cos(0.326\theta)}{\cos(0.308\theta)}, & 0 \leq \theta \leq \theta_s \\ \Phi_2(\theta) = \exp(k)\theta^\gamma, & \theta > \theta_s \end{cases}$$
(11)

式中 θ_s 为太阳光不平行度,即地球上观察太阳圆盘的最大半张角,近似等于4.65 mrad,

$$k = 0.9\chi^{-0.3}\ln(13.5\chi),$$
 (12)

$$\gamma = 2.2\chi^{0.43}\ln(0.52\chi) - 0.1, \qquad (13)$$

χ为环日比(太阳周边率)。



图 2 线性太阳模型的建立 Fig. 2 Establishment of linear solar model

$$I(\theta) = \begin{cases} \int_{0}^{\theta_{S}} \Phi(\theta') d\theta' = 2 \int_{0}^{\alpha_{0}} \Phi_{1}(\theta \sec \alpha) \theta \sec^{2} \alpha d\alpha + 2 \int_{\alpha_{0}}^{\pi/2} \Phi_{2}(\theta \sec \alpha) \theta \sec^{2} \alpha d\alpha, & 0 \leq \theta \leq \theta_{S} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\theta') d\theta' = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Phi_{2}(\theta \sec \alpha) \theta \sec^{2} \alpha d\alpha, & \theta > \theta_{S} \end{cases}$$
(14)

由于太阳圆盘模型[(11)式]较为复杂,上述积分难以找到原函数。下面应用数值积分的方法进行近似 计算。由高斯公式^[16]

$$I(f) = \int_{a}^{b} f(x) dx \approx \frac{b-a}{2} \bigg[f \bigg(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2\sqrt{3}} \bigg) + f \bigg(\frac{a+b}{2} - \frac{b-a}{2\sqrt{3}} \bigg) \bigg],$$
(15)

变形可以得到

$$I(\theta) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4.65^{2} - \theta^{2}}}{4.4005} \left[\frac{\cos(0.326 \sqrt{4.65^{2} + 2\theta^{2}}/\sqrt{3})}{\cos(0.308 \sqrt{4.65^{2} + 2\theta^{2}}/\sqrt{3})} \right] + \frac{\exp(k)\theta^{r+1}}{8.475} \left\{ 3.139 \left[\sec\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\right) \right]^{r+2} - 2\alpha_{0} \left[\sec\left(\frac{\alpha_{0}}{\sqrt{3}}\right) \right]^{r+2} \right\}, \quad 0 \leqslant \theta \leqslant \theta_{s} \end{cases}$$

$$(16)$$

$$\frac{\pi \exp(k)\theta^{r+1}}{8.78} \left[\sec\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}}\right) \right]^{r+2}, \quad \theta > \theta_{s}$$

(16)式的计算精度如图 3 所示(取 χ =0.05),与采 用高精度数值积分方法计算得到的结果 $I_a(\theta)$ 偏差 小于 0.7%,是完全可以满足计算和分析要求的。



其中偏差

$$s(\theta) = \frac{\left| I(\theta) - I_a(\theta) \right|}{I_a(\theta)}.$$
 (17)



图 3 (16)式的计算精度 Fig. 3 Calculation accuracy of Eq. (16)

2.3 计算方法和步骤

以开口宽度 w=156.5 cm, 焦距 f=106 cm、平 面接收器(朗伯靶)宽度为 10 cm 的抛物槽式聚光器 为例,介绍利用 Origin 软件中的频数统计工具计算 平面焦线能流密度分布的方法和步骤。图 4 为太阳 表面线性分区示意图,其中 θ_i 为第 i 个区域分界线, $i=1,2,3\cdots,n_o$

利用 Origin 软件中的矩阵(Martrix)计算出 $x_P = x_P(x,\theta)$ 的数据。其中,x的取值范围为(-78.25, -5)和(5,78.25), θ 的取值范围为(0, c)($c \ge \theta_s$)。在计 算 x_P 的值时,x在区间(-78.25,-5)和(5,78.25)中 的取值满足

$$x_{j+1} - x_j = C, (18)$$

式中 $j=0,1,3,\dots,m,C$ 为常数。 θ 在区间(0, c) 中的取值应满足

$$\frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2} I(\theta_i) = C', \qquad (19)$$

式中 C'为常数。根据这一原则,θ 的取值可由下式 给出:

$$\theta = \theta(\varepsilon), \qquad (20)$$



图 4 太阳表面线性分区 Fig. 4 Linear partition of solar surface

式中

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \int_{0}^{\theta} I(\theta) \,\mathrm{d}\theta, \qquad (21)$$

利用 Origin 软件中的积分和非线性拟合功能,得

$$\theta = \begin{cases} 5.11923 - 0.5\sqrt{\frac{3468.365}{\epsilon + 9.32608} - 270.9425}, & 0 \le \theta \le \theta_s \\ \\ \frac{25.9 - \sqrt{15218.778 - 4360\epsilon}}{2.18}, & \theta > \theta_s \end{cases}$$
(22)

2) 将矩阵(Martrix)计算得到的 $x_P = x_P(x, \theta)$ 数据复制到工作表(Worksheet)的同一列中,选择 整列,即可进行频数统计计算(详见文献[13]),得 到 x_p 在不同区间 Δx_p 的计数 N,如图 5 所示。计数 的大小表示该区间中间值能流密度 E 的相对大小,即能流密度 E 与计数 N 之间满足

$$E = K_1 N$$
, (23)
式中 K_1 为比例系数(常量)。所取的光线数越多,
得到的结果越精确。利用矩阵的扩展运算功能,很
容易得到足够多的数据(入射点数),使计算结果更
为精确,绘制的能流密度分布曲线较为平滑(图 5 中
的入射点 x_p 的累计总数达 2.4×10⁶)。





3 焦面能流密度分布测量实验

3.1 实测原理

测试实验系统实验装置主要包括宽度为 156.5 cm、焦距为106 cm的抛物槽式聚光镜,宽度为 10 cm的朗伯靶,中性衰减片,CCD工业相机,计算机和 太阳跟踪控制系统等部分,如图6所示。实验中,将朗



伯靶置于焦线的位置,CCD 相机置于聚光器主光轴 与聚光器的交点位置,其镜头指向朗伯靶。为防止 朗伯靶反射的强光使 CCD 阵列达到饱和,镜头前须 设置有中性衰减片。由于朗伯靶的表面具有朗伯属 性,从各个方向观察靶面的亮度分布与靶面的能流 密度分布成线性关系;又由于 CCD 相机的灰度值信 号与靶面亮度分布也成线性关系,所以靶面的能流 密度 E 与 CCD 输出的灰度值 G_v 之间存在如下关 系^[17]:

$$E = K_2 G_{\rm v}, \qquad (24)$$

式中 K2 为比例系数。

在聚光的条件下,用 CCD 工业相机拍摄得到的 焦斑能流包含来自太阳的直射聚光[即满足(11)式 或(16)式的光线形成的聚光焦线]和散射光两部分, 而理论计算并未将散射光考虑在内。在实测中,散 射光是不可避免的,因此,在与理论计算结果进行比 较时,需要减去散射光的影响。为此,在实测时,再 次拍摄聚光条件下的朗伯靶焦线图片(总灰度值为 *G*_{vt});将自动跟踪切换为手动跟踪,将聚光形成的焦 线移出朗伯靶和 CCD 工业相机的视场之外,再次拍 摄朗伯靶的图片(背底灰度值为 *G*_{vb});在处理灰度 图数据时,用总灰度值*G*_{vt}减去背底灰度值 *G*_{vb}即得 到直射聚光的灰度值分布:

$$G_{\rm vc} = G_{\rm vt} - G_{\rm vb} \,, \tag{25}$$

而直射聚光焦线实际的能流密度分布为 $E_c = K_2 G_{vc} = K_2 G_{vc} = K_2 G_{vc} - K_2 G_{vb}$ 。



图 6 能流密度测量(a)实验装置图及其(b)原理图 Fig. 6 (a) Experimental setup and (b) schematic diagram of energy flux density measurement

3.2 实测结果与分析

图 7 为实验得到的平面焦线的灰度值分布图, 图中纵坐标为 CCD 灰度图转换成数据格式后所显 示的数值,灰度值的大小表示能流密度的相对大小。 测量时的太阳直辐射功率密度为 1068 W/m²。 图 8 为测量结果与频数统计法计算结果的比较,是通过适当平移坐标和变换坐标参数而得到的。 图中的 *E*₀ 由以下两式给出:

$$E_0 = \frac{E}{E_{\text{max}}} = \frac{K_1 N}{K_1 N_{\text{max}}} = \frac{N}{N_{\text{max}}},$$
 (26)







Fig. 8 Comparison of the measurement results with calculation results by frequency statistics method

$$E_{0} = \frac{E}{E_{\max}} = \frac{K_{2}G_{v}}{K_{2}G_{v,\max}} = \frac{G_{v}}{G_{v,\max}}, \qquad (27)$$

式中 N_{max}、G_{v.max}分别表示计数的最大值和灰度值的最大值。

由图 8 可知,测量结果与计算结果基本吻合,从 而证明了频数统计法在计算槽式太阳能聚光器焦线 能流密度分布的可行性和正确性。影响能流密度测 量结果的因素很多,如聚光器的表面形状误差、接收 器(朗伯靶)的位置误差、靶面的非朗伯属性、跟踪误 差和聚光镜面的厚度^[11,17,18]等。因此,测量结果与 计算结果之间可能存在较大的偏差,如图 8 中的 *E*。 在 *x*_P 取值范围为 0.51~1.3 cm 时的测量结果。

在分析能流分布的测量结果时,只需考虑主要 的影响因素,忽略次要因素。在图7中,背底灰度值 变化的幅度不大,说明朗伯靶表面的朗伯属性的均 匀性相对较好。跟踪误差会影响聚光半径、能流密 度峰值的大小和位置^[11]。实验系统的跟踪误差不 大于 0.05°,聚光镜的边缘角(半张角)为 40.3°。由 此可以计算得到能流峰值的横向偏移量的极大值约

4 结 论

采用频数统计法计算了槽式抛物面聚光器焦线的能流密度分布,并与实测结果进行了比较分析,证明了该计算方法的可行性和正确性。实例计算表明,只要能推导出入射光线在接收器上的入射点(沿焦线宽度方向)的坐标计算公式,即可采用该方法进行计算,不受聚光器和接收器面型的限制,且无需编程,计算量少,计算速度快。所取的光线数越多,计算结果越精确,所绘制的能流密度分布曲线越平滑。因此,计算中应利用 Origin 软件中矩阵的扩展运算功能,以获取足够多的数据(入射点数),使计算结果更加精确。

参考文献

- 1 Tao Tao, Zheng Hongfei, He Kaiyan *et al.*. A new trough solar concentrator and its performance analysis [J]. Solar Energy, 2011, 85(1): 198~207
- 2 J. C. Daly. Solar concentrator flux distributions using backward ray tracing [J]. Appl. Opt., 1979, 18(5): 2696~2699
- 3 James A. Harris, William S. Duff. Focal plane flux distributions produced by solar concentration reflectors [J]. Solar Energy, 1981, 27(5): 403~411
- 4 S. M. Jeter. The distribution of concentrated solar radiation in paraboloidal collectors [J]. J. Solar Energy Engng., 1986, 108(3): 219~225
- 5 A. Mobarak, A. A. Rahim. Determination of focal flux distribution of a parabolic dish solar concentrator applying real sunshape [C]. Twelfth Annu. Int. Sol. Engng., 1990. 79~86
- 6 I. I. Pirmatov, T. T. Riskiev, A. A. Sagatov. The calculation technique for the mirror-concentrating system radiation field [J]. *Appl. Solar Energy*, 1998, **34**(5): 49~55
- 7 H. Sammouda, C. Royere, A. Belghith *et al.*. Reflected radiance distribution law for a 1000 kW thermal solar furnace system [J]. *Renewable Energy*, 1999, **17**(1): 9~20
- 8 Li Ruiheng, Xing Yuming, Liu Wei. Heat flow distribution on the focal plate of the 10 kW concentrator of the space solar dynamic system [J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2005, 26(1): 116~120

李瑞恒,邢玉明,刘 伟. 空间太阳能热动力发电系统 10 kW 聚 能器焦平面热流密度分布计算[J]. 太阳能学报,2005,**26**(1): 116~120

9 Paul Bendt, Ari Rabl. Optical analysis of point focus parabolic

radiation concentrators [J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20** (4): 674~683

10 Liu Ying, Dai Jingmin, Lang Zhiguo et al.. Finite-element analysis for flux distribution on focal plane of rotating parabolic concentrators [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27 (10): 1775~1778

刘 颖,戴景民,郎治国等.旋转抛物面聚光器焦面能流分布的 有限元分析[J]. 光学学报,2007,**27**(10):1775~1778

11 Dai Jingmin, Liu Ying. The study of flux distribution on focal plane parabolic-trough concentrators [J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2008, 29(9): 1096~1100
戴景民,刘 颖. 抛物柱面聚光器焦面能流分布特性研究[J].

太阳能学报,2008,29(9):1096~1100 12 S. M. Jeter. Calculation of the concentrated flux density distribution in parabolic trough collectors by a semifinite

formulation [J]. Solar Energy, 1986, **37**(5): 335~345 13 Zhou Jianping. Origin Practical Course (version 7.5) [M]. Xi'an; Xi'an University Press, 2007. 47~295 周剑平. Origin 实用教程(7.5版)[M]. 西安:西安大学出版社, 2007. 47~295

14 D. Buie, A. G. Monger, C. J. Dey. Sunshape distributions for

terrestrial solar simulations [J]. Solar Energy, 2003, 74(2): 113~122

- 15 D. Buie, A. G. Monger. The effect of circumsolar radiation on a solar concentrating system [J]. Solar Energy, 2004, 76 (2): 181~185
- 16 Jiang Jianfei, Hu Liangjian, Tang Jian. Numerical Analysis and Its Matlab Experiment [M]. Beijing: Science press, 2004. 108~135

姜健飞,胡良剑,唐 俭.数值分析及其 Matlab 实验[M].北 京:科学出版社,2004.108~135

- 17 Liu Ying. Theoretical and Experimental Research of Focal Spot Flux Density Distribution of Solar Energy Oncentrators [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008. 72~99 刘 颖.太阳能聚光器聚焦光斑能流密度分布的理论与实验研 究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2008. 72~99
- 18 Chen Fei, Li Ming, Ji Xu *et al.*. Influence of glass thickness of reflector on the concentrating characteristics in the solar-energy trough system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(12): 1208002 陈 飞,李 明,季 旭等. 太阳能槽式系统反射镜玻璃厚度对 聚光特性的影响[J]. 光学学报, 2012, **32**(12): 1208002

栏目编辑:张 腾